

## CAPÍTULO 5

# Estacas carregadas lateralmente

Um caso comum nos projetos de pontes ou de obras de contenções é a utilização de estacas de grande diâmetro, isoladas ou em pares, prolongadas acima do solo, desempenhando o papel de fundação, contenção e pilar, simultaneamente. Essa situação implica na capacidade portante da estaca a solicitações de flexão, causadas, normalmente, por cargas horizontais aplicadas pelo tabuleiro; por empuxos de terra ou água; ações como flambagem; e outros efeitos mais específicos, não tratados neste trabalho. A capacidade de reação à flexão das estacas, em grande parte, é atribuída aos efeitos favoráveis do confinamento do solo, no trecho em que ela está enterrada. O solo, nessa circunstância, propicia um engaste parcial para a estaca ao longo do trecho enterrado, oferecendo condições de equilíbrio estático e minimiza os efeitos de flexão, como os de segunda ordem causados pela instabilidade à flambagem. A esse efeito favorável, proporcionado pelo solo, se dá a denominação de rigidez estaca-solo, que se refere, no caso, à rigidez ao deslocamento lateral.

### 5.1 COMPORTAMENTO DAS ESTACAS AO DESLOCAMENTO LATERAL

As estacas, na condição de pilar-estaca, quando carregadas lateralmente, apresentam deslocamentos horizontais como resultado das próprias deflexões de sua linha elástica, pelo efeito de flexão, cuja rigidez é influenciada pela deformabilidade dos solos de confinamento. Esse comportamento, mediante cargas aplicadas ou deformações impostas, faz com que a correta interpretação das estruturas confinadas pelo solo,

inteiramente, ou em parte, seja de vital importância na determinação das solicitações de projeto.

O solo, como meio elástico, reduz as deformações por flexão das estacas, proporcionando maior capacidade ao equilíbrio estático. Como decorrência, de modo favorável, obtém-se um nível de solicitações e deformações compatíveis à sua capacidade estrutural, das estacas à flexão.

A rigidez do solo é avaliada por meio do coeficiente de recalque horizontal –  $k_h$ , o qual está relacionado a um estado de tensões no solo que tem a proporcionalidade direta com as deformações. Levado à dimensão linear, a rigidez tem a conotação de módulo de deformação –  $m_h(k_h, B)$ , correspondendo à proporcionalidade entre as reações lineares do solo –  $qh$ , com as deformações da estaca –  $y$ .

$$q_h = y \cdot m_h = y \cdot k_h \cdot B \quad (5.1.1)$$

sendo:

- $B$ : largura da estaca;
- $q_h$ : reação linear ao longo do fuste da estaca, como decorrência do produto do módulo de deformação –  $m_h(k_h \cdot B)$  e a respectiva deformação  $y$ .

As estacas carregadas lateralmente e confinadas no solo apresentam solução a partir da interação entre as deformações da linha elástica da estaca e a compressibilidade do solo, ao longo da profundidade da estaca. A resolução é altamente hiperestática, com resolução analítica com base nos conceitos de viga sobre apoio elástico.

A equação da linha elástica tem a forma da quarta potência na sua integração, a partir dos carregamentos horizontais aplicados e pode ser representada na forma clássica, por meio da equação fundamental, como indicada a seguir:

$$EI \frac{d^4 y}{dz^4} + q_h \cdot z = 0 \quad (5.1.2)$$

Sua resolução condiciona à plena definição dos carregamentos, características da vinculação da estaca e a definição do solo ao longo da profundidade da estaca, para cada situação em estudo. Destaca-se, como condicionantes para a resolução, a linearidade de distribuição das cargas, como também, a homogeneidade do solo. Os vários resultados da integração da equação fundamental estão representados na Figura 5.1.

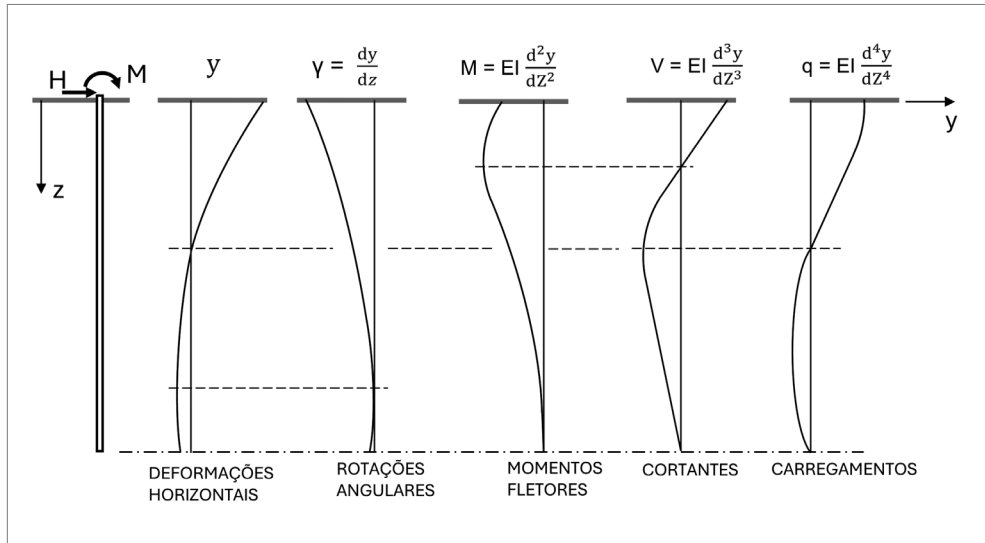


Figura 5.1 Evolução das integrações da equação da linha elástica.

Diante das dificuldades com a integração da equação fundamental, para aplicações práticas, desenvolveu-se métodos com hipóteses simplificadoras que viabilizam sua resolução analítica, aplicados para casos específicos de carregamentos e com considerações sobre a homogeneidade das propriedades do solo ao longo da profundidade da estaca.

Mais recentemente, a resolução numérica tem sido utilizada com suficiente precisão, por meio da aplicação do método dos elementos finitos (MEF). A modelagem deve incorporar o(s) elemento(s) que compõe(m) a estrutura, o maciço de solo, por meio de vínculos que expressem o comportamento físico do conjunto. O MEF possibilita, inclusive, a análise de modelos não lineares para representar o comportamento do solo-estrutura, na avaliação de deformações ou reações limites, no contexto da relação tensão-deformação.

