

ORQUESTRAÇÕES INSTRUMENTAIS COMO *PIVOT* DA FORMAÇÃO DOCENTE VIVÊNCIA E REFLEXÃO TEÓRICO-PRÁTICA NA METAORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL

Rosilângela Lucena

A formação professores de matemática é sempre um grande desafio. A complexidade de se propiciar uma formação que permita integração teoria-prática conjugada ao uso de tecnologias digitais como suporte à prática docente torna este desafio ainda mais longe de ser superado. O universo *web* e sua diversidade de artefatos digitais à disposição de seus usuários é um espaço fértil para o desenvolvimento de práticas educativas e em rápida evolução. Cada vez mais *softwares*, aplicativos entre outros dispositivos digitais são desenvolvidos na perspectiva de favorecer o ensino e a aprendizagem de matemática. Entretanto, a integração desses artefatos à prática docente está distante de ser uma realidade nas aulas de matemática.

Dois elementos são apontados nas pesquisas (ZBIEK; HOLLEBRANDS, 2008), como cruciais para uma boa integração: primeiro, as concepções dos professores sobre o ensino e aprendizagem com tecnologias digitais; e segundo, a formação do professor para tal integração. Os autores realizaram uma revisão de literatura sobre pesquisas que investigam a formação de professores, inicial e em serviço e apontam que as concepções dos professores quanto à tecnologia influenciam o uso dessa no desenrolar de sua prática docente. E ainda, que a for-

mação dos professores para integração das tecnologias à sua prática influencia suas concepções e ações em relação a tais tecnologias.

Algumas das pesquisas revisadas por Zbiek e Hollebrands revelam, também, que, no uso de tecnologias, professores em formação ou em serviço preferem focar no ensino da tecnologia em vez do uso dessa como instrumento para aprender e ensinar matemática. Eles afirmam que, embora esses professores mudem à medida que eles incorporam tecnologias à sua prática docente, preocupações de diferentes naturezas, muitas correlatas à sua realidade, emergem nesse percurso. As preocupações compreendem: conhecimento necessário para uso das tecnologias, impactos advindos desse uso, seleção de situações, gerenciamento do uso da tecnologia em sala de aula, impactos que podem afetar alunos, outros professores e o currículo (ZBIEK; HOLLEBRANDS, 2008).

Nesse contexto, podem-se perceber dois problemas: a formação do professor exige a constituição de diversos tipos de conhecimentos, que permeiam elementos do conteúdo, da formação teórica e da prática; a docência exige uma formação que articule teoria e prática. Tais aspectos são fundamentais à mudança de concepção e conduta desses professores na perspectiva não apenas do uso, mas, principalmente, da integração de tecnologias digitais para ensinar e aprender matemática.

É no âmbito do estudo do uso de tecnologias digitais em sala de aula de matemática que emergem modelos teóricos que favorecem essa integração. A exemplo disso, a Abordagem Instrumental (RABARDEL, 1995) permite analisar como o indivíduo faz uso de artefatos para aprender matemática, por meio da gênese instrumental. E, ainda, a Orquestração Instrumental (TROUCHE, 2004, 2005) que visa favorecer o processo de gênese instrumental dos estudantes a partir da gestão do ensino pautado em situações matemáticas integradas às tecnologias, especialmente, as digitais. Lucena (2018) desenvolve um modelo de formação de professores na perspectiva de favorecer a articulação da teoria-prática e integração das tecnologias digitais para o ensino de matemática, a Metaorquestração Instrumental (MOI). O design do modelo fundamenta-se na Orquestração Instrumental (OI) e visa formar seus participantes sobre a Orquestração Instrumental. É composto por cinco orquestrações instrumentais, entre elas, a Orquestração Instrumental *Pivot*, foco deste texto.

A Orquestração Instrumental *pivot* (OI_p) foi criada para dar suporte à resolução de uma situação matemática (Sp) proposta. Por meio dela, os participantes podem vivenciar a execução de uma Orquestração Instrumental, portanto fundamental na Metaorquestração Instrumental (MOI). Podem, também, analisar os

eventos correlatos à própria gênese instrumental nessa experiência, que podem compor um banco de exemplos dos pressupostos teóricos estudados na formação a serem utilizadas em suas argumentações.

Neste capítulo apresenta-se e discute-se a Orquestração Instrumental *Pivot*, sob dois pontos de vista cruciais para a Metaorquestração Instrumental:

- I) a gênese instrumental de estudantes que interagem e trabalham colaborativamente para resolver a situação matemática proposta da *OIpivot*;
- II) os eventos que emergem da experiência vivida na *OIpivot* relativos à gênese instrumental para formação de um banco de exemplos que favoreça a apreensão dos conceitos correlatos a esta temática.

Este capítulo está organizado em três seções. Na primeira, discute-se a noção de esquema e situação (VERGNAUD, 1996), a Gênese Instrumental (RABARDEL, 1995) e os modelos teóricos Orquestração Instrumental (TROUCHE, 1995; DRIJVERS *et al.*, 2020) e Metaorquestração Instrumental (Lucena, 2018). Na segunda seção, há um detalhamento da orquestração instrumental *pivot*, a situação matemática, a configuração didática e o modo de execução desta. Na terceira e última seção, apresentam-se e discutem-se os principais resultados do estudo, uma (meta)performance didática dos eventos sobre a gênese instrumental, gerados a partir da execução da *OIp*.

ESQUEMA E SITUAÇÃO DOIS ELEMENTOS CHAVE PARA COGNIÇÃO

É na ação do estudante, no trabalho matemático desenvolvido com suporte dos artefatos disponibilizados que o professor pode observar como o aluno aprende, o que sabe e o que conseguiu aprender a partir daquela experiência. Nenhum professor que deseje favorecer a gênese instrumental de seus estudantes ou mesmo orquestrar seu ensino visando tal objetivo, poderá fazê-lo sem propor uma boa situação matemática integrada a artefatos para resolvê-la.

Essa relação entre o sujeito e o artefato, desencadeada por uma situação a ser resolvida, demanda esquemas do repertório do sujeito ou mesmo que esse os desenvolva. É a identificação e a análise desses esquemas em situação que permitem ao pesquisador inferir sobre a gênese instrumental do sujeito. Por isso, é relevante discutir sobre esses conceitos que possuem uma relação dual, como bem afirma Vergnaud (2013, p. 50): “não há situação sem esquemas, nem esquemas sem situação”.

A noção de situação usada por Vergnaud (1996, p. 171), não é de sentido amplo, mas a mesma adotada pelos psicólogos, cujas funções são os processos cognitivos e as respostas dos sujeitos quando confrontados pelas situações. Vergnaud não assume o sentido de “situação didática”, mas sim, “A ideia é que qualquer situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas das quais é importante conhecer a natureza e a dificuldade específica” (VERGNAUD, 1991, p. 167).

Além da noção de situação, utiliza-se também a noção de esquema defendida por Vergnaud (2013, p. 284-285, tradução nossa): “O esquema é a organização invariante da atividade para uma definida classe de situações”. Vergnaud acrescenta ao trabalho de Piaget uma definição analítica de esquema, ao colocá-lo como uma totalidade dinâmica e funcional formada por quatro componentes, a saber: (a) um objetivo, com subobjetivos e antecipações; (b) regras de ação, de tomada de informação e de controle; (c) invariantes operatórios que são os conceitos-em-ação e o teoremas-em-ação; (d) possibilidades de inferência em situação.

Os primeiros dão o caráter intencional do esquema do sujeito em situação, consistem em eventuais resultados esperados em relação à atividade. As regras, consideradas a dimensão geradora do esquema, são responsáveis pelo percurso de condução e da atividade. Dentre os invariantes operatórios, os teoremas em ação são proposições ou afirmações, conhecimentos operatórios dos esquemas, considerados como verdadeiros sobre a situação pelo sujeito, mas que podem ser verdadeiros ou falsos quando analisados do ponto de vista da área do conhecimento e consistem no conhecimento em jogo. Já os conceitos em ação são objetos, predicados, ou categorias de pensamento tidos pelo sujeito como pertinentes, relevantes. Por não serem afirmações, proposições não são suscetíveis a se testar a veracidade. Os conceitos em ação podem corresponder ou não aos conceitos matemáticos. Por último, as inferências consistem nas construções realizadas a partir de articulações, feitas pelo sujeito, entre os invariantes operatórios e o cálculo em termos de objetivos, antecipações e regras, onde se dá o avanço do sujeito em relação aos seus esquemas anteriores, ao lidar com novas situações.

A organização invariante do comportamento do sujeito em situação favorece a observação do esquema, não apenas para identificá-lo, mas também para verificar quando esse é substituído ou modificado.

GÊNESE INSTRUMENTAL: DESENVOLVIMENTO DE ESQUEMAS PARA SITUAÇÃO E ARTEFATO

O disponibilizar de artefatos para a aprendizagem, envolve da parte do professor um processo de transformação desse artefato em um instrumento didático, atribuindo a ele esquemas de uso, que o transforma em um instrumento de ensino. Ao mesmo tempo, para o estudante, o artefato atribuído pelo professor precisa receber por parte do estudante esquemas que o tornem instrumentos de aprendizagem. Assim, nosso ponto de partida é o conceito de artefato. Não se trata de em uma discussão centrada no artefato em si mesmo, mas no processo de utilização desse.

De acordo com Rabardel (1995), o artefato é uma produção humana, material e externa de um ou mais desenvolvedores, concebida a partir de critérios, para exercer determinadas funções, atuar como ferramenta, com as finalidades para as quais fora criado. Um indivíduo que faça uso desse artefato imprime sobre ele seus esquemas mentais de uso, transformando-o em um instrumento seu. Ainda segundo este autor, um instrumento é uma produção humana, cognitiva e interna do usuário, que pode ser desenvolvida de forma individual ou coletiva, resultante de um processo denominado gênese instrumental. Um instrumento é uma entidade mista formada por dois componentes:

[...] de uma parte, um artefato, material ou simbólico, produzido para o sujeito ou para outros; de outra parte, um ou mais esquemas de utilização associados ao artefato, resultam de uma construção própria do sujeito, autônoma ou de uma apropriação de seus ShSU já formada exteriormente (RABARDEL, 1995, p. 95, tradução nossa).

É nessa perspectiva de uma conceitualização psicológica de artefato e de instrumento que repousa a Abordagem Instrumental (RABARDEL, 1995), para o campo da ergonomia e da didática, e sobre a qual busca-se discutir a gênese instrumental. Segundo Rabardel (1995), a gênese instrumental é a transformação do artefato gerada pela ação do sujeito, tornando-o um instrumento à medida que o sujeito passa pelo processo de instrumentação ao integrá-lo à sua prática. A transformação do artefato em instrumento não é própria da estrutura da ferramenta, mas dos esquemas que o sujeito desenvolve para integrá-lo.

