

Parte I

Introdução

1

Conceitos e definições

“The important thing in Science is not so much to obtain new facts as to discover new ways of thinking about them.”

– William Lawrence Bragg

O conceito de *controle* pode ser compreendido como um procedimento ou um mecanismo, dependendo do contexto, para tornar adequado o comportamento de uma entidade física natural ou artificial, de acordo com alguma funcionalidade específica.

Por exemplo, em humanos, o mecanismo de controle da pressão arterial atua sobre o fenômeno da circulação sanguínea para mantê-la em uma faixa adequada de valores.

Um outro exemplo é o mecanismo de regulação da glicose plasmática envolvendo a participação da insulina.

O equilíbrio ecológico, no contexto de predador-presa, é também uma manifestação de regulação da população no âmbito de controle dos recursos disponíveis no habitat.

Essa obra foca primordialmente os sistemas artificiais, concebidos e construídos por humanos. São inúmeros os exemplos de sistemas tecnológicos que utilizam o conceito de controle: regulação de temperatura de uma estufa, manutenção do nível de água em um tanque de armazenamento, rastreamento de uma trajetória de um avião, ventilação pulmonar mecânica para oxigenação sanguínea, etc.

1.1 Conceitos, definições e notação

Nesta seção são apresentados os conceitos básicos para a compreensão dos métodos para a realização de projetos envolvendo controle, bem como algumas

definições e a notação utilizada neste texto.

- Sistema é um conjunto de elementos interdependentes, concretos ou abstratos, que formam um todo organizado. Do ponto de vista prático, o *sistema* é a parte do universo que foi isolada para estudo. O *sistema*

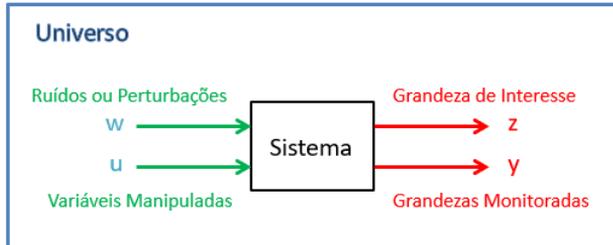


Figura 1.1: Um sistema com as suas entradas e saídas.

interage com o meio ambiente através de entradas e saídas. Em vista de este texto tratar de sistemas primordialmente tecnológicos, as entradas são as variáveis manipuladas u que são assumidas bem caracterizadas e w que são ruídos aleatórios ou perturbações indesejadas. As saídas de interesse são denotadas por z e as grandezas monitoradas (medidas) são representadas por y . Por exemplo, em um navio, pode-se manipular a posição do leme u , para se ajustar a direção de movimentação z , por sua vez indicada por uma bússola que fornece a leitura y , mas sofrendo perturbações w devidas às ondas do mar. O conceito de sistema é arbitrário, de modo que, no contexto de tráfego urbano, o sistema compreende ruas, semáforos, veículos, pedestres etc. Mas um veículo, por exemplo, um automóvel, é um sistema para efeito de estudo da suas características e as ruas, semáforos e pedestres constituem o meio ambiente. Por sua vez, no estudo de motores, os demais constituintes do automóvel, tais como a embreagem, a suspensão e a bateria, constituem o meio ambiente.

- Modelo é uma representação das características essenciais de um sistema. São exemplos típicos a maquete para estudos arquitetônicos, os bonecos para a composição de pinturas e o camundongo para estudos farmacológicos. Neste texto, por focar métodos quantitativos, os modelos são do tipo matemático. Especificações de desempenho são descrições formais do comportamento que se deseja que o sistema apresente. Por exemplo, se um forno deve apresentar uma temperatura adequada para assar um bolo, a especificação de desempenho poderia ser a regulação da temperatura em $180^\circ \pm 5^\circ$ apesar de perturbações como a abertura frequente

da porta.

- Muitas vezes é utilizado o termo *automático* quando se refere a sistemas de controle. Em princípio, automático é aquele que requer reduzida intervenção do operador humano, em contraposição ao termo *manual*. Por exemplo, um sistema de ar condicionado mantém regulada a temperatura do recinto, apesar de mudanças climáticas ou alterações do número de pessoas presentes na sala. Por outro lado, um ventilador simples requer que o usuário ajuste a velocidade (baixa, média, baixa) através de uma chave seletora. Com o advento de ferramentas de inteligência artificial e desenvolvimento de sistemas sofisticados de decisão, tem-se hoje em dia os sistemas *autônomos* que realizam tarefas complexas sem a interferência direta do operador humano. Um exemplo clássico é o de veículos autônomos que dispõem de mecanismos de localização, planejamento de rotas, desvio de obstáculos imprevistos e pedestres.