Há três simulações possíveis de serem efetuadas, envolvendo cada uma, sua própria dimensão de análise:

1. A mais simples e utilizada em análises estruturais trata-se de um modelo unidimensional, discretizado por barras e molas que representam a rigidez do solo em nós discretos, em similaridade à hipótese de Winkler. Nesse tipo de análise, é possível considerar a não linearidade do solo por meio de curvas de evolução das deformações, estabelecendo-se uma condição específica para a relação tensão-deformação. Essas curvas são denominadas de  $p-y$ . A hipótese usualmente utilizada considera o comportamento linear até o limite elástico e perfeitemen-

te plástico, após este limite. Normalmente, a tensão de plastificação é estabelecida como sendo a do empuxo passivo, na compressão, ou ativo, na descompressão, partindo-se da tensão inicial, o empuxo de repouso.

2. Para análises que envolvem o comportamento do meio solo mediante a interação solo-estrutura, como o caso de paredes de contenção, contenções de taludes, seções de túneis, são normalmente utilizados os modelos de malhas com elementos planos e discretos, representando o solo e a estrutura segundo suas características e propriedades. São vários os recursos possíveis, sendo normalmente utilizados, por exemplo, a idealização do comportamento físico do solo mediante as condições de contorno da malha; descolamento dos elementos diante de solicitações de tração; modelos específicos para a relação tensão-deformação, considerando os limites de plastificação do solo, o mais comum, o critério Mohr-Coulomb; análise do comportamento não linear do elemento estrutural, com a consideração do modelo momento-curvatura; tensões iniciais de repouso; formulações específicas de vinculação entre os elementos; entre outros.
3. Para obras de fundações isoladas, ou problemas que exigem como solução análises envolvendo a transferência de carga das estruturas para o solo e distribuição espacial das tensões, utiliza-se modelos tridimensionais, com arranjo axisimétrico de malha ao redor da estaca e elementos volumétricos na forma, adaptados a cada caso de estudo. Os recursos são os mesmos que os das malhas planas, estabelecendo-se, no entanto, modelagens numéricas que simulam com maior precisão a dissipação da energia da deformação nas três dimensões, possibilitando resultados mais próximos da realidade das análises.

Na prática, a interação solo-estrutura apresenta várias dificuldades para representar o meio contínuo, seja por métodos com formulações de resolução analítica, ou mesmo os numéricos, como o MEF. Pode-se citar, a exemplo, a não homogeneidade do solo e seu comportamento não linear. Os solos, na natureza, à exceção de alguns maciços formados por argilas sobreadensadas, areias compactas e formações residuais maduras, são heterogêneos e anisotrópicos. Em especial, os transportados, formam depósitos com estratigrafia variada, em camadas geralmente horizontais, mas muitas vezes, erráticas, e mesmo quando homogêneos, apresentam variações em suas propriedades físico-mecânicas na profundidade.

Quanto ao comportamento não linear, como visto em 3.1 deste trabalho, Deformabilidade dos solos – curvas tensão-deformação, a relação tensão-deformação dos solos apresenta curvas de não linearidade características, com aumento progressivo do módulo de deformação com o carregamento, de difícil avaliação para simulação.

Também, no caso de carregamentos cíclicos, situação típica em estruturas de pontes, ou marítimas, a restituição ao estado inicial de deformação do solo, na curva tensão-deformação, não ocorre plenamente, como também visto em 3.1, verificando-se níveis de deformação residual ao descarregamento. Essas características do solo implicam muitas vezes na elaboração de projetos em que a obtenção dos esforços estruturais se faz por meio de envoltórias de máximos e mínimos, mediante as várias respostas quanto à mobilização dos solos.

## 5.2 COEFICIENTE DE RECALQUE HORIZONTAL ( $k_h$ )

Denomina-se coeficiente de recalque horizontal do solo  $k_h$ , teoricamente, o quociente entre a tensão horizontal  $\sigma_h$  aplicada ao solo por uma placa plana e rígida, e o deslocamento que essa tensão produz,  $y$ .

$$k_h = \frac{\sigma_h}{y} \quad (5.2.1)$$

Para sua determinação, pode-se valer de resultados obtidos em ensaios e provas de carga in loco, obtidos em pesquisas ou experimentos, que relacionam o módulo de elasticidade do solo  $E_s$  à sua rigidez, mediante o resultado das deformações do elemento estrutural ensaiado. Há também propostas por vários autores de correlações com o coeficiente de recalque vertical  $K_v$ , ou por meio de ensaios de caracterização de campo, como o *SPT* ou *deep-sounding*, por exemplo.

A partir da equação básica de distribuição de tensões verticais na profundidade, decorrente de uma carga aplicada na superfície do solo,  $\rho = \sigma_v \cdot I_F \cdot B \cdot \frac{(1-\nu^2)}{E_s}$ , em

que  $\rho$  é a deformação vertical na base da sapata;  $I_F$  um fator de forma e  $B$  a menor largura da placa, como visto em 4.1 deste trabalho, pode-se estabelecer uma correlação com o coeficiente de recalque horizontal, como a seguir,

$$k_h = \frac{E_s \cdot I_F \cdot z}{(1-\nu^2) \cdot B} \quad (5.2.2)$$

sendo  $E_s$  o módulo de elasticidade do solo,  $\nu$  o coeficiente de Poisson, e  $I_F$  um fator de forma relacionado ao tamanho e rigidez da placa, por meio da qual as tensões são aplicadas ao solo, como apresentado por Otálvaro e Nanclares (2009),

Verifica-se, por esta expressão, que o coeficiente de rigidez horizontal tem relação direta com o coeficiente de recalque vertical, podendo ser escrito, segundo a seguinte relação de proporcionalidade:

$$k_h \equiv k_v \cdot z \quad (5.2.3)$$

Ao ser inversamente proporcional à largura da estaca  $B$ , refere-se à influência do tamanho do bulbo de tensões formado pela largura da estaca. A relação direta com  $z$ , refere-se ao maior espectro do espraio das tensões em função da profundidade.

Essa forma de interpretação do coeficiente de recalque horizontal foi reproduzida por vários trabalhos subsequentes, com pequenas variações, segundo diversos autores.

Terzaghi (1955) apresenta uma proposta para avaliação do valor de  $k_h$ , correlacionando, teoricamente, o deslocamento horizontal de uma estaca embutida no solo com o deslocamento vertical de uma placa rígida em contato com a superfície do solo. Segundo a proposta, conceitualmente, é admitido que o solo, ao ser mobilizado, forma um bulbo de reação no plano horizontal, cujos limites são diretamente proporcionais à largura  $B$  da estaca. Pressupõe-se, portanto, que o deslocamento da estaca é diretamente proporcional aos limites do bulbo formado pela largura da estaca. Como a rigidez do solo é inversamente proporcional ao deslocamento causado pela ação de uma pressão  $\sigma_h$ , mantendo-se  $\sigma_h$  constante,  $k_h$  será inversamente proporcional à largura  $B$  da estaca.