No âmbito da sala de aula, o professor ao propor situações com o uso de artefatos, coloca seus alunos em processo de gênese instrumental; nesse movimento, ele favorece a realização pelos alunos de ações, tais como manipular e experimentar ferramentas para resolver uma dada situação matemática. Essas ações marcam o início da instrumentalização desses estudantes. Segue-se um processo

dialético entre instrumentação e instrumentalização, que culminam nas ações instrumentadas. Ao resolver a situação, o estudante estará instrumentado em relação ao artefato utilizado, integrado à sua prática, ou seja, um instrumento.

ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL E A GESTÃO DO ENSINO PARA PROPICIAR A GÊNESE INSTRUMENTAL

Uma orquestra, de forma geral, pode ser reconhecida como um agrupamento instrumental, composto por maestro e instrumentistas, seus instrumentos e partituras, todos dispostos em um espaço com a finalidade de executar uma música. A metáfora da orquestração instrumental (TROUCHE, 2004) compara a sala de aula a uma orquestra, em que o professor é o maestro.

A metáfora é um modelo teórico que muito tem contribuído com pesquisas que buscam investigar a prática docente em sala de aula rica em tecnologias, na assistência dada aos estudantes no uso de artefatos para resolução de situações propostas. Dessa forma, apresentamos, a seguir, sua definição cunhada por Trouche.

Uma orquestração instrumental é o arranjo sistemático e intencional dos elementos (artefatos e seres humanos) de um ambiente, realizado por um agente (professor) no intuito de efetivar uma situação dada e, em geral, guiar os aprendizes nas gêneses instrumentais e na evolução e equilíbrio dos seus sistemas de instrumentos. É sistemático porque, como método, desenvolve-se numa ordem definida e com um foco determinado, podendo ser entendido com um arranjo integrado a um sistema; é intencional porque uma orquestração não descreve um arranjo existente (sempre existe um), mas aponta para a necessidade de um pensamento *a priori* desse arranjo (2005, p. 126, tradução nossa).

Os princípios da orquestração instrumental são a configuração didática, o modo de execução, ambos caracterizados por Trouche (2004), e a performance didática, caracterizada por Drijvers et al. (2010). Os princípios da OI corroboram com o planejamento da gestão dos elementos que compõem a configuração didática. Também, norteiam a(s) forma(s) como a orquestração pode ser executada na configuração didática e, ainda, permitem analisar a performance da OI.

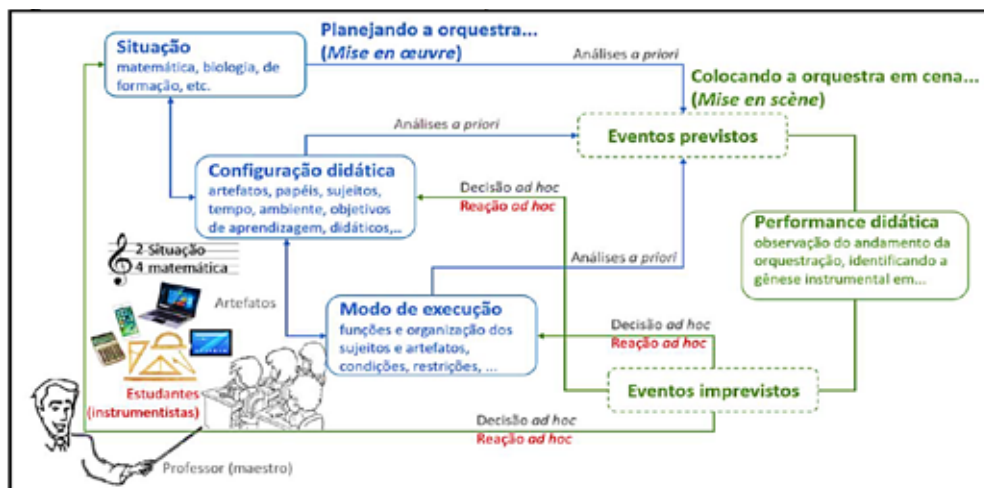
Uma configuração didática diz respeito a um conjunto de situações e escolhas didáticas que deverão ser realizadas pelo professor. Um modo de execução é uma forma de utilização dos artefatos em uma dada configuração (podemos dizer: uma forma de viver em certa arquitetura). Para uma configuração proposta, existem vários modos possíveis de execução dessa (TROUCHE; BELLE-

MAIN, 2016, p. 7). Mesmo com papéis e funções bem definidos na configuração didática, há diversas formas de exercer uma mesma função.

Drijvers *et al.* (2010, p. 215) afirmam que “[...] a performance didática consiste no desempenho alcançado pelo cenário projetado, em que se faz possível, verificar a viabilidade das intenções e o sucesso da realização da orquestração instrumental”. Esses autores propõem o conceito de performance didática na perspectiva de que sejam descritos todos os ajustes que o professor é levado a realizar durante o modo de execução da OI, em pleno andamento.

Essa descrição é relevante porque põe em evidência os ajustes planejados pelo professor para atender às demandas ocasionadas por eventos, que podem ocorrer, sejam por ele previstos ou não. Também dá visibilidade às decisões *ad hoc* que emergem para dar conta das situações imprevistas, e que são tomadas para atender uma necessidade momentânea, a fim de não comprometer o todo já estruturado. O cenário didático (Figura 1) favorece a compreensão de como uma orquestração instrumental é estruturada.

Figura 1 – Esquema da Orquestração Instrumental



Fonte: LUCENA, 2018, p. 124.

Os elementos de um cenário de execução didática de uma OI estão esquematizados em dois atos (Figura 1): o primeiro – *Mise en oeuvre* – denota o momento do planejamento da orquestração, a configuração didática e o modo de execução, para dar suporte à realização da situação; o segundo ato – *Mise en scène* – denota o momento em que a orquestra é colocada em cena, ou seja, como ela está sendo executada, como está favorecendo, ou não, a realização da situação proposta –

a *performance* didática (LUCENA, 2018; LUCENA; GITIRANA; TROUCHE, 2018).

O primeiro ato, *Mise en oeuvre* (em azul), é orquestrado pelo professor que determina a situação, escolhe artefatos a ser disponibilizados, define os papéis, funções de cada sujeito, o tempo de duração etc. E, também, as análises *a priori* de natureza didático-pedagógica (em cinza). O segundo ato, *Mise en scène* (em verde), é a vivência do primeiro ato, pelo professor e seus estudantes. Neste, são confirmadas as previsões feitas pelo professor e a implementação ou não de “planos B” para as situações já previstas. Também são identificadas as decisões *ad hoc* do professor (em cinza) e as reações *ad hoc* dos estudantes (em vermelho) para os eventos imprevistos.

Se por um lado a Orquestração Instrumental tem contribuído como modelo para a investigar a prática docente em sala de aula rica em tecnologias; por outro, tem servido como modelo para a ação docente, importante então a formação de professores sobre o modelo da Orquestração instrumental.

METAORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL: A FORMAÇÃO DO PROFESSOR SOBRE ORQUESTRAÇÕES INSTRUMENTAIS

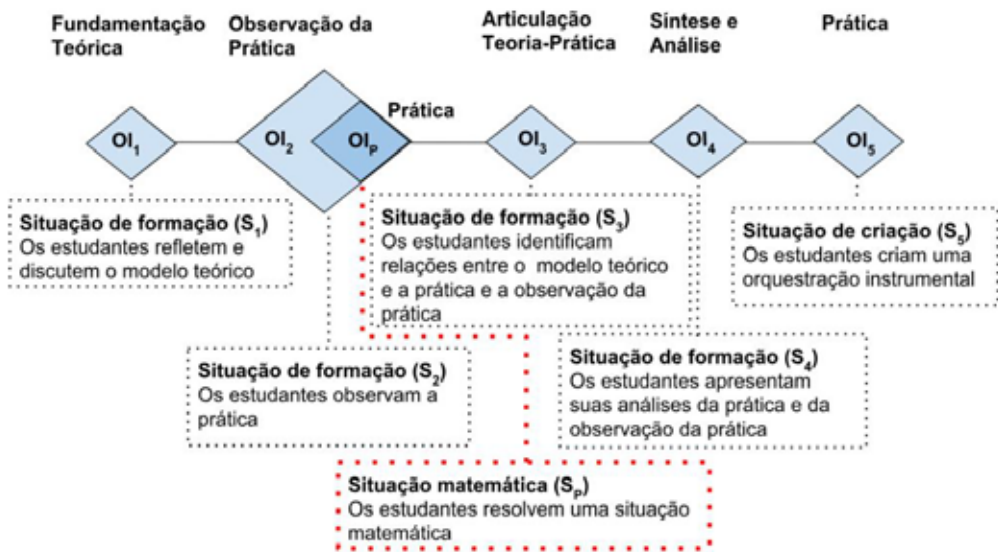
A metaorquestração instrumental (MOI) é um modelo para formação de professores, pautado na OI que visa fazer o professor se apropriar do modelo teórico Orquestração Instrumental (OI). O modelo é uma composição de diferentes orquestrações instrumentais, cujas situações, também, são de natureza diferentes. Assim, inspirada na definição de orquestração instrumental de Trouche (2005), a Metaorquestração Instrumental é definida como a gestão sistemática e intencional, por um agente (formador(es)), dos artefatos e dos sujeitos (professores e futuros professores) confrontados com uma Metassituação (MS), com o objetivo de se apropriarem do conceito de Orquestração Instrumental. Uma Metassituação pode ser entendida como uma situação complexa que pode ser analisada como uma combinação de situações de natureza e dificuldade próprias. Vale salientar que tomamos por situação a noção atribuída por Vergnaud (VERGNAUD, 1991, p. 167).

Assim como a Orquestração instrumental, a MOI possui três princípios. A metaconfiguração didática que pode ser entendida como uma arquitetura dos sujeitos (estudantes), artefatos, escolhas didáticas e as situações, definidos pelo maestro (professor/formador). Essa arquitetura pressupõe, além do conjunto de orquestrações instrumentais internas, a organização, articulação e gestão das

orquestrações instrumentais que irão compor a MOI. O metamodo de execução didática que consiste em diferentes formas de se colocar em execução a arquitetura de cada orquestração instrumental da metaconfiguração didática. Ao menos uma forma de execução da metaconfiguração didática precisa ser prevista. A metaperformance didática que é o desempenho alcançado pela metaorquestração instrumental, considerando a viabilidade da arquitetura criada para a apropriação do modelo teórico Orquestração Instrumental. Trata da identificação das situações imprevistas, decisões e reações *ad hoc* que são relevantes para determinar quão bem-sucedidas foram as orquestrações executadas, tanto interna quanto externamente a cada orquestração.