Genericamente, um problema de controle consiste de dois ingredientes principais:

1. o sistema a ser controlado; e o
2. o comportamento desejado a ser obtido mediante as ações de controle.



Figura 1.2: Formulações qualitativa e quantitativa do problema de controle.

A figura 1.2 mostra como os requisitos de natureza qualitativa podem ser transformados em especificações quantitativas no enfoque utilizado neste livro.

Exemplos de sistemas de controle:

- o ferro elétrico moderno é um sistema controlado e o comportamento desejado é que a sua temperatura seja mantida próxima a um valor ajustado *a priori*, mesmo quando se passam tecidos de diferentes tipos.

- o automóvel é um sistema controlado e o comportamento desejado é que o veículo chegue ao destino programado transportando os passageiros de modo seguro e eficiente.
- o coração artificial é um sistema físico controlado e o comportamento desejado é que o fluxo sanguíneo seja ajustado de modo compatível com as necessidades do paciente e sem provocar efeitos colaterais como hemólise.
- o gerador de energia elétrica acionado por um motor diesel, comum em alguns condomínios residenciais, é um sistema físico controlado e o comportamento desejado é que a eletricidade seja suprida com tensão e frequência em uma faixa adequada, apesar da variação da demanda.

A importância de sistemas de controle é clara, tanto em sistemas naturais como os construídos artificialmente. Um exemplo de controle automático natural é a homeostasia, que é a capacidade dos organismos de manter em equilíbrio as suas funções, mesmo quando ocorrem mudanças no meio (regulação da frequência cardíaca, da quantidade de glicose plasmática e fluxo urinário, entre vários outros).

Exemplo de sistemas tecnológicos são variados e propiciam várias funções relevantes à humanidade. Utilizando-se da teoria de controle automático, podem ser concebidos equipamentos que evitam a necessidade de operadores humanos em ambientes hostis, como aqueles em que há radiação ionizante, temperaturas elevadas, gases tóxicos e animais agressivos, entre outros. Os sistemas de controle automático podem substituir os humanos em tarefas árduas, como as que envolvem forças musculares grandes que podem ocasionar lesões, exigem ações repetitivas que podem levar à desatenção e acidentes, envolvem risco como o combate a incêndios etc.

1.2 Um exemplo intuitivo de projeto

Nesta seção é desenvolvido um controlador simples para um veículo propulsionado a uma hélice com velocidade de rotação ajustável, utilizando apenas o bom senso e alguns conhecimentos elementares de cálculo.

A ideia é apresentar a sequência básica de etapas de um projeto simples de um sistema de controle.

Considere um veículo propulsionado por hélice, como visto na figura 1.3. O sistema físico é o veículo e o comportamento desejado será a regulação da velocidade em um valor preestabelecido, apesar de incertezas tais como rajadas de vento, irregularidades no solo e outras perturbações.

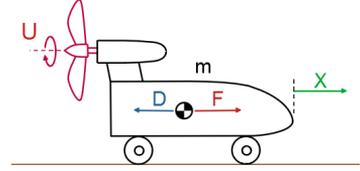


Figura 1.3: Exemplo de sistema translacional linear: veículo propulsionado a hélice.

Necessita-se, inicialmente, obter um modelo matemático. As grandezas envolvidas no modelo são a massa m , a força F devido à rotação da hélice com velocidade angular U e o arrasto aerodinâmico D .

Por simplicidade, não será incluído o efeito do atrito mecânico nos eixos das rodas.

Nesse exemplo, o modelo matemático é obtido utilizando-se a lei de Newton,

$$F - D = m \frac{d^2 X}{dt^2} \quad (1.1)$$

e, assumindo que as forças F e D podem ser aproximadas na condição de operação pretendida por

$$F = \alpha U^2 \quad (1.2)$$

$$D = \beta \left(\frac{dX}{dt} \right)^2 \quad (1.3)$$

o modelo matemático que descreve o movimento do veículo é expresso por

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} = \alpha U^2 - \beta \left(\frac{dX}{dt} \right)^2 \quad (1.4)$$

Equações diferenciais ordinárias lineares são, em geral, fáceis de serem resolvidas. Porém, como a equação diferencial 1.4 não é linear, propõe-se fazer uma aproximação linear em torno do ponto de operação para simplificar os cálculos.

Adote-se como o comportamento desejado a ser apresentado pelo veículo a regulação da velocidade em valor constante de $V_{nom} = \frac{dX}{dt}$, através da manipulação da rotação em torno de $U = U_{nom}$ da hélice.