Avaliam-se duas situações distintas, uma refere-se aos solos coesivos, como as argilas pré-adensadas e uma segunda, aos solos com predominância arenosa, apresentando, cada uma, distribuições de  $k_h$  ao longo da profundidade para um deslocamento horizontal teórico constante, como proposto na Figura 5.2.

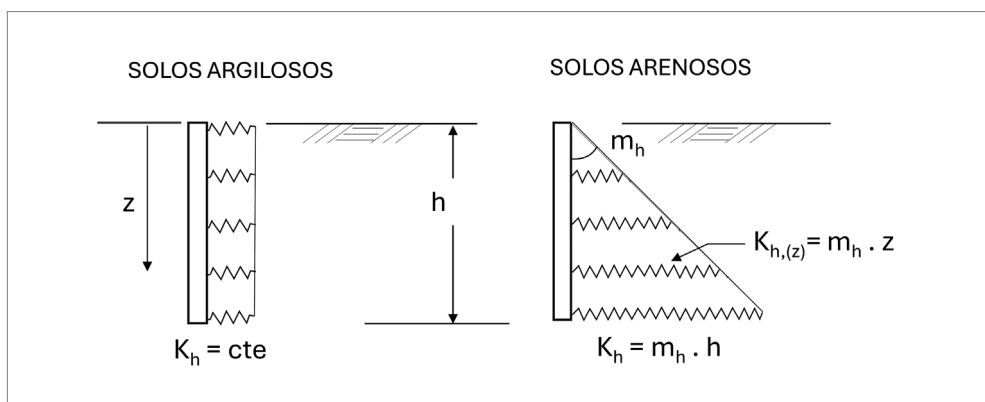


Figura 5.2 Diagramas propostos para o coeficiente de recalque horizontal para solos argilosos e arenosos.

Na avaliação de  $k_h$  com a profundidade, admite-se, teoricamente, o deslocamento horizontal da estaca de forma constante ao longo da profundidade. Trata-se de uma posição conservativa. Como demonstra Dinis, Pappalardo e Seko (2023), em estudo sobre deslocamentos de estacas embutidas em solo, por modelagem numérica pelo MEF, foram analisados dois casos de deslocamento horizontal de estacas rígidas, um paralelo ao eixo  $y$  e o outro rotacional, com rotação no pé da estaca, obtendo-se resultados distintos para as duas situações. Como resultado, para a mesma deformação horizontal no topo da estaca, no modelo rotacional, o solo apresentou aproximadamente rigidez 40% maior do que no modelo de deslocamento paralelo a  $y$ . Justifica-se esse resultado em função da mobilização da resistência por atrito entre camadas horizontais do solo que ocorre no modelo rotacional.

Com base nesse resultado, pode-se adotar, de forma conservativa, valores de  $k_h$  em modelos de deslocamentos rotacionais, iguais aos determinados para a condição de deslocamentos paralelos a  $y$ , mantendo uma abordagem conservativa.

Para a determinação dos valores de  $k_h$ , Terzaghi (1955) apresentou para argilas pré-adensadas uma correlação direta com os resultados de ensaios de reação vertical em placa quadrada, cuja expressão tem a forma a seguir:

$$k_h = \frac{k_{s1}}{1,5 \cdot B} (F / L^3) \quad (5.2.4)$$

sendo:

$k_h$ : coeficiente de recalque horizontal;

$k_{s1}$  ( $k_v$ ): coeficiente de recalque vertical obtido por uma placa de um pé quadrado (1 x 1 ft);

B: largura da estaca, lado ou diâmetro em pé (1 ft);

1,5: fator de ajuste da formulação, que pode apresentar outro valor quanto ao tamanho da placa utilizada ou largura da estaca.

**Tabela 5.1** Valores de  $k_{s1}$  propostos por Terzaghi (1955) para placas de (1 x 1 ft)

Consistência da argila	$q_u$ (MN/m <sup>2</sup> )	Valores de $k_{s1}$ (MN/m <sup>3</sup> )
Rija	0,10 a 0,20	24
Muito rija	0,20 a 0,40	48
Dura	> 0,40	96

∴ para efetuar a correlação entre o coeficiente de recalque vertical  $k_{s1}$ , da placa de largura (1x1 ft), para uma hipotética placa de largura  $B$ , pode-se simplistamente aplicar a relação direta:

$$k_{v,B} = \frac{k_{s1} \cdot (1\text{ft} = 0,305\text{ m})}{B} \quad (5.2.5)$$

→ segundo a notação deste trabalho:

se:  $B = 1,0\text{ m} \rightarrow k_{v,B} = k_{v,1}$  (ou simplesmente  $k_v$ ); para uma placa de 1 x 1 m.

Vesic (1961) ao analisar a influência da rigidez à flexão de estacas em meio a solo homogêneo e isótropo, na determinação de  $kh$ , propõe que, no caso de estacas longas, de largura  $B$  e rigidez a flexão  $EI$ , com módulo de compressão  $Es$  e coeficiente de Poisson  $\nu$ , a seguinte expressão para  $k_h$ :

$$k_h = 0,65 \cdot \sqrt[12]{\frac{Es \cdot B^4}{Ec \cdot I}} \cdot \frac{Es}{(1-\nu^2)} \quad (5.2.6)$$

sendo:

- $k_h$ : coeficiente de recalque horizontal.

Pode-se verificar pela expressão que o termo  $\sqrt[12]{\frac{Es \cdot B^4}{Ec \cdot I}}$  refere-se a um valor de rigidez relativa estaca-solo, apontando para a influência da rigidez à flexão da estaca no comportamento do solo mediante sua reação à compressibilidade. A constante numérica 0,65 sugere um fator corretivo na conversão do termo  $\frac{Es}{(1-\nu^2)}$  de aplicação da vertical para a horizontal, em compatibilidade à expressão proposta por Terzaghi (5.2.4).

Evidencia-se, tendo em vista os métodos analisados, uma lógica em adotar um fator redutivo na conversão de  $k_v$  para  $k_h$ , haja visto que o solo, quando submetido a pressões verticais, tende a consolidar os arranjos de acomodação das partículas sólidas, propiciando maior compactação. No entanto, pressões horizontais atuam no

sentido de desarranjar a estrutura natural do solo, ao reagir no sentido contrário a este arranjo. Assim, há coerência em se adotar um fator redutivo ao correlacionar  $k_h$  com  $k_v$ , que poderia ser alegado à anisotropia natural do solo quanto à rigidez à compressão na direção horizontal, relativamente à vertical, propondo-se denominar este fator redutivo de *índice de anisotropia* -  $I_A$ .

