

## **A10.1 TEOREMA DE ARQUIMEDES E SUPERFÍCIE DA ESFERA CONFORME ARQUIMEDES**

### **A10.1.1 A Superfície da esfera conforme Arquimedes**

#### ***A10.1.1.1 Histórico***

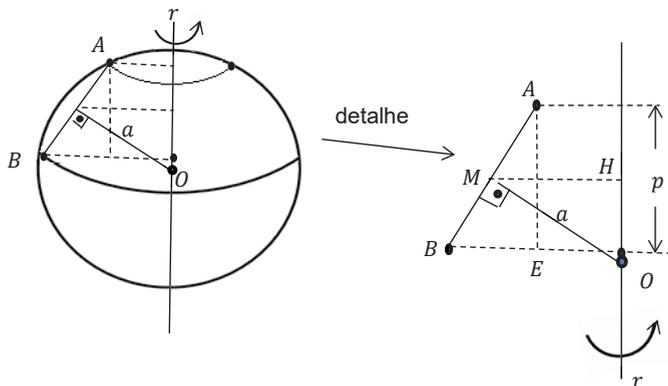
Devemos à Grécia antiga um legado cultural para a civilização ocidental que deu origem à ciência como a compreendemos hoje. A ciência se separou da religião. A astronomia marginalizou a Astrologia. O domínio era antes da razão que da intuição. As explicações acerca do funcionamento do mundo eram então apoiadas em evidências, não mais na religião, na superstição ou em contos de fadas. Introduziu-se a prova na matemática. Os teoremas substituíram o procedimento habitual. As regras e as leis eram derivadas do estudo dos fenômenos naturais.

O teorema de Pitágoras tem o seu nome porque ele foi o primeiro a “prová-lo”. Os gregos continuavam a acreditar nos deuses, mas, desse ponto em diante, o comportamento divino passou a estar sujeito aos limites da razão. Pitágoras foi além declarando que o mundo fatalmente se comportaria segundo um modelo matemático. Ele foi o primeiro a dizê-lo no séc. VI a.C. e nós ainda cremos em sua afirmação. Pitágoras pode ter instituído a visão matemática do mundo, mas a visão científica grega foi estabelecida pelo filósofo Aristóteles. Essas personalidades foram consideradas filósofos em sua época. A ciência era parte da filosofia, que em grego antigo significa “amor à sabedoria”. Posteriormente a ciência veio a ser conhecida como filosofia da natureza. A palavra matemática, usada pela 1ª vez por Pitágoras, veio do grego “mathema”, que queria dizer “aquilo que se aprende” ou ciência. Somente no milênio seguinte, as palavras filosofia, matemática e ciência gradualmente desenvolveram os significados independentes que hoje possuem.

Pitágoras (565 a. C. – 490 a. C.) é considerado Pioneiro da Matemática pela sua grande e valiosa contribuição a essa ciência.

Referência: Strathern em Arquimedes

Arquimedes (287-212 a.C.) pode ser considerado pioneiro em Física por seu princípio: todo corpo imerso em água sofre um empuxo de baixo para cima igual ao peso da água deslocada. O princípio é válido para qualquer fluido, inclusive para ar, por exemplo, com balões flutuando no ar. É um princípio básico em hidrostática muito utilizado em navios e submarinos. Também são importantes os desenvolvimentos em alavancas e roldanas.



O segmento  $AB$  gira em torno do eixo  $r$  gerando um tronco de cone. A superfície gerada é a superfície lateral do tronco do cone:

$$S = 2\pi R_m(AB)$$

$$R_m = \text{raio médio} = HM$$

Os triângulos  $ABE$  e  $OHM$  são semelhantes, logo:  $\frac{AB}{MO} = \frac{p}{R_m} \quad \therefore (AB)R_m = p(MO)$

$MO = a = \text{apótema} \quad \therefore S = 2\pi a p$ , é o Teorema de Arquimedes.

Se subdividirmos a circunferência em diversas cordas, tornando  $AB$  tão pequeno a ponto de se confundir com a tangente, o apótema  $a$  se torna o raio  $R$  da circunferência:

$\therefore S = 2\pi R p$ . Quando  $p = 2R$ , temos o diâmetro, e a superfície se torna a da esfera:

$$S = 2\pi R \times 2R \Rightarrow S = 4\pi R^2$$

Referência: Bezerra e F.I.C.

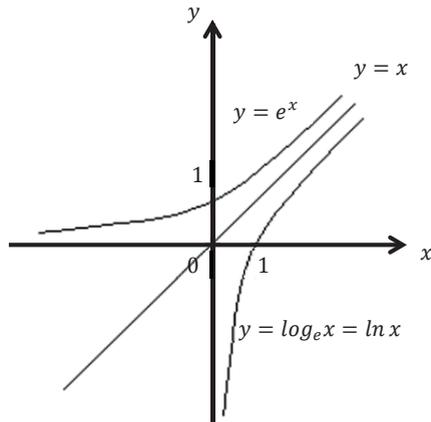
Conhecendo a superfície da esfera, podemos calcular seu volume, integrando  $S$  com relação a  $r$ , entre 0 e  $R$ :<sup>(1)</sup>

$$V = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n S dr = \int_0^R 4\pi r^2 dr = 4\pi \left[ \frac{r^3}{3} \right]_0^R \Rightarrow V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

<sup>1</sup> Como se fossem "camadas de uma cebola", cuja superfície  $S$  seria:  $S = 4\pi r^2$ , com espessura  $dr$ .

Para traçar a função inversa, achamos o espelho dessa função em relação à reta  $y = x$ .

Por exemplo: função exponencial e sua inversa função logarítmica.



Referência: Aulas de Cálculo Matemática Superior da Univesp, Univ. Virtual do Estado de SP