Em Lucena (2018), um primeiro design da Metaorquestração instrumental foi desenvolvido (Figura 2). Ele permite compreender como o modelo de formação está estruturado.

Figura 2 – Design da Metaorquestração Instrumental



Fonte: LUCENA, 2018, p. 134.

O design é composto por seis OI. A OI₁ que tem por objetivo dar suporte à situação de reflexão e discussão (S₁), criada para fundamentação teórica dos participantes da formação sobre a OI. A OI₂ que é executada de forma imbricada à OI_p (A orquestração Instrumental *Pivot*). Dada sua relevância para Metaorquestração Instrumental, essa OI toma o título de *Pivot*, pois é o experimento do qual emergem eventos que podem ser correlacionados aos elementos teóricos da OI. O termo *pivot*, de etimologia francesa, significa aquilo que representa um

sustentáculo. Enquanto a situação (Sp) da OIp coloca os participantes na condição de estudante que busca aprender matemática com suporte de tecnologias, a situação (S2) da OI2 coloca os participantes no papel do professor que observa o desempenho e a evolução da gênese instrumental dos estudantes na OIp. A S2 consiste na observação da prática (Sp). A OI3 dá suporte à atividade de articulação entre teoria e prática (S3), entre o que diz a teoria e como ela acontece na prática. A ideia é que, a partir da resolução da S3, os participantes da formação consigam estabelecer relações entre o que foi estudado sobre modelo teórico na OI1, o que foi experimentado na OIp e o que foi observado na OI2 referente à vivência na OIp. Já a OI4 foi estruturada para favorecer a resolução da situação S4, que propõe ao participante o acesso aos dados produzidos por ele e por seu grupo, durante a execução das orquestrações. A partir desse acesso, serão possíveis a reflexão e a análise dos dados. Em um segundo momento, participantes apresentarão uma síntese da análise realizada para discutir com toda turma.

A última orquestração instrumental (OI5), integrada ao *design* da MOI, foi concebida para que o estudante coloque em prática (na S5) o que apreendeu sobre a teoria estudada. Na OI5, os participantes são desafiados a criar uma OI para dar suporte a uma situação escolhida ou criada por eles. Entre outros resultados que podem emergir da execução da OI5, a análise da situação e da orquestração criadas poderá revelar ou não, se a apropriação dos participantes da formação quanto ao modelo teórico que buscam aprender, a Orquestração Instrumental, foi de fato consolidada.

A ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL PIVOT (OIP)

A Orquestração Instrumental *pivot* (OIp) é um experimento que tem por objetivo promover a vivência prática de uma aula orquestrada. Ela dá suporte a cada grupo de participantes no processo de resolução de uma situação matemática e didática (Sp) com o uso de tecnologia digital, situação esta proposta na Metaorquestração Instrumental (MOI). A OIp foi desenvolvida de forma imbricada com a OI₂, essa por sua vez, parte dos estudantes do grupo, observavam o trabalho desenvolvido pelos estudantes engajados na OIp. Uma configuração didática foi desenvolvida e um modo de execução previsto pelas formadoras para ser executada em sala de aula presencial visando favorecer a gênese instrumental dos estudantes-atores (EA), denominação dada aos estudantes envolvidos na OIp.

A execução da OIp gera, por meio de ações desenvolvidas pelos Estudantes-Atores, ao longo da resolução da situação matemática, um banco de eventos que servem como exemplos práticos do modelo teórico em estudo, a Orquestração

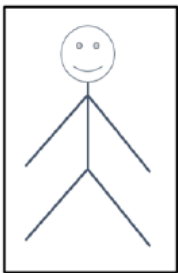
Instrumental. Ela também favorece o uso desse banco de exemplos como um artefato suporte para compreender o modelo teórico e para realizar as demais situações propostas nas diferentes orquestrações instrumentais da MOI.

SITUAÇÃO MATEMÁTICA DA OIP

A situação didático-matemática foi escolhida na perspectiva de explorar os conceitos de proporção e de simetria, uma vez que esses conhecimentos matemáticos são básicos e da formação escolar de todos os participantes. Além disso, decidiu-se que a situação deveria ser realizada em um *software* de geometria dinâmica. A situação escolhida baseou-se em uma situação de Hoyles et al. (1991). Nesse projeto, o grupo de pesquisa inglês desenvolveu e experimentou uma situação de construção de um boneco utilizando a linguagem LOGO, respeitando as proporções do corpo humano, até a construção de um programa para bonecos de todos os tamanhos com a manutenção da semelhança entre os diferentes bonecos obtidos.

A situação matemática proposta na OIP demandava aos EA a construção de um boneco (cabeça, tronco e membros inferiores e superiores), com vista frontal (Figura 3), que manteve a semelhança com o original quando qualquer de suas partes fosse alterada por arrasto. Optou-se por oferecer o desenho do boneco para que os estudantes se mantivessem com um boneco simples, com foco nas razões entre os comprimentos das partes do boneco. Para isso, algumas condições foram impostas e a situação ficou como mostra a figura a seguir:

Figura 3 – Situação didático-matemática e o desenho fornecido pelas formadoras

	<p>I – Escolha uma pessoa do seu grupo como modelo e verifique a razão entre as medidas das partes do corpo (ver boneco);</p> <p>II – Construa o boneco no <i>software</i> de geometria dinâmica <i>GEOMETRIA DINÂMICA</i>;</p> <p>III – A simetria entre os lados direito e esquerdo do corpo e as razões estabelecidas devem ser respeitadas mesmo se ampliarmos ou diminuirmos qualquer parte do corpo;</p> <p>IV – O tempo para a conclusão da atividade é de 30 minutos.</p>
---	---

Fonte: LUCENA, 2018, p. 181.

A situação matemática proposta não tinha por objetivo ensinar objetos matemáticos aos participantes, uma vez que esses já eram conhecidos. Mas, possibilitar uma experiência prática de execução de uma orquestração instrumental criada para sala de aula de matemática do ensino básico explorando caracte-

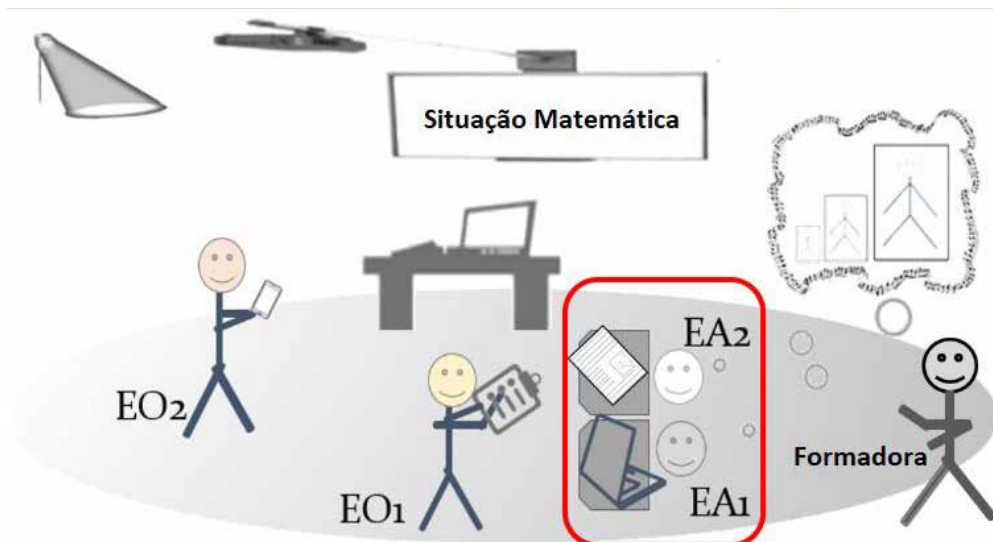
rísticas importantes da tecnologia, como o arrasto na geometria dinâmica e a construção de figuras, diferentemente da construção de desenhos. Tinha-se uma perspectiva de que os participantes conseguissem perceber relações entre aspectos dessa experiência e os pressupostos teóricos da OI.

CONFIGURAÇÃO DIDÁTICA DA OIP

Previu-se a formação de grupos, com dois ou no máximo três estudantes (EA), por grupo, para resolver a situação proposta e enviar o arquivo de resolução para as formadoras. Elas eram as responsáveis pela gestão da sala, apresentação aos estudantes da situação matemática, organização e distribuição dos equipamentos e dos protocolos de orientação, controles do tempo e de ações externas ao contexto da orquestra que pudessem comprometer seu bom andamento. Tinham, ainda, por função a mediação e o suporte técnico e didático, sempre que solicitado ou quando necessário, mesmo que os EA não solicitassem.

As tecnologias disponibilizadas foram: um *notebook* por grupo, com bateria carregada, acesso livre à internet, *software GeoGebra* para resolver a situação e o *software aTube Catcher* para captura de tela (audiovisual), ambos já instalados. Algumas ferramentas do menu do GeoGebra foram omitidas, decisão das formadoras para evitar que os EA resolvessem a situação sem considerar as propriedades que garantem que a construção proposta é, de fato, geométrica. Um protocolo de orientação impresso com a descrição da situação matemática, condições e orientações foi entregue aos EA.

Figura 4 – Cenário das configurações didáticas da OI₂ e OIp



* **Duo (EA1 e EA2):** duas pessoas (estudantes) que interagem para efetuar uma atividade (situação matemática) de forma colaborativa.

Fonte: LUCENA, 2018, p. 186.

O cenário (Figura 4) revela duas configurações didáticas previstas para a OIp: (a) constituída de um *duo* (duas pessoas que interagem colaborativamente para realizar uma dada atividade), um protocolo de orientação com descrição da situação matemática e um *notebook* com o *software* GeoGebra instalado para resolver a situação, com o *aTube Catcher* para gravar as interações e ações no *notebook* (audiovisual); (b) diferencia-se de (a) pelo uso do *tablet*.

MODO DE EXECUÇÃO

Um modo de execução da configuração didática da OIp foi previsto, no qual as formadoras entregam aos EA o protocolo de orientação e o *notebook* já carregado, com os *softwares* já instalados. O segundo modo é definido pelo uso do *tablet* que foi dado para apenas um grupo. As formadoras realizam mediações com os EA dos grupos formados, sempre que solicitado ou necessário, durante os 30 minutos dados para resolução da Sp e dão suporte técnico diante de problemas nos equipamentos ou *softwares* fornecidos. Após os 30 minutos, as formadoras encerram o experimento, orientam o salvamento dos arquivos e seu envio para uma pasta do *Gdrive* e recolhem os equipamentos.