Partindo-se da expressão (4.1.5):

$$k_{v,\lambda} = \frac{k_v}{\lambda} = \frac{Es}{\lambda \cdot (1 - \nu^2)}$$

→ propõe-se, para a correlação entre  $k_v$  e  $k_h$ , inserir diretamente na formulação um fator de redução, denominado fator de anisotropia ( $I_A$ ).

Assim, mediante as considerações e ponderações efetuadas, para relacionar  $k_h$  com  $k_v$ , propõe-se, para solos em que a variação de  $k_h$  com a profundidade não seja significativa, e a partir de (4.1.5), a seguinte expressão:

$$k_{h,\lambda} = I_A \cdot \frac{Es}{\lambda \cdot (1 - \nu^2)} \quad (5.2.7)$$

sendo:

- $k_{h,\lambda}$  – coeficiente de recalque horizontal referindo-se à superfície de projeção da estaca.
- $\lambda$  – grandeza dimensional relativa ao lado equivalente de uma placa de dimensão  $B \times L$ , tendo como equivalência uma placa rígida quadrangular, com o lado referencial de 1,0 x 1,0 m de largura, com efeito na determinação da deformação  $\rho$ .

$$\lambda = \sqrt{B \cdot L \cdot I_C}$$

- $B \cdot L$  – base de placa rígida estudada, com menor largura  $B$  e maior  $L$ .
- $I_C$  – fator de conformação aplicado a placa retangular de lados  $B \times L$ , a considerar sua equivalência a uma placa quadrada, na propagação das tensões verticais no meio solo que causam a deformação  $\rho$ , com a conotação de fator de forma.

- $I_A$ : fator de anisotropia relacionado ao comportamento diferenciado do módulo de compressão  $E_s$  quanto à deformação segundo os planos vertical e horizontal, entre amostras ensaiadas.

Desejando-se obter o coeficiente de recalque horizontal paramétrico  $k_h 1$ , deve-se desconsiderar no cálculo as dimensões específicas da fundação, referindo-se a uma placa de 1,0 x 1,0 m, isso resulta na equação básica para  $k_h 1$  (ou simplesmente  $k_h$ ):

$$k_h 1 \text{ (ou simplesmente } k_h) = I_A \cdot \frac{E_s}{(1-\nu^2)} \quad (5.2.8)$$

Os fatores de conformação  $I_C$  e de anisotropia  $I_A$  são ambos redutivos (menores que 1,0), tendo cada um, o seguinte significado:

#### *Fator de anisotropia $I_A$*

Fator de correção do valor de  $E_s$ , quando este é obtido por deformação vertical da amostra, corrigindo-se seu valor para o caso da deformabilidade horizontal. Segundo Das (2011), a exemplo, em argilas adensadas, pode ocorrer anisotropia em relação à resistência causada pela natureza de deposição de solos coesivos, nos quais, com o subsequente adensamento, as partículas se orientam perpendicularmente à direção da tensão principal maior, fenômeno que pode acontecer tanto em argilas normalmente adensadas como em sobreadensadas. Na falta de valores experimentais, sugere-se admitir dois extremos e interpolar para solos intermediários, como a seguir:

- argilas rijas plásticas:  $I_A = 1,0^*$ ;
- argilas arenosas/siltosas ou argilas pré-adensadas, que apresentem escamações e laminações no plano horizontal, com manifestação de deterioração de sua estrutura inicial de confinamento mediante compressão horizontal:  $I_A = 0,6^*$ .

\*Valores sugeridos sem demonstração experimental.

→ Interpolar em casos intermediários.

#### *Fator de forma $I_C$*

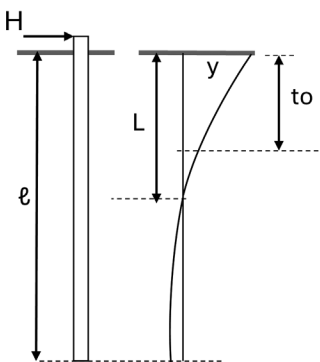
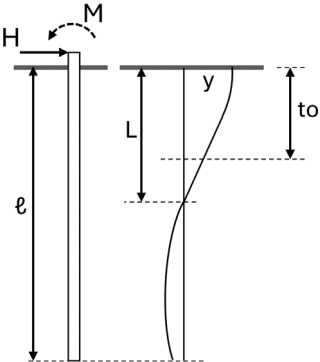
Fator de conformação geométrica, obtido na Tabela 4.1, em função da geometria de uma placa sob deslocamento, nesse caso, referindo-se à projeção horizontal da estaca que produz compressão no solo, de lados  $B \times L$ , sendo  $L = to$ . Por correlação da teoria,  $to$  pode ser obtido pelo Quadro 5.1.

Sendo:

- $t_o$ : comprimento do trecho da estaca em profundidade, que reproduza tensões no solo que sejam representativas para determinar a deformação média horizontal.

Para obtenção de  $t_o$ , como ordem de grandeza, sugere-se os valores indicados na Tabela 5.2, aplicados a solos homogêneos e não estratificados na profundidade, cuja variação de  $k_h$  com a profundidade não seja significativa. Para sua elaboração, os valores sugeridos foram obtidos por interpretação de séries de processamentos pelo MEF, visando a determinação da deformada da  $LE$  de estacas inteiramente embutidas no solo e seu comprimento  $L$ , para os casos previstos no Quadro 5.1, assumindo-se  $t_o$  como sendo  $0,7L$ , quando:  $\ell / R1 \geq 4$ .

**Quadro 5.1** Determinação de  $t_o$  para estimativa do comprimento significativo da profundidade comprimida em estaca carregada lateralmente

 <p style="text-align: center;"><b>BALANÇO</b></p>	 <p style="text-align: center;"><b>ENGASTADA</b></p>
<p>para: <math>\ell / R1 \geq 4</math>  <math>t_o = 2,4 R1</math>                      para: <math>\ell / R1 &lt; 4</math>  <math>t_o = 0,5 \cdot \ell</math></p>	<p>para: <math>\ell / R1 \geq 4</math>  <math>t_o = 3,1 R1</math>                      para: <math>2 \leq \ell / R1 &lt; 4</math>  <math>t_o = 0,65 \cdot \ell</math>                      para: <math>\ell / R1 \leq 2</math>  <math>t_o = \ell</math></p>

**Quadro 5.1** Determinação de  $t_0$  para estimativa do comprimento significativo da profundidade comprimida em estaca carregada lateralmente

\* $(\ell / R1)$  segundo seção 5.3

$$** \left( R1 = \sqrt[4]{\frac{E \cdot I}{B \cdot k_h 1}} \right); \text{ com: } k_h 1 = \frac{1}{B} \cdot \frac{Es}{(1-\nu^2)}$$

## EXEMPLO 5.1

Determinar o coeficiente de recalque horizontal do solo para uma estaca de diâmetro  $B = 0,4$  m, embutida no solo à profundidade de 12,0 m.