Como a velocidade é, por definição, $V = \frac{dX}{dt}$, tem-se no ponto de operação V_{nom} que $\frac{d^2 X}{dt^2} = \frac{dV_{nom}}{dt} = 0$ e a equação 1.4 permite escrever

$$\beta \left(\frac{dX}{dt} \right)^2 = \alpha U_{nom}^2 \quad (1.5)$$

ou

$$V_{nom} = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} U_{nom} \quad (1.6)$$

Adicionando-se um pequeno sinal u a U_{nom} (ou seja, $|u| \ll |U_{nom}|$), o carrinho responde com uma alteração $x(t)$ em relação a $X(t)$ e, definindo $v = \frac{dx}{dt}$, a equação 1.4 pode ser reescrita como

$$m \frac{d^2}{dt^2} (X + x) = \alpha (U_{nom} + u)^2 - \beta (V_{nom} + v)^2 \quad (1.7)$$

Notando que u^2 é um termo de segunda ordem, $u^2 \ll U_{nom}^2 + 2U_{nom}u$, e pode-se escrever

$$(U_{nom} + u)^2 = U_{nom}^2 + 2U_{nom}u + u^2 \quad (1.8)$$

$$\approx U_{nom}^2 + 2U_{nom}u \quad (1.9)$$

Analogamente, faz-se a aproximação $(V_{nom} + v) \approx V_{nom} + 2V_{nom}v$. Substituindo-se essas expressões em 1.7, tem-se que

$$m \frac{d^2 \cancel{X}}{dt^2} + m \frac{d^2 x}{dt^2} = \cancel{\alpha U_{nom}^2} + 2\alpha U_{nom}u - \cancel{\beta V_{nom}^2} - 2\beta V_{nom}v \quad (1.10)$$

em que os cancelamentos ocorrem em vista de 1.4.

Logo, o modelo linearizado do carrinho é

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -2\beta V_{nom}v + 2\alpha U_{nom}u \quad (1.11)$$

Lembrando que $\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{dv}{dt}$ e adotando a notação agrupada

$$a = -\frac{2\beta \dot{X}_{nom}}{m} \quad (1.12)$$

$$b = \frac{2\alpha (U_{nom})}{m} \quad (1.13)$$

obtém-se o modelo para a dinâmica da velocidade do veículo em função de pequenas alterações na velocidade de rotação da hélice, dado por

$$\frac{dv}{dt} = av + bu \quad (1.14)$$

Para se manter a velocidade do veículo próximo ao valor nominal V_{nom} apesar de perturbações tais como rajadas de vento e irregularidades na pista, deseja-se projetar um controlador (regulador).

Para produzir uma ação u , sempre que $v \neq 0$, uma proposta é adotar a estratégia representada por

$$u = -K(V_{nom} - V) \quad (1.15)$$

$$= -Kv \quad (1.16)$$

que corresponde a aumentar linearmente a rotação u da hélice quando a velocidade está abaixo do valor nominal, ou seja, $v < 0$, e diminuir no caso contrário.

O valor v do veículo pode ser medido com o auxílio de um tacômetro acoplado a uma das rodas (supondo que não há derrapagem).

Substituindo a expressão 1.16 em 1.14, resulta que

$$\frac{dv}{dt} = av - Kv \quad (1.17)$$

$$= (a - K)v \quad (1.18)$$

para a qual se sabe que a solução é (basta substituir em 1.18)

$$v(t) = e^{(a-K)t}v(0) \quad (1.19)$$

A figura 1.4 apresenta uma simulação em que $v(0)$ é o erro $V_{nom} - V$ no instante $t = 0$ (quando o cronômetro foi disparado).

Para ilustrar a vantagem da utilização da realimentação, injetou-se no instante $t = 1.5 s$ uma perturbação (representando, por exemplo, passagem por um desnível do solo).

Simulando-se o sistema veículo + controlador utilizando o modelo não linear original, constata-se que a velocidade V_{nom} é recuperada após a perturbação.

Tendo-se projetado o controlador, pode-se, ainda, fazer um estudo adicional sobre o efeito do ganho K no desempenho do sistema.

Embora o erro tenda mais rapidamente a 0 quando o ganho K assume valores maiores, conforme indicado pela expressão 1.19 é importante ressaltar que o incremento na rotação da hélice u pode ser inconveniente, por exemplo, em vista do aumento do consumo de combustível ou de limitações como a saturação do motor que aciona a hélice.

Um outro exemplo de um estudo suplementar poderia ser a análise do efeito de fenômenos aleatórios, tais como aqueles devidos às irregularidades no solo e turbulência do ar, fatores esses que afetam o conforto dos passageiros.