Quanto ao trabalho dos EA, caberá a decisão de quem fica no controle do equipamento e de quem vai dar suporte. Os estudantes podem escolher atuar de forma alternada com relação a esses dois papéis, também. Esses não podem manter contato com outros estudantes (EP) de seu grupo ou de outros grupos durante o processo de resolução da Sp. Devem utilizar os artefatos fornecidos ou outros que não tenham sido disponibilizados. Eles terão 30 minutos para resolver colaborativamente a Sp, seguindo as instruções do protocolo de orientação para resolução e envio desta. O trabalho do *duo* pode ser colaborativo ou mais individualizado, e a estratégia de resolução ser de fato de um só indivíduo, apesar de solicitar-se a resolução em *duo*.

MÉTODO DE ANÁLISE DA OIP

A OIp foi executada em sala de aula presencial, com a presença de 16 estudantes, de um curso de Licenciatura em Matemática de uma Instituição Federal de Ensino Superior, os quais formaram quatro grupos (A, B, C e D) com quatro estudantes cada. A orquestração instrumental foi testada como parte do conteúdo de uma disciplina, a Metodologia do Ensino da Matemática e foi estudada por meio da Metaorquestração Instrumental vivenciada.

Tanto aspectos da pesquisa como aspectos relativos à experimentação em uma situação real de formação inicial de professores, nos levam a definir alguns critérios para escolha dos grupos que deveriam ter seus dados analisados. Como uma situação real, há estudantes que faltam às aulas, mas precisam ter a continuidade no curso garantido. Assim, a opção de realizar a OIp como tarefa de casa foi adicionada à Metaorquestração. No entanto, para a análise dos dados optou-se por considerar grupos com (a) participação presencial na OIp. Esse primeiro critério se justifica pelo fato do acompanhamento das formadoras durante a atuação dos EA, os quais deveriam seguir as orientações e restrições estabelecidas. Além dessa, optou-se por escolher grupos em que houvesse (b) a participação de pelo menos um dos seus membros de cada grupo em cada orquestração da formação, dada a necessidade de se observar os reflexos dessas vivências na acessão aos conceitos correlatos à OI, em especial, os que emergiam da OIp. Três grupos atenderam aos critérios (a) e (b), a saber: A, C e D. Optou-se por analisar os dados do grupo D, que revelou melhor participação na formação e conseguiu fazer uso do modelo teórico em todas suas participações nas orquestrações vivenciadas.

Experimentação e dados coletados

Os dados coletados referem-se aos dados gerados pelos estudantes-observadores na OI₂ e pelos EA na OIp, em momentos simultâneos. Foram gerados três tipos de vídeos: (a) o da tela do computador ou *tablet*, feito pelo *software aTube Catcher* que gerou um audiovisual das ações dos EA no computador/*tablet* durante a resolução da situação matemática; (b) o do estudante-observador na OI₂ que filmou as interações dos EA, entre eles, com as mediadoras (formadoras), com as tecnologias utilizadas e demais colegas do grupo. Os gestos desses estudantes também foram captados; e (c) um vídeo realizado por uma câmera colocada em ponto estratégico da sala, para filmar a dinâmica da sala como um todo. Além dos vídeos, analisou-se o arquivo de construção do boneco, com todo histórico (passo a passo) de construção do *duo*, gerado pelo *software* GeoGebra e salvo pelos EA.

Técnica de Análise

A análise dos dados da MOI está pautada na análise microgenética interpretativa com suporte da videografia. Trata-se de uma técnica que permite analisar condutas minuciosamente. O foco principal de tal abordagem não está em identificar como surgem as ações, “[...] mas identificar seus significados em relação à atividade e situações específicas” (MEIRA, 1994, p. 60). A estrutura de análise sugerida por Meira (1994) consiste na familiarização com os dados, criação do índice de eventos, análise interpretativa dos eventos correlatos ao problema de pesquisa, descrição dos acontecimentos, transcrição detalhadas de eventos, análise exaustiva das transcrições e, por fim, divulgação dos resultados e da apresentação de interpretações ilustradas. A análise teve como foco os eventos produzidos pelo *duo* (estudantes-atores) na resolução da situação matemática com suporte de artefatos.

Inicialmente, os vídeos foram assistidos várias vezes, integral e parcialmente, sempre que necessário, o que permitiu decidir pelo uso dos vídeos gerados pelo *aTube Catcher* e pelo estudante-observador (OI2). Todo seu conteúdo é de um total de 35 minutos de experimento da OIp, o qual foi transcrito e organizado em um sumário de eventos organizado em sete etapas que caracterizam todo processo de resolução da situação matemática: 1. Tomada de informações sobre a situação matemática; 2. Início da construção da cabeça do boneco no *tablet*; 3. Construção da cabeça do boneco no *tablet* influenciada pela mediação da formadora; 4. Construção da cabeça do boneco no *tablet* em processo de troca pelo *notebook*; 5. Construção da cabeça do boneco no *notebook*; 6. Construção do

corpo do boneco no *notebook*; 7. Construção do corpo do boneco após reiniciar o *notebook* (descarregamento de bateria).

Os eventos do banco de exemplos foram organizados em cinco linhas do tempo ilustradas de acordo com as temáticas que eles colocavam em evidência, relativas à OI: 1. Situação Matemática; 2. Gênese Instrumental; 3. Configuração Didática; 4. Modo de Execução; 5. Performance Didática. Neste trabalho, discute-se os eventos da linha do tempo que dá luz à Gênese Instrumental do *duo*.

Linha do tempo da gênese instrumental do duo

A linha do tempo da gênese instrumental é composta de eventos que colocam em evidência os processos de instrumentação e instrumentalização do *duo* (EA1/EA2), observados nas interações e ações do *duo* nos usos dos artefatos tecnológicos como tablet, notebook e GeoGebra para resolver a situação matemática.

Ilustrações dos eventos e trechos das interações entre os EA1 e EA2, entre eles e a formadora, e entre eles e os artefatos disponibilizados são utilizados para enriquecer a análise realizada. Apenas alguns dos eventos são descritos e analisados neste trabalho. Para ver a linha do tempo da gênese instrumental do duo na OI_p completa, segue um QRcode para acessá-la.

Figura 5 – QRcode da linha do tempo da gênese instrumental do duo na OI_p



Fonte: Elaborada pela autora.

1ª Etapa: tomada de informações, situação matemática e o protocolo de orientação

As discussões e decisões iniciais do *duo* (EA1/EA2) sobre a situação matemática com a versão do GeoGebra para *tablet*, dão início aos processos de instrumentalização e instrumentação com o artefato protocolo de orientação. Duas das condições impostas pela situação, registradas nesse protocolo, conduziram o trabalho matemático do *duo*: a) a definição de um modelo humano para se obter a razão de proporcionalidade; e b) a ampliação/redução do boneco.

A primeira condição da situação (Quadro 1) parece não ser clara para o *duo*, especialmente para EA2, que a considera “ilógica”. Essa reação de EA2 pode ter sido influenciada por saber da existência de dois tipos de modelos: o humano, citado no enunciado da situação, e o do papel, um desenho de um boneco que consta no protocolo de orientação. Usar um pode significar não usar o outro.

Quadro 1. Tomada de informação e decisões iniciais

Regras de ação	Teoremas em ação	Conceitos em ação	Possibilidades de Inferência
EA1/EA2: ler a situação, identificar, marcando no protocolo os conceitos essenciais à sua resolução e discutir sobre os conceitos identificados (no caso o modelo humano).	EA2: usar como referência para o boneco “as razões de uma pessoa” é ilógico.	Modelo (como uma referência da relação entre as grandezas do corpo e do boneco, a desenhar).	EA2: o modelo deve ser usado como referência para definir as razões entre as partes do boneco a ser construído no GeoGebra. O controle deslizante do GeoGebra permite definir uma unidade de medida que favorece a determinação da razão entre as medidas dos dois objetos construídos. Logo, o modelo é desnecessário.
EA2: analisar a manutenção da condição imposta na situação a partir do seu sentido na situação – modelo humano – considerada ilógica.	EA2: se uma condição é ilógica, deve ser descartada.		

Fonte: LUCENA, 2018, p. 217.

A segunda condição é que a proporcionalidade entre as partes construídas do boneco, ao ser aumentado ou diminuído, deveria ser mantida. Por causa da experiência com o GeoGebra para resolver situação de homotetia, anterior a esse experimento, o *duo* sabe que é possível construir um objeto geométrico e fazê-lo aumentar e diminuir proporcionalmente por meio da ferramenta controle deslizante (Quadro 1). Aumentar e diminuir os objetos construídos se tornou uma estratégia de validação das construções do *duo*, para objetos construídos ou desenhados, uma regra de controle.

No Trecho 1, as interações do *duo* revelam suas primeiras dificuldades para articular os conhecimentos matemáticos evocados pela situação com os coman-

dos do GeoGebra. A preocupação inicial é conseguir construir todas as partes do corpo do boneco proporcionais e com suporte do GeoGebra, e que mantenha a proporcionalidade quando o controle deslizante é acionado, o que parece ser o maior desafio. Está em jogo os conhecimentos do *duo* em relação à geometria dinâmica.

Trecho 1 – Antecipações do esquema para resolver o problema:

EA1: [...] então, quer dizer que cada parte do corpo tem que ter uma razão entre elas porque tá dizendo que, se aumentar ou diminuir qualquer uma das partes, tipo, as razões têm que ser respeitadas, então, tem que ser proporcional. Tipo, braço com a perna, com a cabeça. Sei lá...tem o tronco. Agora como a gente vai fazer isso? [...].

EA1: a cabeça. Mas tem que pensar, né? Tipo, como vai ser proporcional?

EA2: mas eu acho que a cabeça vai ser o que vai ser proporcional, não?

EA1: tipo, o raio da cabeça, a gente muda o raio, sei lá, fosse ajustável, o raio da cabeça, sei lá, uma circunferência? Ou vai fazer uma cabeça...?

A fala de EA1 (Trecho 1) revela um possível processo de antecipação do esquema, ao afirmar que, se a medida do raio da cabeça (circunferência) é “ajustável”, a proporcionalidade entre essas medidas (raio e comprimento da circunferência) é garantida. No Quadro 2, sintetizamos elementos do esquema do *duo*, onde pode-se observar uma nítida definição da razão de ampliação com relação direta com a simulação, para ampliar e reduzir o objeto construído. O *duo* objetiva determinar as razões que tornam as partes do boneco proporcionais.