- Solo: argila siltosa média

$$E = 10000 \text{ kN/m}^2$$

$$\nu = 0,3$$

- Estaca

$$E_c = 21 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$

$$I = \pi \cdot B^4 / 64 = 0,00126 \text{ m}^4$$

Aplicando-se a expressão:

$$k_{h,\lambda} = I_A \cdot \frac{Es}{\lambda \cdot (1-\nu^2)} \quad (5.2.7)$$

→ tem-se como desenvolvimento dos cálculos:

- Determinação de  $I_C$

Para determinação de  $t_0$ , tem-se

$$R1 = \sqrt[4]{\frac{E \cdot I}{B \cdot k_h 1}} = \sqrt[4]{\frac{21 \cdot 10^6 \cdot 0,00126}{0,4 \cdot k_h 1}} = 1,13$$

sendo:

$$kh_1 = \frac{Es}{B \cdot (1-\nu^2)} = \frac{15000}{0,4 \cdot (1-0,3^2)} = 41208 \text{ kN/m}^3$$

$$\ell/R_1 = 9,0/1,13 = 7,96 \geq 4$$

do Quadro 5.1:

$$\rightarrow t_0 = 2,4 R_1 = 2,71 \text{ m}$$

$$\lambda = \sqrt{0,4 \cdot 2,71 \cdot 0,61} = 0,81$$

sendo:

$$t_0/B = 2,71/0,4 = 6,77$$

da Tabela 4.1  $\rightarrow$  para:  $t_0/B = 6,77$  e interpolando:

$$I_C = 0,61$$

Para determinação de  $I_A$ , será diretamente adotado:

$$I_A = 0,7$$

Aplicando (5.2.7)

$$k_{h,\lambda} = 0,7 \cdot \frac{15000}{0,81 \cdot (1-0,3^2)} = 18915 \sim 19000 \text{ kN/m}^3$$

Desejando-se obter o coeficiente de recalque horizontal paramétrico  $k_h$ , deve-se desconsiderar, no cálculo, os parâmetros específicos da fundação, ou seja, definir  $\lambda = 1,0$ :

$$k_h = 0,7 \cdot \frac{15000}{(1-0,3^2)} = 11538 \sim 11500 \text{ kN/m}^3$$

Para os solos arenosos, Terzaghi (1955) propõe um parâmetro  $n_h$  como expressão de cálculo para o coeficiente de reação horizontal do solo, que corresponde à variação do coeficiente de recalque horizontal em determinada unidade linear na profundidade.

$$n_h = \frac{A \cdot \gamma_s}{1,35} (F / L^3) \quad (5.2.9)$$

sendo:

- $A$ : parâmetro adimensional a ser aplicado como ajuste de  $n_h$ , em função da compactidade relativa das areias;
- $\gamma_s$ : peso específico do solo.

Em sua proposta, Terzaghi (1955) apresenta diretamente valores para  $A$ , como mostra a Tabela 5. 2:

**Tabela 5.2** Valores de  $n_h^*$  propostos por Terzaghi (1955) para estacas com largura de (1 ft)

Compacidade da areia	Variação de A	$n_h^*$ (MN/m <sup>3</sup> ) - médio	
		Areia (umidade natural)	Areia (seca)
Fofa	100 a 200	2,5	1,5
Medianamente compacta	300 a 1000	7,0	4,5
Compacta	1000 a 2000	18,0	11,0

\* Para efetuar a correlação entre o módulo de reação horizontal  $n_h$ , de uma estaca de largura (1 ft) para uma placa quadrada de 1,0 m de largura, em coerência à sua conotação com  $k_{h1}$ , deve-se aplicar a relação direta de proporção. Para a notação desse trabalho,  $n_h$  refere-se à largura de uma estaca de (1 ft). No caso de uma placa quadrada da largura de (1,0 x 1,0 m), adota-se a notação  $m_{h1}$ , ou simplesmente,  $m_h$ .

$$m_{h1} = \frac{n_h \cdot (1\text{ft} = 0,305 \text{ m})}{(1,0 \cdot 1,0) \text{ m}^2} \left( \frac{\text{kN}}{\text{m}^4} \right) \quad (5.2.10)$$

Fazendo  $k_{h1}$  variar com a profundidade, obtém-se o coeficiente de recalque horizontal,  $k_{h(z)1}$ , que tem como o módulo de proporcionalidade linear,  $m_{h1}$ , em (F/L<sup>4</sup>).

$$k_{h(z)} \cdot 1 = m_h \cdot 1 \cdot z \quad (5.2.11)$$

E, dessa forma, para a determinação do coeficiente de recalque horizontal com a profundidade, aplica-se diretamente a expressão:

$$k_{h(z)} = m_h \cdot z \quad (5.2.12)$$

Alonso (2019) apresenta uma adaptação interessante de Davisson (1963) proposta para valores de  $n_h$  em função de  $N_{SPT}$ , como mostra a Tabela 5.3:

**Tabela 5.3** Valores da constante do coeficiente de reação horizontal  $n_h$

Compacidade da areia	$N_{SPT}$	$n_h$ (MN/m <sup>3</sup> )	
		Acima de NA	Abaixo de NA
Areia fofa	4 a 10	2,6	1,5
Areia medianamente compacta	10 a 30	8,0	5,0
Areia compacta	30 a 50	20,0	12,5
Silte muito fofo			0,1 a 0,3
Argila muito mole			0,55

Fonte: Davisson, 1963, *apud* Alonso, 2019.

De forma prática, o módulo de proporcionalidade  $m_h$  pode ser obtido diretamente por valores distintos do coeficiente de recalque horizontal  $k_{h(z)}$ , nos extremos de um determinado intervalo da profundidade de uma camada do subsolo.

Seja:

- $k_{h(a)}$ : coeficiente de recalque horizontal do solo na cota  $a$ ;
- $k_{h(b)}$ : coeficiente de recalque horizontal do solo na cota  $b$ ;
- $d_{(a-b)}$ : distância entre as cotas  $a$  e  $b$ .

Obtendo-se o módulo de proporcionalidade  $m_{h,(a-)}$ :

$$m_{h,(a-)} = \frac{[k_{h(b)} - k_{h(a)}]}{d_{(a-b)}} \quad (5.2.13)$$

A partir da cota  $a$ , na profundidade  $z$ , o coeficiente de recalque horizontal  $k_{h(z)}$  pode ser representado como a seguir:

$$k_{h(z)} = k_{h(a)} + m_{h(a-b)} \cdot z \quad (5.2.14)$$

Sendo o solo arenoso e homogêneo, o coeficiente de recalque horizontal  $k_{h(z)}$ , para uma profundidade pré-determinada e conhecida ( $z$ ), pode ser determinado a partir do módulo de deformação  $Es_{(z)}$ .

