

**COLETÂNEA DE ESTUDOS
DE EGRESSOS DO PROFMAT -
UFRPE**

Conselho editorial

André Costa e Silva

Cecilia Consolo

Dijon de Moraes

Jarbas Vargas Nascimento

Luis Barbosa Cortez

Marco Aurélio Cremasco

Rogério Lerner

Blucher Open Access

ELISANGELA BASTOS DE MÉLO ESPINDOLA
FABIANO BARBOSA MENDES DA SILVA
MARCELO PEDRO DOS SANTOS
(organizadores)

Coletânea de Estudos de Egressos do ProfMat-UFRPE

© 2021 Elisangela Bastos de Mélo Espindola, Fabiano Barbosa Mendes da Silva, Marcelo Pedro dos Santos
Editora Edgard Blücher Ltda.

Publisher Edgard Blücher
Editor Eduardo Blücher
Coordenação editorial Jonatas Eliakim
Produção editorial Kedma Marques
Diagramação Caroline Costa e Silva
Revisão de texto Danilo Villa
Capa Laércio Flenic
Imagem da capa iStockphoto

Editora Blucher

Rua Pedroso Alvarenga, 1245, 4º andar
CEP 04531-934 – São Paulo – SP – Brasil
Tel.: 55 11 3078-5366
contato@blucher.com.br
www.blucher.com.br

Segundo o Novo Acordo Ortográfico, conforme 5. ed. do *Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa*, Academia Brasileira de Letras, março de 2009. É proibida a reprodução total ou parcial por quaisquer meios sem autorização escrita da editora. Todos os direitos reservados pela Editora Edgard Blücher Ltda.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Angélica Ilacqua CRB-8/7057

Coletânea de estudos de egressos do ProfMat-UFRPE / organizado por Elisangela Bastos de Mélo Espindola, Fabiano Barbosa Mendes da Silva, Marcelo Pedro dos Santos. – São Paulo : Blucher, 2021.283p.

ISBN (impresso): 978-65-5550-097-4

ISBN (digital): 978-65-5550-094-3

1. Matemática - Estudo e ensino 2. Geometria - Estudo e ensino I. Espindola, Elisangela Bastos de Melo II. Silva, Fabiano Barbosa Mendes da III. Santos, Marcelo Pedro dos

21-3242

CDD 620.001185

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática - Estudo e ensino

Apresentação

Anete Soares Cavalcanti
Fabiano Barbosa Mendes da Silva

A Universidade Federal Rural de Pernambuco – UFRPE, ao longo dos seus 108 anos de existência, consolidou-se em uma instituição com tradição em ensino, pesquisa e extensão, cuja missão tem como foco “distribuir e disseminar conhecimento e inovação” baseada nos anseios da sociedade. Nesse sentido, o Departamento de Matemática oferece o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, que é um curso semipresencial com oferta nacional coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática – SBM.

Em março de 2011 um grupo de 49 Instituições de Ensino Superior, distribuídas em todo o Brasil, lançou-se no desafio de compor o primeiro Programa de Mestrado Profissional para Qualificação de Professores da Rede Pública da Educação Básica (ProEB), PROFMAT. A UFRPE, como parte desse grupo, abraçou o sonho coletivo de mudar o Ensino de Matemática no Brasil em vários âmbitos através de ações como formação continuada de professores, projetos de ensino e extensão, e ainda promoção do envolvimento, direta ou indiretamente, de estudantes do PROFMAT com Cursos de Graduação e com Escolas do Ensino Básico. Atualmente o PROFMAT é composto por mais de 76 Instituições Associadas (101 cidades de atendimento) abrangendo todos os Estados do Brasil. A partir dessa experiência, outros Mestrados Profissionais do ProEB foram surgindo e hoje abrangem todas as grandes áreas da Educação Básica.

Ainda no âmbito da UFRPE, é importante destacar que o PROFMAT co-

memora 10 anos de existência em 2021 e vem crescendo ao longo dos anos, tendo sua qualidade reconhecida através do Conceito 5 na CAPES (nota máxima que um programa de pós-graduação apenas com o curso de mestrado pode obter) em duas avaliações quadrienais consecutivas, e já conta com mais de 100 defesas de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC)/Dissertação.

A diversidade de temas abordados nesses trabalhos motivou-nos a propor esta Coletânea de Estudos de Egressos do PROFMAT-UFRPE, que se constitui como um registro histórico e, sobretudo, científico, evidenciando o impacto que esse conhecimento pode ter na formação de professores e irrefutavelmente na sua prática em sala de aula. Nesse sentido, apresentamos a seguir uma breve descrição dos estudos trazidos nesta coletânea.