Quadro 2. Destaque a possível processo de antecipação em um esquema de EA1

Regras de ação	Teoremas em ação	Conceitos em ação	Possibilidades de Inferência
EA1: antes de iniciar, refletir sobre como chegar às razões entre as partes do boneco, o que permite aumentar e diminuir cada uma proporcionalmente. EA2: iniciar fazendo uma parte que amplie proporcionalmente a cabeça. EA1: prever a forma da cabeça como um círculo, por isso já é proporcional com o raio ajustável.	EA1: a manutenção das razões garante a proporcionalidade entre as partes do boneco. EA2: se a cabeça é um círculo, então há proporcionalidade entre o comprimento deste e o seu raio. EA1: se o raio do círculo tem como medida uma variável, pode-se aumentar e diminuir a cabeça proporcionalmente.	- Razão (como razão entre partes do corpo). - Círculo; - raio; - proporcionalidade; - Variável.	EA1/EA2: a medida do comprimento da circunferência é proporcional à medida do raio. Se conectar o raio da circunferência à variável do controle deslizante, a cabeça ampliará/reduzirá.

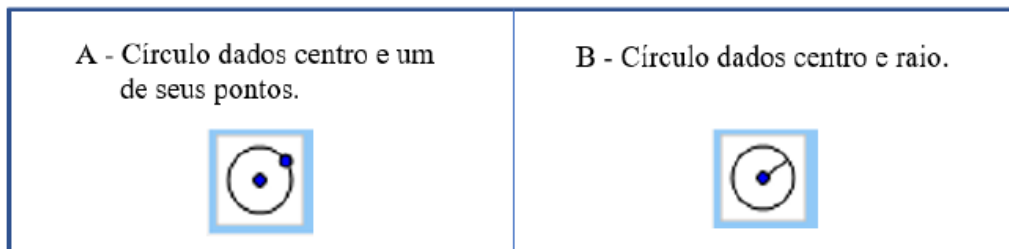
Fonte: LUCENA, 2018, p. 219.

Observaram-se, no Quadro 2, indícios de que o esquema do *duo* para construir a cabeça com a possibilidade de ampliar/reduzir consistiu na construção do controle deslizante relacionado ao raio da circunferência. EA1 se preocupa em refletir sobre como definir a razão entre as partes do corpo do boneco, para garantir a proporcionalidade entre elas, EA2 parte para a construção, com traços de um esquema de fazer e pensar durante o processo. EA1 busca antecipar as ações antes de tentar. De uma forma ou de outra, ambos sabiam que a medida do comprimento da circunferência é proporcional à medida do comprimento do raio e que, se conseguisse relacionar a medida do raio ao controle deslizante, a cabeça iria aumentar/diminuir proporcionalmente e, conseqüentemente, poderiam aplicar tal estratégia em todo processo de construção do boneco.

2ª Etapa: Início da construção da cabeça do boneco no tablet

Esse momento do trabalho matemático do *duo* é marcado pela experimentação de ferramentas do GeoGebra (Figura 6) para construir a cabeça com um raio “ajustável”, segundo sugestão de EA1.

Figura 6 – Ferramentas do GeoGebra utilizadas para construção da cabeça



Fonte: LUCENA, 2018, p. 220.

No geral, as regras de ação e invariantes operatórios do *duo*, descritos no quadro 3, permitem verificar as suas dificuldades quanto à construção da cabeça. Não se trata da construção do objeto em si, mas desse relacionado a um controle deslizante que permitisse aumentar/diminuir a cabeça construída. Enquanto EA1 busca refletir e entender como conseguir esse feito, EA2 continua experimentando as ferramentas na intenção de efetivá-lo. No entanto, a versão *tablet*, utilizada pelo *duo*, não permitia a definição de um controle deslizante com uma variável como medida, mas a inserção de uma medida numérica. No Quadro 3, pode-se observar esquemas do *duo* para construir um controle deslizante que faça a cabeça do boneco aumentar/diminuir proporcionalmente, com (I) caixa de inserção dos limites do controle deslizante – variável e depois, com (II) caixa de inserção dos limites do controle deslizante – intervalo (Figura 6).

Quadro 3. Tentativa de construção de um controle deslizante com uma variável como medida

Regras de ação	Teoremas em ação	Conceitos em ação	Possibilidades de Inferência
EA ₁ /EA ₂ : construir um controle deslizante com uma variável. Se não funcionar, deleta o controle.	EA ₁ : a variável definida no controle deslizante poderá ser integrada à medida do raio da circunferência, fazendo com que aumente/diminua proporcionalmente.	- círculo; - raio.	EA ₂ : a medida que se consegue definir no controle deslizante é numérica. O <i>software</i> define automaticamente os limites do intervalo no controle deslizante. Portanto, não tem como definir a variável.
EA ₂ : construir um novo controle deslizante com intervalo para fazer a circunferência a ser construída aumentar/diminuir, como o controle deslizante apresenta medidas já definidas [-5, 5], deletar o controle.	EA ₂ : o intervalo, ao ser integrado ao raio da circunferência, fará com que essa aumente/diminua, se o controle deslizante no <i>tablet</i> define automaticamente os limites do intervalo, então não é possível a definição de uma letra como variável.	- intervalo;	

Fonte: LUCENA, 2018, p. 221.

O *duo* constrói (Quadro 3) o controle deslizante na expectativa de integrá-lo à circunferência ao atribuir a esse, uma variável como medida, a saber, medida do raio. Entretanto, isso não sendo possível, EA₂ decide deletar o controle e construir outro, para experimentar substituir os valores do intervalo, predefinidos pelo controle deslizante [-5, 5], visando seu deslocamento, por uma variável. Mas isso não foi possível, e EA₂ deleta a construção, evidenciando entender que não é possível a integração do controle deslizante com a circunferência usando um intervalo com medidas numéricas *no tablet*. O *duo* discute e decide pela construção de um controle deslizante (Trecho 2), objetivando atribuir uma variável como medida do raio e definir uma unidade para razão.

Trecho 02 – Construção do controle deslizante:

EA1: era bom que a gente pudesse mexer, não? Sei lá... uma variável.

EA2: ah! Tu tá querendo, tipo, um controle deslizante, é?

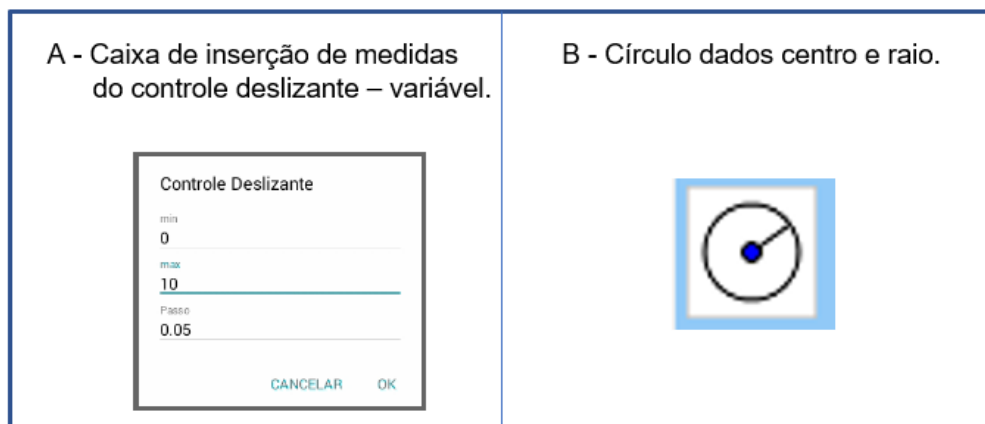
EA1: uma variável, é...

EA2: [deleta a circunferência construída].

EA1: porque não tem que manter, tipo, a razão mesmo se a gente altera um braço, tipo, a cabeça também tem que ir.

No entanto, os estudantes só experimentaram esse procedimento na versão do GeoGebra para *notebook*, e não conseguiram (re)fazê-lo na versão *tablet* mesmo após algumas tentativas, pois a ferramenta só lhes dava a opção de inserir um número como medida (Figura 7) e não uma variável.

Figura 7 – Construção do círculo articulado ao controle deslizante



Fonte: LUCENA, 2018, p. 223.

O *duo* busca construir a cabeça do boneco com uma variável como medida para o raio. EA2 experimenta definir um intervalo para o controle deslizante denominado $a = [0,10]$ para circunferência construída com a ferramenta “Círculo dado centro e raio”, escolhida por EA1 e EA2. Eles testam o controle deslizante e percebem que, ao movimentá-lo, a circunferência não aumenta ou diminui simultaneamente.

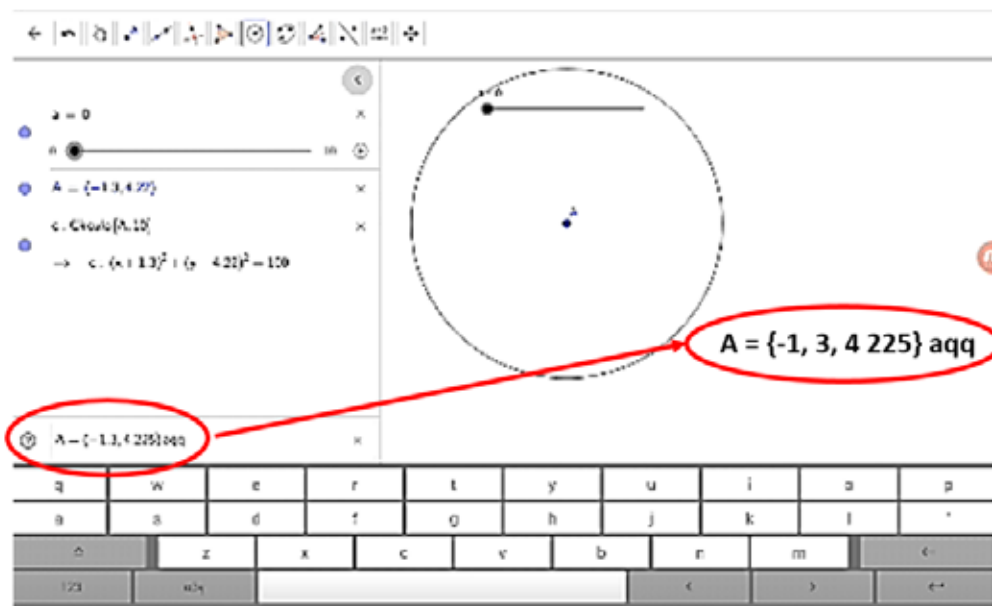
3ª Etapa: construção da cabeça do boneco no tablet influenciada pela mediação da formadora

Na terceira etapa, EA2 continua tentando construir a cabeça do boneco, dessa vez a partir de dois controles deslizantes, que façam a circunferência ampliar e reduzir. Para isso, EA2 mantém o controle deslizante (Figura 8) com intervalo numérico a , $[0,10]$, na intenção de chegar ao raio “ajustável” e, juntamente com EA1, define $a = 10$ como medida do raio. Há evidências (Quadro 4) de que os esquemas do *duo* atendiam aos seus objetivos de manter a estratégia para qual se julgavam instrumentados – uso do controle deslizante – e eliminar o que estava atrapalhando: a variável.