Propõe-se a expressão a seguir:

$$k_{h(z)} = I_A \cdot \frac{Es_{(z)}}{(1-\nu^2)} \quad (5.2.15)$$

Sendo:

- $I_A$ : fator de anisotropia relacionado ao comportamento diferenciado do módulo de compressão  $Es$  quanto à deformação, segundo os planos vertical e horizontal, considerando que a deformação horizontal age no sentido de desestruturar o arranjo natural de deposição dos grãos nas massas de solo arenoso. Sugere-se os seguintes valores extremos, interpolando-se nos demais casos:
  - areias muito compactas de grãos arredondados e duros:  $I_A = 0,9^*$ ;
  - areias fofas, argilosas ou siltosas, pouco graduadas, de grãos com arestas vivas e fracas, com manifestação de acomodação de sua estrutura inicial de confinamento mediante compressão horizontal:  $I_A = 0,5^*$ .

\*Valores sugeridos sem demonstração experimental.

Cabe colocar que, na determinação de  $k_{h(z)}$  para profundidades preestabelecidas, de forma pontual, seu valor refere-se a  $k_{h(z)} \cdot 1$ , ou seja, referindo-se a uma placa de 1,0 x 1,0 m. Para efetuar a conformação de  $k_{h(z)} \cdot 1$  para  $k_{h\lambda(z)}$ , deve-se aplicar o fator  $\lambda$ , determinado para a profundidade  $to$ , mesmo que  $to$  não corresponda ao intervalo de variação do  $k_{h(z)}$  pesquisado, ao qual se deseja determinar  $m_h$ . Para solos arenosos, de forma conservativa, mesmo considerando que os valores de  $k_{h(z)}$  são variáveis com a profundidade, sugere-se determinar  $to$  conforme o Quadro 5.1, a partir da média dos valores de  $k_{h(z)}$  característicos no trecho de 0,5  $\ell$  a contar da superfície do solo.

Em solos arenosos, mesmo sendo homogêneos, pressupõe-se que o aumento de  $k_{h(z)}$  com a profundidade ocorra com o aumento do confinamento, que pode ser expresso pela variação do índice de resistência à penetração  $N_{SPT}$ , geralmente crescente com a profundidade. Propõe-se determinar os valores de  $k_{h(z)}$ , pontualmente, a partir da obtenção do módulo de deformação  $Es$  em função do  $N_{SPT}$ , diretamente. Cintra e

Aoki (2011) apresentam critérios para obtenção de  $E_s$  em função de  $N_{SPR}$ , por meio de correlações.

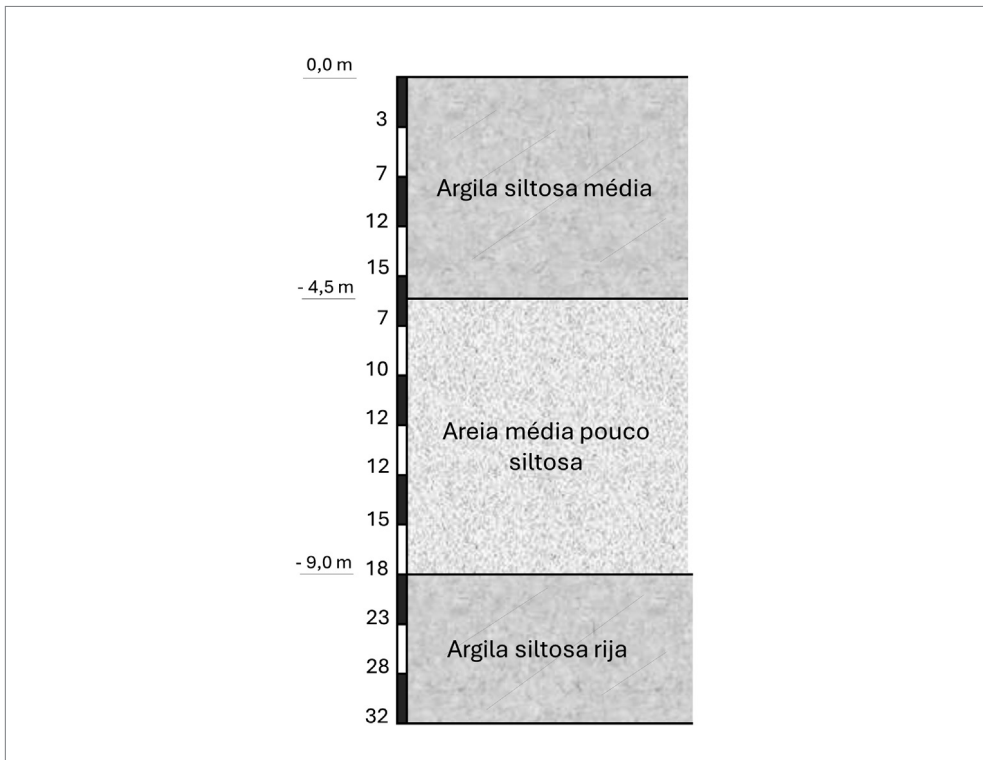
Havendo estratificações horizontais, com a formação de camadas de solos homogêneos bem definidos, aplicar (5.2.15) isoladamente para cada camada, representando o resultado como na Figura 5.4.

Em projetos com o uso de cálculo numérico pelo MEF, pode-se, de forma prática, determinar  $k_{h(z)}$  diretamente para cada unidade de profundidade, segundo (5.2.15).

## EXEMPLO 5.2

Coeficiente de recalque horizontal em solos arenosos

Determinar o módulo de proporcionalidade de recalque horizontal  $m_{h(z)}$  e a distribuição do coeficiente de recalque horizontal  $k_{h1}$  na camada de solo arenoso constante do perfil de sondagem a seguir:



Para estimativa do módulo de deformação  $E_{s(z)}$ , serão utilizados os dados da tabela a seguir, segundo Joppert Jr. (2007), interpolando-se os valores, quando for o caso.

Tipo de solo	Faixa de SPT	Módulo de elasticidade $E_s$ (kN/m <sup>2</sup> )	Peso específico natural $\gamma_s$ (kN/m <sup>3</sup> )
Areia média pouco siltsosa	0 - 4	20000 - 50000	17
	5 - 8	40000 - 80000	18
	9 - 18	50000 - 100000	19
	19 - 41	80000 - 150000	20
	> 41	16000 - 200000	20

Considerando o solo: areia média pouco siltsosa, obtém-se  $\nu = 0,35$ , interpolando-se os valores correspondentes obtidos da Tabela 2.1. Para  $I_A$ , será assumido o valor de 0,7.