O primeiro estudo trata-se de Uma Proposta Didática para o Estudo de Área e Perímetro no Ensino Fundamental II, em que as autoras, motivadas pelas dificuldades e barreiras de aprendizagem dos estudantes do ensino fundamental no que concerne ao estudo da geometria, propõem uma sequência didática para o ensino de área e perímetro de figuras planas baseada em oficina de construções, medições de contornos e uso de geoplanos, buscando tornar a aprendizagem mais significativa.

Na sequência, o segundo capítulo aborda a Função de Euler e o Princípio da Inclusão e Exclusão, apresentando os principais conceitos, teoremas e exemplos que envolvem essa função, ressaltando ainda a sua interligação ao Princípio da Inclusão e Exclusão, conteúdo amplamente abordado no Ensino Médio.

O terceiro estudo, Considerações sobre Matemática Financeira e Educação Financeira no Ensino Médio: Uma breve análise de documentos oficiais e livro didáticos, apresenta as diferenças entre Educação Financeira e Matemática Financeira e ainda aborda as principais orientações dos documentos oficiais norteadores de propostas curriculares, com ênfase na Base Nacional Curricular Comum (BNCC), e discutem acerca das propostas de ensino de Educação Financeira nos livros didáticos aprovados no PNLE 2018.

O quarto capítulo consagra-se aos Códigos Corretores de Erros no Ensino Médio: Um estudo sobre o Código de Hamming, em que o objetivo é

contribuir para a inserção desse tema na Educação Básica através de uma apresentação mais elementar, propondo, adicionalmente, uma sequência didática para o ensino desse código.

Para o quinto capítulo reserva-se o tema O Estudo de Polinômios com Relatos de História da Matemática, que tem como objetivo apresentar uma abordagem mais atrativa do estudo dos polinômios na Educação Básica a partir da utilização da História da Matemática como ferramenta auxiliar no processo de ensino-aprendizagem, contando ainda com um diferente design na elaboração do texto. O sexto estudo versa Sobre Algoritmos de Ordenação e sua Abordagem no Ensino Médio, cujo objetivo é a realização de uma abordagem didática acerca dos algoritmos Bubble Sort, Selection Sort e Quick Sort, baseando-se nas competências e habilidades propostas na BNCC, nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática e nos Parâmetros Curriculares do Estado de Pernambuco.

No sétimo capítulo o tema desenvolvido é Teoria dos Números no Ensino Básico: Uma proposta de texto didático. O objetivo deste estudo é abordar teoricamente os conteúdos mais clássicos da Teoria dos Números que pertencem ao currículo do Ensino Fundamental, tais como divisibilidade e números primos, dentre outros, apresentando os principais resultados, demonstrações e exemplos.

O oitavo capítulo aborda o tema Cônicas: Refletindo e aprendendo. Com o objetivo de apresentar aos estudantes do Ensino Básico um viés menos abstrato e mais concreto e significativo das cônicas, este estudo propõe atividades como experimentos e sequências didáticas como auxiliares na formação dos principais conceitos.

Por fim, o último capítulo versa sobre A Utilização de Problemas Matemáticos em Aberto no Ensino Médio. A principal ideia deste estudo é abordar alguns desses problemas no Ensino Médio com o objetivo de incentivar o uso de atividades investigativas pelos estudantes. Para tal, foram apresentados problemas em aberto envolvendo números primos, progressões e geometria, dentre outros, e ainda sugestões de atividades para que professores do Ensino Médio possam utilizar em suas aulas.

Sumário

1	Uma proposta didática	15
1.1	Introdução	16
1.2	Fundamentos teóricos e metodológicos	18
1.2.1	A geometria - breve histórico	18
1.2.2	A geometria euclidiana	19
1.2.3	Sequência didática	24
1.2.4	Metodologia - material e métodos	26
1.2.4.1	Montagem da sequência didática	27
1.2.4.2	Aplicação da sequência didática	30
1.3	Considerações finais	36
1.3.1	Análise pré-teste	37
1.3.2	Análise pós-teste	39
1.3.3	Conclusão	40
1.4	Referências bibliográficas	42
1.4.1	Anexo 1 pré-teste	44
1.4.2	Anexo 2 pós-teste	46
2	Função ϕ de Euler	49
2.1	Introdução	50
2.2	Função totiente de Euler	51
2.3	Estudo combinatorial de $\phi(n)$	61
2.4	Função ϕ de Euler e o princípio de inclusão e exclusão	63
2.4.1	Cardinalidade da união de dois conjuntos	63
2.4.2	Cardinalidade da união de três conjuntos	65