Os esquemas do *duo* revelam a intenção de EA1 e E2 de correlacionar a medida do raio da circunferência $a = 10$ às medidas dadas ao intervalo do contro-

le deslizante a , $[0,10]$, e ao centro A da circunferência construída. Os componentes de esquemas revelam a perspectiva do *duo* que buscava integrar a cabeça ao controle deslizante e , para isso, EA1 e EA2 decidem multiplicar algebricamente A (centro da circunferência) por 'a' (controle deslizante), conforme se pode observar no Figura 8.

Figura 8 – Multiplicação de coordenadas do centro da circunferência pela variável do controle deslizante



Fonte: LUCENA, 2018, p. 226.

A decisão do duo (Figura 8) faz a circunferência transladar. Logo, o resultado esperado por EA1/EA2, que era ver a circunferência ampliar/reduzir, não ocorre. Diante da insegurança quanto a essa nova estratégia, o *duo* decide solicitar ajuda à Formadora – F1 para conseguir construir o controle com variável (Trecho 03).

Trecho 03 – Mediação de F1:

EA2: [...] professora, como podemos usar o controle deslizante senão pode chamar a letra?

F1: não pode chamar a letra?

EA2: sim, por exemplo, para o raio a gente colocar o nome pra poder chamar a letra depois, só que aqui não pode colocar letra.

EA1: só aparecem números.

F1: e não dá pra fazer sem o controle deslizante, não? [...]

EA2: é isso que a gente pode tentar.

EA1: mas como é que a gente vai fazer a cabeça proporcional?

EA2: ela perguntou “só dá pra fazer com isso?”...

EA1: é, realmente, é porque tem outro modo.

A mediação em forma de pergunta (Quadro 4), realizada por F1 (Trecho 03), tornou-se um artefato para EA1/EA2, uma vez que esquemas utilizados/desenvolvidos pelo *duo* com objetivo de construir a cabeça foram guiados pela pergunta de F1: “e não dá pra fazer sem o controle deslizante, não?”.

Quadro 4. Mediação de F1 como artefato de EA1 e EA2

Regras de ação	Teoremas em ação	Conceitos em ação	Possibilidades de inferência
<p>EA₂: selecionar a ferramenta “Círculo dados centro e raio” com medida $a=1$ para o raio.</p> <p>EA₁: sugerir que EA₂ questione a mediadora F₁ sobre como se dá a inserção de variável no controle deslizante no <i>tablet</i>.</p> <p>F₁: responder questionamento de EA₁/EA₂ com outra pergunta: “e não dá pra fazer sem o controle deslizante, não?”.</p> <p>EA₁/EA₂: deletar a construção (controle deslizante mantido desde a 2.^a etapa e a circunferência de raio 1, construída nessa).</p>	<p>EA₁/EA₂: se o controle deslizante no <i>tablet</i> só permite determinar uma medida numérica, não tem como inserir uma letra (variável) como medida para o raio.</p> <p>EA₁: um formador que propõe uma situação deve saber como resolver, como criar um controle deslizante com uma variável na versão GeoGebra/<i>tablet</i>, portanto deve-se buscar informação com a formadora.</p> <p>EA₁/EA₂: se a formadora pergunta se não dá para fazer de outra forma é porque tem outro modo.</p>	<p>– Medida; – variável; – raio; – controle deslizante.</p> <p>– Versões do software para diferentes dispositivos; – estratégias de resolução do problema.</p>	<p>EA₁/EA₂: a versão <i>tablet</i> utilizada do GeoGebra não permite definir a variável. A formadora nos pergunta: “e não dá pra fazer sem o controle deslizante, não?”. Portanto, tem outra forma de fazer a construção sem controle deslizante.</p>

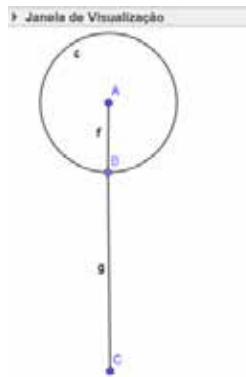
Fonte: LUCENA, 2018, p. 227.

A possibilidade de outra forma de fazer, que não as estratégias já experimentadas, influencia a decisão do *duo* a deletar os objetos construídos. O *duo*, também, discute a possibilidade de garantir a ampliação/redução da circunferência, sem o uso do controle deslizante e da inserção de uma variável.

4^a Etapa: construção da cabeça do boneco no *tablet* em processo de troca pelo *notebook*

Na quarta etapa, o *duo* decide tentar uma construção geométrica e estabelecer a razão entre as partes do corpo. A partir do trecho da Figura 9, pode-se inferir que a regra de ação para construir a cabeça é selecionar a ferramenta “Círculo dados centro e raio” e definir a medida do raio. Em seguida, EA2 constrói o tronco. Para isso, a regra de ação é selecionar a ferramenta “Segmento de reta” AB sobreposto ao raio, ligado a outro segmento BC (tronco), tendo como medida o dobro do raio.

Figura 9 – Trecho e imagem de construção sem o controle deslizante da cabeça e do tronco



Fonte: LUCENA, 2018, p. 228.

O esquema de validação da construção é mantido ao arrastar os objetos para verificar se aumenta/diminui proporcionalmente. No Quadro 5, pode-se verificar regras de ação, invariantes e possibilidade de inferências de EA2 que objetiva construir a cabeça e o tronco do boneco sem o controle deslizante no *tablet*.

Quadro 5. Tentativa de construção do boneco sem o uso do controle deslizante

Regras de ação	Teoremas em ação	Conceitos em ação	Possibilidades de inferência
<p>EA₂: selecionar a ferramenta “círculo dados centro e raio” com medida $a=5$ para o raio.</p> <p>EA₂: traçar um segmento AB sobreposto ao raio, ligado a outro segmento BC (tronco) tendo como medida o dobro do raio.</p> <p>EA₂: observar que mover a construção não aumenta e diminui proporcionalmente.</p> <p>EA₂: trocar o <i>tablet</i> pelo <i>notebook</i> com F₁.</p>	<p>EA₂: se o controle deslizante no <i>tablet</i> só permite determinar uma medida numérica, não tem como inserir uma letra (variável) como medida para o raio.</p> <p>EA₂: raio da cabeça como unidade de medida garante a definição entre partes do corpo e a proporcionalidade entre a cabeça e o tronco (é um múltiplo da medida do raio).</p> <p>EA₂: sem o uso do controle deslizante, não é possível validar a construção.</p>	<ul style="list-style-type: none"> – Circunferência; – variável. – Segmento; – razão; – proporcionalidade; – múltiplo. – controle deslizante; – proporcionalidade. 	<p>EA₂: a versão <i>tablet</i> utilizada do GeoGebra não permite definir a variável. Outra tentativa de definir a unidade de medida sem o controle deslizante é testada, mas não funciona. Então, a versão <i>tablet</i> do GeoGebra não favorece a resolução da situação, apenas a versão do <i>notebook</i>.</p>

Fonte: LUCENA, 2018, p. 228.

A construção após tentativa de validação (ampliar e diminuir objetos já construídos) não funcionou. Isso levou EA₂ a inferir sobre o artefato disponibilizado pelas formadoras, entendendo que esse não favorece a resolução da situação matemática, uma vez que suas estratégias não funcionam no *tablet*, mas poderiam funcionar no *notebook* (Quadro 5). Nesse momento, há a troca do *tablet* pelo *notebook*, em que a “mesma” construção havia sido feita pela formadora, para que os estudantes continuassem o trabalho e não perdessem tempo. Embora os objetos sejam os mesmos, F₁ usa ferramentas diferentes para construir a cabeça (“Círculo dados centro e um de seus pontos”) e o tronco (“Semirreta”).

5ª Etapa: Construção da cabeça do boneco no notebook

Na quinta etapa, o *duo*, já com o *notebook*, aproveita a construção feita por F₁, após algumas movimentações, e retomam à estratégia inicial de construção do boneco (Quadro 6).

Quadro 6. Construção de F1 no *notebook* e com modificações por EA₁ e EA₂

Regras de ação	Teoremas em ação	Conceitos em ação	Inferência Possibilidades
EA ₁ : sugerir a construção de um controle deslizante relacionado aos objetos construídos no <i>tablet</i> e reproduzidos no <i>notebook</i> por F ₁ (para cabeça usou “Círculo dados ponto e o raio fixo”, e para o tronco usou “Semirreta”, passando pelo centro e por um ponto da circunferência, em vez de segmento). EA ₂ : construir e testar o controle deslizante “c” e, se os objetos (cabeça/tronco) não aumentarem/diminuírem proporcionalmente, deletar a construção.	EA ₁ : no <i>notebook</i> , é possível criar um controle deslizante com uma variável, o que permite que os objetos aumentem/diminuam (mantendo a proporcionalidade).	– Circunferência; – segmento; – semirreta; – proporcionalidade; – variável.	EA ₁ /EA ₂ : na versão GeoGebra para <i>tablet</i> , é possível construir um controle deslizante de variável “c”. A cabeça e o tronco foram construídos sem qualquer relação com o controle deslizante. Portanto, os objetos construídos não estão integrados.
	EA ₁ /EA ₂ : o raio e o controle deslizante foram construídos de forma independente, logo não estão integrados.	– Medida; – variável; – proporcionalidade.	

Fonte: LUCENA, 2018, p. 228.

O Quadro 6 revela a regra de ação de EA₂ que sugere a construção de um controle deslizante que vincule os objetos construídos no *tablet* e reproduzidos no *notebook* por F1. O duo recebeu o notebook já com a cabeça e o tronco construídos por 1, assim, buscam definir um controle deslizante de forma que possam garantir a proporcionalidade dos objetos construídos. O *duo* se dá conta de que a construção do controle deslizante não está integrada à construção da cabeça e do tronco, logo, a validação (arrasto para aumentar e diminuir proporcionalmente) revelam o insucesso da tentativa.