→ aplicando a equação (5.2.17):

$$- \text{ para a cota } - 4,5 \text{ m} \rightarrow N_{SPT} = 7 \rightarrow E_{s(4,5)} = 67000 \text{ kN/m}^2$$

$$k_{h(-4,5)} = 0,7 \cdot \frac{67000}{(1-0,35^2)} = 53440 \text{ kN/m}^3$$

$$- \text{ para a cota } - 9,0 \text{ m} \rightarrow N_{SPT} = 18 \rightarrow E_{s(9,0)} = 100000 \text{ kN/m}^2$$

→ aplicando a equação (5.2.17)

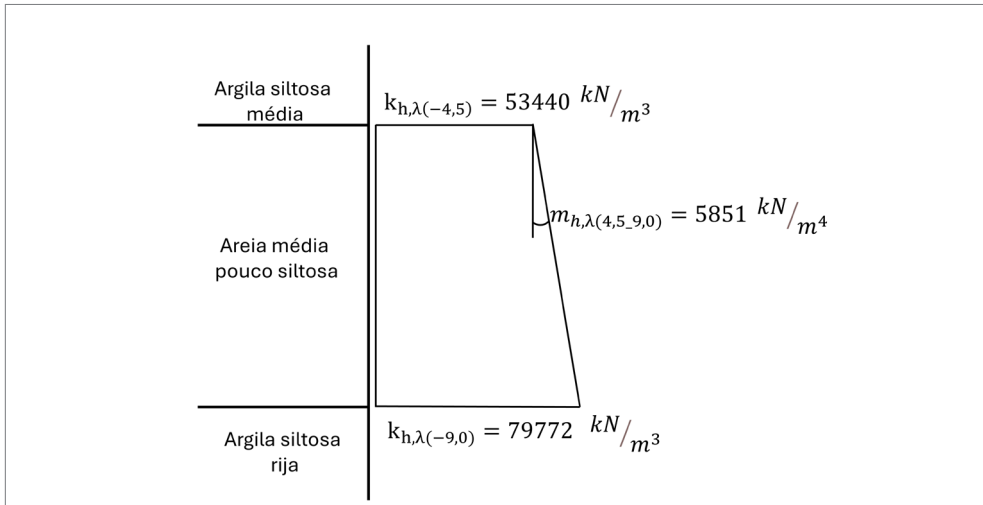
$$k_{h(-9,0)} = 0,7 \cdot \frac{100000}{(1-0,35^2)} = 79772 \text{ kN/m}^3$$

→ aplicando a equação (5.2.15)

$$m_{h(a-b)} = \frac{[k_{h(b)} - k_{h(a)}]}{d_{(a-b)}}$$

$$m_{h(9,0-4,5)} = \frac{(79772 - 53440)}{(9,0 - 4,5)} = 5851 \text{ kN/m}^4$$

Esquema da distribuição do coeficiente de recalque horizontal na camada de areia:



Apesar da intrínseca compatibilidade entre as definições e conceitos que envolvem o problema de uma viga sobre apoio elástico, com a estaca carregada lateralmente, as resoluções são distintas, sendo mais complexas para as estacas, por elas atravessarem extratos de natureza diversa, constituídos por solos com propriedades muitas vezes não compatíveis com uma solução de continuidade numérica. Para as vigas, a estratificação do solo leva à sobreposição de efeitos da deformação na profundidade, podendo-se formular o problema a partir da rigidez equivalente a um solo homogêneo, o que não é possível para as estacas.

Mesmo em meio elástico, homogêneo e isótropo, com possibilidades de deslocamento unicamente em  $y$ , considerando uma estaca rígida, o problema ainda não terá uma solução semelhante a uma placa submetida a recalques verticais, diferenciando-se, o modelo, pelo meio semi-infinito, quanto à interrupção do solo na superfície. Nas camadas próximas à superfície, não há massa suficiente para acomodar as tensões ascendentes causadas pelo efeito de Poisson, resultando em desequilíbrio das tensões na vertical e consequente redução da rigidez do solo junto à superfície. Outra questão, na correlação da rigidez do solo entre a direção vertical e horizontal, na vertical, as deformações são causadas na mesma direção da formação e acomodação das partículas dos solos transportados, sendo que na horizontal, as deformações estariam agindo no desarranjo dessa formação, com consequente redução, seja da rigidez, quanto da própria resistência dos solos.

Essa questão foi pesquisada por vários autores, tendo cada um apresentado leis de variação de  $k_h$  com a profundidade. Há consenso de que a hipótese de Terzaghi, que considera valores constantes com a profundidade para argilas pré-adensadas e variação linear no caso de areias, não seja realista.

Vários autores estudaram a variação de  $k_h$  com a profundidade, muitos apresentando equações que indicam uma variação não linear. Matlock e Reese (1961), como Davisson e Gill (1963), apresentaram estudos para variação não linear e variações segundo a estratificação do solo. Há consenso em relação a uma variação mais acentuada junto à superfície, estabilizando-se ao longo da profundidade, para os solos coesivos, e uma tendência de linearidade, para os solos com predominância arenosa, ao longo de toda a profundidade. Na Figura 5.3 estão esquematizadas possibilidades para configuração de prováveis curvas de variação de  $k_h$  com a profundidade.