2.4.3	Princípio da inclusão e exclusão	68
2.5	Considerações finais	71
2.6	Referências bibliográficas	72
3	Considerações sobre matemática	73
3.1	Introdução	74
3.2	Educação financeira e matemática financeira	75
3.3	Considerações sobre a matemática financeira e a educação financeira em orientações curriculares	77
3.3.1	PCN + ensino médio	78
3.3.2	Orientações curriculares para o ensino médio	78
3.3.3	Parâmetros curriculares para a educação básica no estado de Pernambuco	79
3.3.4	Base nacional comum curricular	80
3.4	Matemática financeira e educação financeira nos livros didáticos (PNLD 2018)	84
3.4.1	Organização dos capítulos sobre matemática finan- ceira nos LD	85
3.4.2	Introdução do tema	87
3.5	Considerações finais	90
3.6	Referências bibliográficas	91
4	Códigos corretores	95
4.1	Introdução	96
4.2	Teoria da informação e códigos corretores de erros	98
4.2.1	O código de Hamming	100
4.2.2	Códigos detectores de um único erro	104
4.2.3	Códigos corretores de um único erro	106
4.2.4	Justificativa dos algoritmos e construção da tabela 2	113
4.2.5	O código $C(7, 4)$ e a família de códigos $C(2^k - 1, 2^k - k - 1)$	116

4.3	Considerações finais	127
4.4	Referências bibliográficas	128
5	O estudo de polinômios	131
5.1	Origem da álgebra	132
5.2	O cálculo algébrico	134
5.2.1	Expressão algébrica	135
5.2.2	Classificação das expressões algébricas	136
5.2.3	Valor numérico de uma expressão algébrica	136
5.3	Monômios	138
5.3.1	Grau de um monômio	141
5.3.2	Monômios semelhantes	141
5.3.3	Operações com monômios	141
5.4	Polinômios	142
5.4.1	Grau de um polinômio	143
5.4.2	Polinômio com uma variável	143
5.5	Operações com polinômios	144
5.5.1	Adição e subtração	144
5.5.2	Multiplicação e divisão	145
5.6	Produtos notáveis	149
5.6.1	Quadrado da soma de dois termos	149
5.6.2	Quadrado da diferença de dois termos	150
5.6.3	Produto da soma pela diferença de dois termos	151
5.6.4	Cubo da soma e da diferença de dois termos	153
5.6.5	Fatorial	153
5.6.6	Combinação	155
5.6.7	Binômio de Newton	156
5.6.8	Triângulo aritmético	160
5.6.9	Fatoração	163
5.7	Referências bibliográficas	166
6	Sobre algoritmos	167
6.1	Introdução	168

6.2	Fundamentos teóricos e metodológicos	169
6.2.1	Análise dos parâmetros curriculares	169
6.2.2	Algoritmos de ordenação e complexidade	174
6.2.2.1	<i>Bubble Sort</i>	176
6.2.2.2	<i>Selection Sort</i>	178
6.2.2.3	<i>Quick Sort</i>	180
6.2.2.4	Comparação gráfica das complexidades dos algoritmos de ordenação	186
6.2.3	Sequência didática	187
6.3	Considerações finais	190
6.4	Referências bibliográficas	191
7	Teoria dos números	193
7.1	Fundamentos teóricos e metodológicos	194
7.1.1	Divisibilidade	194
7.1.2	Divisão Euclidiana	197
7.1.3	Números primos	199
7.1.4	Máximo divisor comum - MDC	204
7.1.5	Menor múltiplo comum - MMC	209
7.1.6	Equações diofantinas	213
7.1.7	Congruências	216
7.1.8	Teorema de Euler e Fermat	220
7.2	Considerações finais	223
7.3	Referências bibliográficas	223
8	Cônicas: Refletindo e aprendendo	225
8.1	Introdução	226
8.2	Fundamentos teóricos e metodológicos	228
8.2.1	Sequência didática - aplicação das atividades lúdicas	231
8.2.1.1	Atividade 1: Experimento com lanterna (Duração: 1 aula).	233
8.2.1.2	Atividade 2: Construções das cônicas com barbante (Duração: 3 aulas).	235

8.2.1.3	Atividade 3: Construção das cônicas usando dobradura (Duração: 2 aulas).	240
8.2.1.4	Atividade 4: Experimento de reflexão (Duração: 2 aulas).	245
8.2.1.5	Atividade 5: Visita ao museu interativo de ciência de Pernambuco – Espaço Ciência (Duração: 4 aulas).	249
8.3	Considerações finais	251
8.4	Referências bibliográficas	253
9	A utilização de problemas matemáticos	257
9.1	Introdução	258
9.2	Fundamentos teóricos e metodológicos	261
9.2.1	Problemas em aberto de teoria dos números	261
9.2.1.1	Os Números primos	261
9.2.2	Problemas em aberto de combinatória	265
9.2.2.1	Quadrados mágicos	265
9.2.3	Quadrados mágicos de quadrados perfeitos	269
9.2.4	Quadrados mágicos de números primos	270
9.2.4.1	Problemas em aberto de geometria	272
9.2.4.2	O Tijolo de Euler	273
9.2.5	Aplicação em sala de aula	274
9.2.5.1	Quadrados mágicos e progressões aritméticas	274
9.3	Considerações finais	287