6ª Etapa: Construção do corpo do boneco no notebook

Essa é a etapa mais intensa do processo de resolução da situação matemática, marcada por uma ampla experimentação de diferentes ferramentas do GeoGebra. Foram testadas as ferramentas “Reta”, “Segmento de reta”, “Reta perpendicular” e “Reta tangente”, todas para construção do tronco, entre outras.

Um dos eventos da sexta etapa é marcado por discordância entre EA₁ e EA₂. Um momento ímpar no trabalho do *duo*, que desde o início trabalham colaborativamente e em concordância. Assim, enquanto EA₁ faz sugestão para colaborar com a resolução da situação, EA₂ ignora a sugestão de EA₁ e toma outras decisões. Regras de ação, invariantes operatórios e possibilidades de inferência que emergem desse evento são essencialmente de EA₂.

Inicialmente, EA₂ visa construir o tronco do boneco proporcional à cabeça. Para isso, a regra de ação de EA₂ consiste em selecionar a ferramenta segmento

de reta e construir um segmento a partir de um ponto da circunferência já construída. Na sequência, EA_1 sugere a construção de um novo controle deslizante. EA_1 esperava que ao movimentar o controle deslizante pudesse validar a construção (ampliar/reduzir). No entanto, EA_2 rejeita a sugestão e opta por colocar visualmente, na vertical, o segmento BC (Figura 9), já que o tronco do boneco precisa ficar nessa posição. Depois, testa o segmento BC, movimentando o ponto B (comum à circunferência e ao segmento BC) na intenção de verificar se a cabeça e o tronco aumentam/diminuem proporcionalmente. Mas, EA_2 desenhou, por visualização, pontos sobre a reta. No entanto, ao não atrelar o ponto escolhido ao raio da cabeça, não obteve sucesso. EA_2 decide deletar o segmento de reta, ao perceber que relacionar a circunferência ao segmento por um ponto comum não garante que esses sejam proporcionais. Desse modo, EA_1 e EA_2 buscam repetir algumas regras em ação, associadas a outras ferramentas do *software*, tais como: “Reta perpendicular” e “Reta tangente”. O Trecho 4 coloca em evidência a escolha pela ferramenta “Reta perpendicular”.

Trecho 4 – Escolha pela ferramenta reta perpendicular:

EA2: seleciona “Reta perpendicular” e tenta traçar primeiro, uma reta perpendicular que parte de um ponto da circunferência, depois uma reta que parte do centro, mas não consegue.

EA1: como é que a gente faz, hein? Não tem que ser perpendicular ao segmento, não?

EA2: seleciona “Reta perpendicular” novamente, na sequência desiste dessa ferramenta e desse procedimento.

No protocolo de orientação, há o desenho de um boneco, cedido pelas formadoras para ajudar o estudantes-atores a terem um modelo, uma referência. O tronco desse boneco está na posição vertical. O *duo* EA_1 e EA_2 entende que, sendo o tronco vertical, é possível que, ao traçar as demais partes do corpo, essas aumentem/diminuam proporcionalmente, já que estarão ligadas ao tronco. Assim, o *duo* decide (Trecho 5) por utilizar a ferramenta “Reta Perpendicular”, construindo-a a partir de um ponto qualquer da circunferência, podendo esse ser o centro dessa, também. EA_1 sugere, ainda, a construção da reta por um ponto da circunferência e um segmento que parta dessa, já construído, haja vista a condição de existência da perpendicularidade (Quadro 7). Linha perpendicular aparece como conceito em ação no local do conceito de vertical.

Quadro 7. Tentativa de construção do tronco do boneco – perpendicular

Regras de ação	Teoremas em ação	Conceitos em ação	Possibilidades de Inferência
<p>EA₁/EA₂: usar o comando por reta perpendicular.</p> <p>EA₁/EA₂: construir a reta perpendicular a um ponto qualquer da circunferência, inclusive ao que representa seu centro.</p> <p>EA₁: sugerir a construção da reta perpendicular entre um ponto da circunferência e um segmento que parta dessa, já construído.</p> <p>EA₂: ignorar a sugestão de EA₁.</p>	<p>EA₁/EA₂: se o tronco estiver na perpendicular, os objetos construídos irão aumentar e diminuir proporcionalmente.</p> <p>EA₁/EA₂: se o tronco for uma reta perpendicular, não será preciso tentar colocá-lo nesta posição visualmente.</p> <p>EA₁: perpendicularismo só existe entre uma reta e outro objeto, como um segmento, outra reta.</p>	<p>EA₁: perpendicular (no sentido de vertical).</p> <p>EA₂: perpendicular (propriedade entre reta e outro objeto, um segmento).</p>	<p>EA₁/EA₂: o tronco, por referência, deve estar na posição perpendicular, para garantir a construção geométrica. O GeoGebra dispõe da ferramenta “Reta perpendicular”. Portanto, o tronco estará na perpendicular se usar a ferramenta “Reta perpendicular” para traçá-lo.</p>

Fonte: LUCENA, 2018, p. 234.

No evento descrito no Quadro 7, pode-se verificar que o *duo* visa construir o tronco do boneco na vertical e como continuidade do raio da circunferência que representa a cabeça. As regras de ação do *duo* colocam em evidência dois sentidos que envolvem o conceito em ação – perpendicular. No Trecho 4, percebemos mais claramente que EA₂ dá o sentido de vertical, bastando mover o segmento criado para colocá-lo nesta posição. Já EA₁ faz sugestão de uso do conceito; perpendicularidade só existe entre reta e outro objeto. Por isso, também sugere que, para a construção da perpendicular, seja usada a ferramenta do GeoGebra “Reta Perpendicular”. Mas EA₂ ignora a sugestão de EA₁.

Na sequência, o *duo* abandona a ideia de construção da reta perpendicular à circunferência (normal à circunferência) e EA₂ decide pela construção de uma reta tangente à circunferência. Segue-se mais uma tentativa que objetiva construir o tronco do boneco proporcional à cabeça. Nesse terceiro evento da sexta etapa, as regras de ação, os invariantes operatórios e as possibilidades de inferência são exclusivos de EA₂. O Quadro 8, a seguir, coloca isso em evidência.

Quadro 8. Tentativa de construção do tronco do boneco – tangente

Regras de ação	Teoremas em ação	Conceitos em ação	Possibilidades de Inferência
EA ₂ : selecionar “Reta tangente” e clicar em um ponto qualquer da circunferência para construir uma tangente à circunferência (e depois uma perpendicular à tangente – reta normal). EA ₂ : selecionar “Reta tangente” arrastando o cursor sobre a circunferência para construir uma reta perpendicular e tangente à circunferência (reta normal).	EA ₂ : a ferramenta reta tangente a uma circunferência que passa por um ponto determina uma tangente à circunferência em tal ponto. EA ₂ : sem clicar sobre a área de visualização ou objetos já construídos, novos objetos (reta tangente) não são construídos por arrasto do cursor.	– Reta tangente; – perpendicularismo; – reta normal.	EA ₂ : a reta normal da circunferência é perpendicular à reta tangente e tem um ponto comum a esta. O GeoGebra não tem a ferramenta “Reta normal”. Pode-se inferir que a construção de uma reta tangente à circunferência, colocada visualmente na perpendicular, representa uma reta normal.

Fonte: LUCENA, 2018, p. 235.

No Quadro 8, as regras de ação e invariantes operatórios de EA₂ revelam que o real interesse desse estudante-ator é a construção da reta normal à circunferência. Primeiro, porque ele opta pela ferramenta “Tangente” do *software* e clica em um ponto da circunferência para construí-la. Entretanto, os gestos de EA₂, destacado pelo cursor do mouse, que ele arrasta na posição perpendicular, dá indícios de sua tentativa de construir a reta normal a partir de uma reta tangente colocada visualmente na vertical. EA₂ não tem sucesso, haja vista não clicar sobre a área de visualização ou outros objetos.

7ª Etapa: Construção do corpo do boneco após reiniciar o notebook (descarregamento de bateria)

A sétima e última etapa do processo de resolução da situação matemática é fortemente marcada pelo desespero dos estudantes quanto ao tempo de conclusão do experimento. O *duo* objetiva fazer com que as partes do corpo do boneco aumentem e diminuam de forma proporcional ao alterar a posição dos braços e das pernas (Quadro 9). Assim, após um intervalo de tempo movendo a construção e tentando pensar em um esquema que desse conta do exigido pela situação.

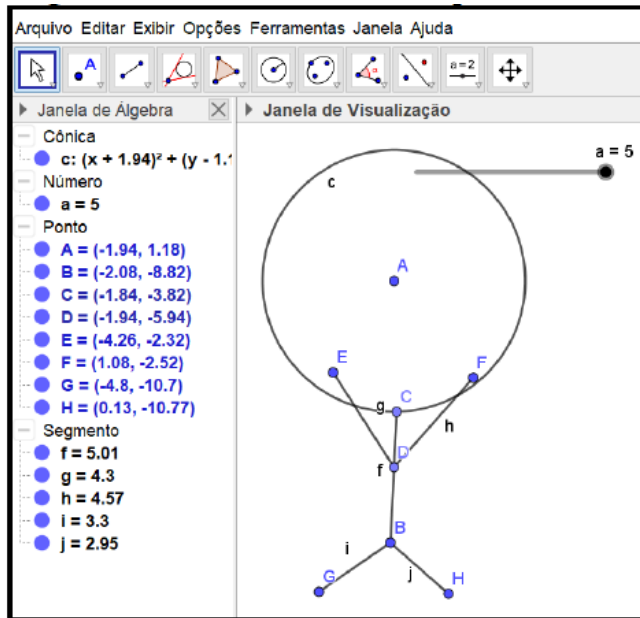
Quadro 9. Manipulação de objetos construídos para percepção de incoerências

Regras de ação	Teoremas em ação	Conceitos em ação	Possibilidades de Inferência
<p>EA₁/EA₂: continuar a manipulação e testar a construção (II), movendo o controle deslizante, e observar se a cabeça, braços e pernas aumentam proporcionalmente.</p> <p>EA₂: como só a cabeça aumenta/diminui proporcionalmente, e as pernas ficam imóveis, os braços alteram o comprimento, sem proporcionalidade, então, deve-se deletar tronco e membros e deixar a cabeça e o controle deslizante.</p>	EA ₁ : a manipulação dos objetos construídos permite identificar aspectos da construção que não estão corretos, o que pode facilitar a correção de erros.	– Proporcionalidade.	<p>EA₁/EA₂: o manuseio do boneco no GeoGebra ajuda a perceber incoerências na construção, mas não a causa desta. Portanto, deve-se deletar as incoerências (tronco e membros).</p> <p>EA₁: ao movimentar o ponto final do tronco, o mesmo sai da vertical, portanto necessita-se que esse ponto seja ponto de outro objeto.</p>

Fonte: LUCENA, 2018, p. 240.