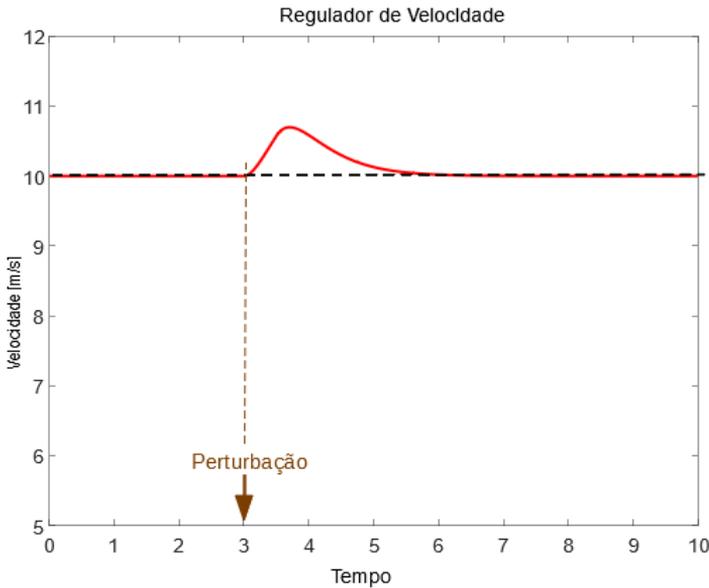


Figura 1.4: Exemplo de projeto de um controlador para regulação da velocidade em que o efeito de uma perturbação é rejeitada.

Nota-se na 1.4 que, embora o carro responda à perturbação que foi aplicada, este retorna ao valor de referência pela ação do controlador. Neste contexto, diz-se que se tem um sistema automático de controle, ou seja, sem a intervenção de um operador humano.

1.3 Público-alvo

Esta obra busca explorar os conceitos e os métodos utilizados em aplicações práticas da teoria de controle, eventualmente expandindo o conteúdo visto em cursos tradicionais da área.

Embora o domínio das noções básicas da teoria de controle facilite a leitura do presente texto, tomou-se o cuidado para limitar os pre-requisitos para uma boa compreensão do material a assuntos vistos, em geral, nos primeiros anos dos cursos de Ciências Exatas, tais como Cálculo Diferencial e Integral, Equações Diferenciais Ordinárias, Álgebra Linear e Cálculo em uma Variável Complexa. Noções de programação de computador são também muito úteis.

O enfoque básico neste livro para abordar os problemas de controle é buscar um tratamento inicial com modelos simplificados (tipicamente modelos lineares).

res e invariantes no tempo) e complementar, posteriormente, com mecanismos tais como escalonamento de ganhos, estruturas *anti-windup*, filtros condicionador de sinais, compensadores, ferramentas de inteligência artificial etc.

Na apresentação de conceitos mais avançados, como controle adaptativo, controle robusto, estabilidade de sistemas não lineares e outros, buscou-se utilizar exemplos simples, porém com tratamento formal rigoroso, sempre que não extrapole o escopo do livro. Por exemplo, sabe-se que a solução da equação diferencial ordinária $\dot{x} = Ax$ a partir de $x(0)$ dado é $x(t) = e^{At} x(0)$. Assim, é fácil substituir essa expressão na equação diferencial e verificar que é, de fato, uma solução. Porém, um procedimento construtivo que permite obter essa solução de modo sistemático é deixado para o Apêndice.

Embora seja recomendado que os exercícios sejam resolvidos preferencialmente à mão, podem ser usados recursos computacionais tais como MATLAB, SciLab e Python Control Systems Library para conferir as soluções. Além disso, alguns exercícios possuem múltiplas soluções em função da escolha do método utilizado e dos parâmetros adotados, principalmente quando se trata de projetos. É interessante, nesses casos, fazer comparações entre os resultados obtidos com diferentes métodos e buscar compreender os fenômenos envolvidos.

1.4 Exercícios

1.4.1 Exercício

Cite 10 sistemas de controle que estão presentes no âmbito domiciliar (por exemplo, controle de temperatura do forno elétrico, velocidade de rotação do seu toca-discos, regulador de tensão do *no-break*, *dimmer* etc.)

1.4.2 Exercício

Cite 10 sistemas de controle que estão presentes no âmbito social (por exemplo, pesca não predatória, plano de previdência social, dinâmica populacional, controle de tráfego urbano, controle do câmbio etc.)

1.4.3 Exercício

Escolha um sistema industrial com o qual está familiarizado e proponha que variáveis seriam interessantes como entradas, como saídas e quais são as potenciais perturbações. Procure estabelecer alguns comportamentos que seriam buscados desse sistema, mediante ações de controle.