A manipulação dos objetos construídos destaca aspectos relevantes da construção (Quadro 9), especialmente as incoerências, as quais, ao serem identificadas, podem ajudar o *duo* a chegar na resolução correta da situação matemática. É possível perceber que o ponto B (final do tronco) e os dos pés não dependem do controle deslizante nem do raio da cabeça, portanto ficam fixos (Figura 10). Já os braços alteram o comprimento, pois C (extremo do segmento que faz o corpo) é ponto da cabeça. Logo, o comprimento do tronco diminui à medida que a cabeça aumenta, até que o ponto B passa para o interior da circunferência e o tronco volta a aumentar.

Figura 10 – Boneco construído pelo duo



Fonte: LUCENA, 2018, p. 240.

O extremo do braço é ponto do segmento (do tronco), logo, quando o tronco diminui, a nova posição do ponto é dada de forma a manter a semelhança do tronco. Assim, a alteração da posição dos pontos dos braços ligados ao corpo faz com que os braços alterem de comprimento, sem manter proporcionalidade. Desse modo, EA_2 decide deletar o corpo e manter a cabeça e o controle deslizante dessa construção e para tentar uma nova construção do tronco e membros.

O Quadro 9 detalha mais um evento da sétima etapa. Pode-se observar que, para garantir que o segmento do tronco não saia da posição vertical, EA_1 sugere a construção de uma reta suporte, sobre a qual se apoiarão os segmentos do tronco. O *duo* objetiva fazer as partes do corpo do boneco proporcional à cabeça já construída. Para isso, EA_1 e EA_2 decidem pela construção de uma reta que passa pelo centro da circunferência (A) e por um ponto dela (B). Por passar pelo centro da circunferência, ela será normal à circunferência. EA_1 sugere também que a reta seja posicionada manualmente na vertical. O *duo* opta por traçar um segmento BC (o tronco) sobre a reta e colocam o ponto (D) para servir de pescoço.

Assim, por pertencer a uma reta suporte à proporcionalidade entre tronco, pescoço e raio da circunferência, quando se altera a variável, a proporcionalidade é garantida. EA_1 sugere que EA_2 confira se as medidas das partes do corpo do boneco construídas zeram, quando a variável se anula. Já os braços


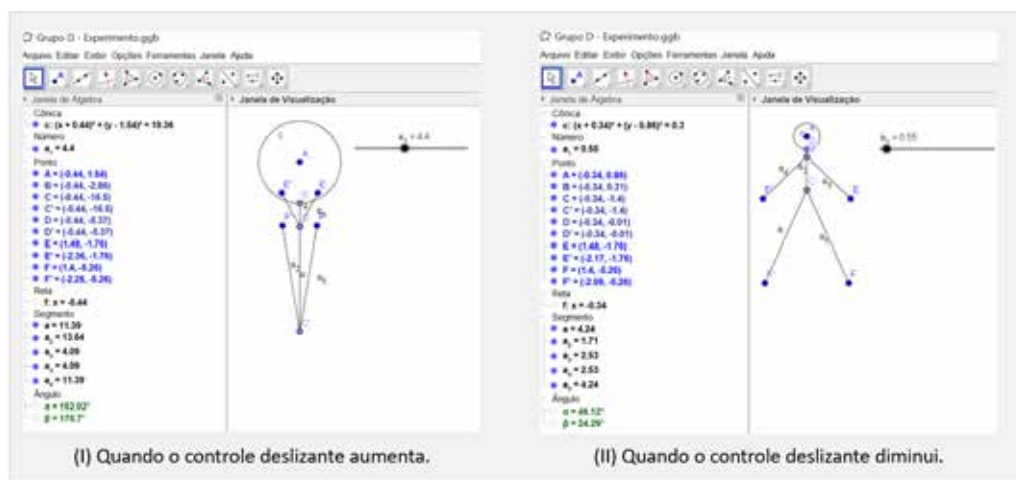
são construídos por EA_2 com um segmento que inicia no ponto D' e vai até um ponto escolhido livremente (E). Esse ponto não depende do controle deslizante, nem do tronco, portanto mantém-se fixo ao se alterar a variável do controle deslizante. EA_1 sugere o uso do comando simetria por uma reta , visando garantir a simetria entre os braços. As pernas são feitas sem articulação com o comprimento nem com o ângulo dos braços, da mesma forma que o braço foi construído (Figura 11).

Figura 11. Comportamento do boneco construído ao movimentar o controle deslizante



Fonte: LUCENA, 2018, p. 241.

Na intenção de validar a construção, o *duo* decide mover o controle deslizante. Logo, o comprimento do tronco amplia/reduz à medida que a cabeça aumenta. Assim, a alteração da posição dos pontos dos braços e das pernas ligados ao corpo faz com que os braços alterem de comprimento, sem manter proporcionalidade, mas a simetria entre os dois braços e as duas pernas é garantida pelo uso do comando de reflexão em sua construção. O tempo acaba e os estudantes-atores EA_1 e EA_2 , do grupo D, não conseguem concluir a resolução da situação matemática com sucesso.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao se ter acesso aos dados produzidos durante a *OIpivot*, os participantes, caso em foco, o *duo*, puderam articular os eventos, por eles vivenciados na prática, às abordagens teóricas e conceitos correlatos, os quais fundamentam a Orquestração Instrumental que buscam ascender. São possíveis as articulações que poderão ser realizadas pelo *duo*, ao analisar seu próprio trabalho matemático

na resolução da situação didática e matemática, uma vez que os eventos que se sucedem dão luz a conceitos como: gênese instrumental, artefato, instrumento, esquema, instrumentação e instrumentalização.

No que diz respeito a análise da gênese instrumental do *duo*, na *OIpivot*, pode-se verificar que o trabalho dos estudantes-atores (EA_1 e EA_2) revela que são instrumentalizados em relação ao uso do controle deslizante, na perspectiva de usar uma variável para a animação de aumentar/diminuir objetos construídos, em especial, a circunferência. Também, pode-se inferir que o *duo* é instrumentado para posicionar o tronco perpendicularmente a uma tangente da circunferência (cabeça) com o uso do cursor do mouse. No entanto, no que concerne à situação matemática proposta, ainda estão em processo de instrumentação para construção das demais partes (tronco, braços e pernas) do corpo do boneco, de forma a ampliar/reduzir o boneco, i.e., aumentar/diminuir mantendo a semelhança entre as figuras dos bonecos obtidos.

Da gênese instrumental na *OIpivot* ao Banco de Eventos para Metaorquestração Instrumental, 18 eventos foram identificados e compõem a Linha do Tempo da Gênese Instrumental (Figura 5). Alguns destes descritos e analisados neste texto, revelam-se exemplos potenciais para reflexão e discussão dos participantes da Metaorquestração Instrumental sobre uma das temáticas relevantes à aprendizagem da Orquestração Instrumental: a gênese instrumental. A *OIpivot* cumpre um papel essencial na Metaorquestração Instrumental uma vez que a vivência prática de uma orquestração instrumental por parte dos participantes dessa formação, favorece a própria gênese instrumental desses e a criação de um Banco de Exemplos, pautado nos eventos identificados pela observação e análise do processo de resolução da situação matemática.

REFERÊNCIAS

- ATUBE. Disponível em: <http://www.atube.me/pt-br/>. Acesso em: 15 dez. 2018.
- DRIJVERS, P.; DOORMAN, M.; BOON, P.; REED, H.; GRAVMEIJER, K. The Teacher and the Tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. **Educational Studies in Mathematics**, Berlin Heidelberg, v. 75, n. 2, p. 213-234, Springer Netherlands, 2010.
- GEOGEBRA. Disponível em: <https://www.GeoGebra.org/>. Acesso em: 15 dez. 2018.
- HOYLES, C.; NOSS, R.; SUTHERLAND, R. **Final Report of the Microworlds Project 1986 -1989**. Department of Mathematics, Statistics and Computing. Institute of Education, University of London, Londres, 1991.
- LUCENA, R. **Metaorquestração Instrumental: um modelo para repensar a formação de professores de Matemática**. Tese de Doutorado. UFPE. 2018.
- LUCENA, R.; GITIRANA, V.; TROUCHE, L. O ensino de matemática com integração de recursos digitais: um olhar sobre aulas à luz da orquestração instrumental. **Ensino de Matemática em debate – EMD/PUC-SP**, São Paulo – SP, v. 5, n. 3, p. 238-261, 2018.
- MEIRA, L. Análise microgenética e videografia: ferramentas de pesquisa em psicologia cognitiva. **Temas de Psicologia**, Ribeirão Preto – SP, v. 2, n. 3, p. 59-71, 1994.
- RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains**. Paris, Armand Colin, 1995.
- TROUCHE, L. Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques: nécessité des orchestrations. **Recherches en didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 25, p. 91-138, 2005.
- TROUCHE, L. Environnements informatisés et mathématiques: quels usages pour quels apprentissages? **Educational Studies in Mathematics**, Utrecht, v. 55, p. 181-197, 2004.
- TROUCHE, L.; BELLEMAIN, F. O trabalho do professor com os recursos de seu ensino, um questionamento didático e informático. **Anais do I Simpósio Latino-Americano da Didática da Matemática – Ladima**. Bonito – Mato Grosso do Sul, Brasil, 2016.
- VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, J. (coord.). **Didáticas das Matemáticas**. Tradução de M. J. Figueiredo. Lisboa: Instituto

Piaget, 1996. Publicado em: **Recherches en didactique des Mathématiques**, Grenoble, La Pensée Sauvage Éditions, v. 10-23, p. 133-170, 1991.

VERGNAUD, G. Qulest-ce que la pensée ? **La nouvelle revue: de l'adaptation et de la scolarisation**, Liège-Bélgica/Paris-França, n. 62, p. 277-299, 2013.

VERGNAUD, G. The theory of conceptual fields. *In*: STEFFE, L. P.; NESCHER, P.; COBB, P.; GOLDIN, G. A.; GREER, B. (eds.). **Theories of Mathematical learning**, Mahwah, Lawrence Erlbaum Ass, 1996. p. 219-239.

ZBIEK, R. M.; HOLLEBRANDS, K. A research-informed view of the process of incorporating mathematics technology into classroom practice by in-service and prospective teachers. **Research on technology and the teaching and learning of Mathematics**, Carolina do Norte-EUA, v. 1, p. 287-344.