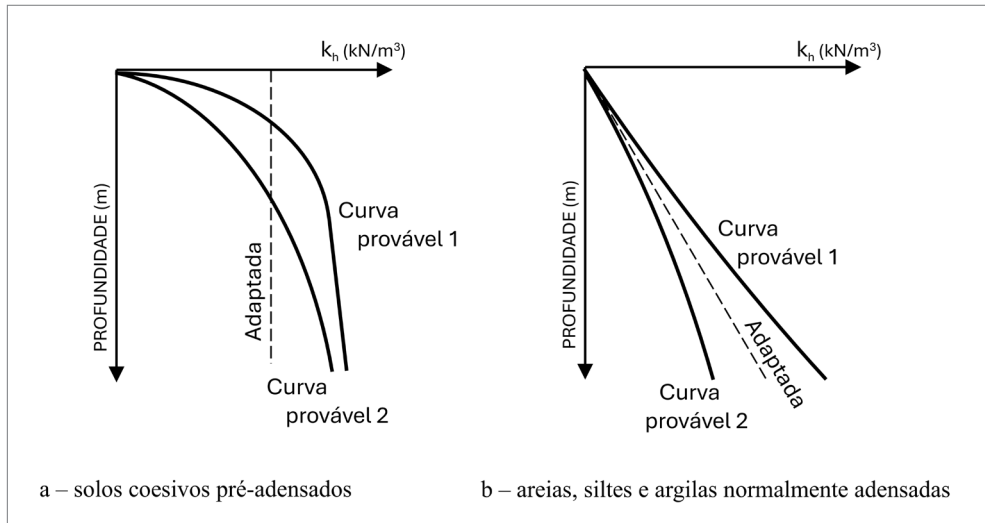


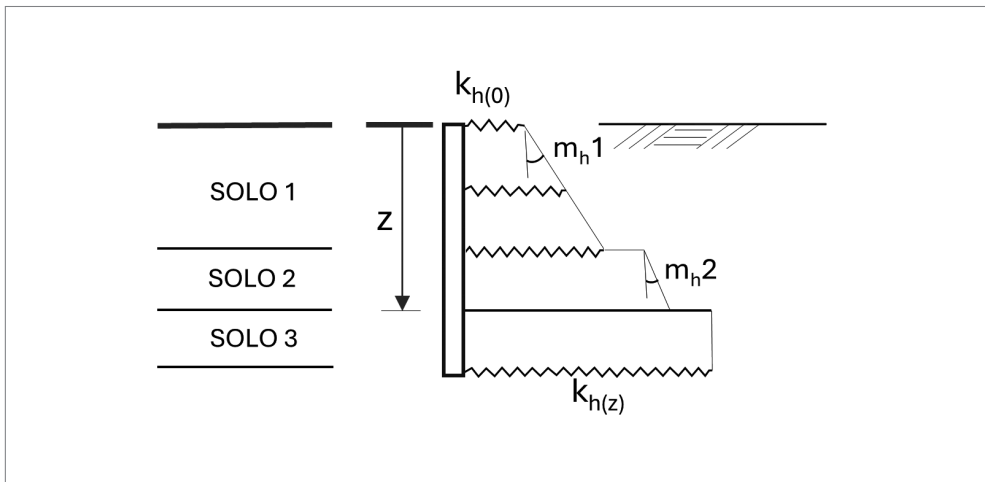
Figura 5.3 Esquemas de possíveis variações do coeficiente de recalque horizontal com a profundidade.

As argilas pré-adensadas apresentam um comportamento razoavelmente homogêneo por serem compressíveis e coesivas, não havendo variação significativa em relação à profundidade da camada em análise. Junto à superfície, no entanto, pressões horizontais causam maiores deformações na massa de solo, pois as componentes verticais de equilíbrio perdem reação na direção vertical devido ao limite superior do meio semi-infinito. Sendo o solo mais coesivo, maior a rigidez nas camadas superficiais, o que corresponderia à curva provável 1, da Figura 5.3a. A adaptação para valor de  $k_h$  constante com a profundidade tem fins práticos de aplicação. Davisson (1970) propõe uma redução do valor de  $k_h$ , apresentando-o em um diagrama linear e constante em relação à profundidade, no entanto, propõe que essa redução do valor ocorra até uma profundidade de  $0,4 R$ , tendo  $R$  o significado dado na Figura 5.3.

As areias, devido à alta porosidade e baixa compressibilidade, ou nenhuma, apresentam melhor estabilidade em sua estrutura granular, nas camadas mais profundas. Assim, quanto maior a profundidade, maior será sua capacidade de reação aos des-

locamentos horizontais. No entanto, mesmo que a rigidez do solo aumente com a profundidade, para grãos de areia de arestas pronunciadas e pouco resistentes, o aumento do deslocamento horizontal devido ao rearranjo das partículas, na profundidade, não segue unicamente a lógica do confinamento, mas, também, ao maior efeito de rearranjo entre os grãos, tendendo a minimizar o acréscimo de rigidez com a profundidade, como mostra a curva provável 2 da Figura 5.3b. Em contrapartida, as areias com grãos de arestas duras e arredondadas tendem a reduzir o índice de vazios com o confinamento, acentuando um maior aumento da rigidez com a profundidade, como no caso de curva provável 2-b, do esquema. A adaptação para valor de  $k_h$  variando linearmente com a profundidade tem fins práticos de aplicação.

A forma da curva de  $k_h$  com a profundidade, por expressões matemáticas, e suas simplificações para valores constantes ou de variação linear, por exemplo, é de validade prática para resoluções analíticas do comportamento estaca-solo mediante carregamentos horizontais. Ao se trabalhar com métodos numéricos, expressar a variação de  $k_h$  com a profundidade por equações perde a finalidade, já que se pode admitir valores específicos e independentes para cada elemento estrutural em análise ao longo da profundidade. Assim, partindo-se de uma curva básica que represente o tipo de solo, os valores de  $k_h$  podem ser corrigidos em cada profundidade, utilizando correlações como: variação do *SPT*, ou propriedades específicas do solo em que a estaca atravessa, no caso de estratificações. Ver Figura 5.4.



**Figura 5.4** Esquema de variação do coeficiente de recalque horizontal com a profundidade para um perfil de subsolo genérico.

### 5.3 RIGIDEZ RELATIVA ESTACA-SOLO

O problema de uma estaca submetida a carga lateral envolve duas grandezas distintas, mas intrinsicamente interligadas, que são as deflexões da estaca e, concomitantemente, a cada profundidade, as deformações do solo. Dessa forma, cada elemento tem sua rigidez independente, porém, diante de uma mesma sollicitação, apresentam deformações comuns. A partir da integração da equação da linha elástica de uma estaca confinada no solo, pode-se isolar uma constante, denominada de rigidez estaca-solo, utilizada para relacionar a rigidez relativa com que cada um desses elementos contribui na grandeza da rigidez conjunta entre a estaca e o solo. Para os solos coesivos pré-adensados e para as areias, apresenta-se expressões independentes, como a seguir:

- para argilas pré-adensadas (em adimensional):

$$R = \sqrt[4]{\frac{E \cdot I}{k_{h,\lambda} \cdot B}} \quad (5.3.1)$$

- para areias, siltes e argilas normalmente adensadas (em adimensional):

$$T = \sqrt[5]{\frac{E \cdot I}{m_{h,\lambda} \cdot B}} \quad (5.3.2)$$

∴ com  $k_{h,\lambda}$  e  $m_{h,\lambda}$  como demonstrado em 5.2.

Alguns autores buscaram estabelecer limites para a rigidez estaca-solo, estabelecendo intervalos para seus valores, que se relacionam ao comportamento estrutural da estaca, identificando no limite superior o estado rígido de flexão; no inferior, o estado preponderante por flexão; e um estado intermediário, com características estruturais intermediárias de comportamento. Pesquisadores que desenvolveram métodos de resolução para o problema estaca-solo propuseram valores para esses limites razoavelmente semelhantes. Entre eles, destacam-se Matlock e Reese (1960) e Davisson (1970), e ambas as referências apresentam resultados consensuais, como a seguir:

$$\frac{\ell}{(R \text{ ou } T)} \leq 2 \rightarrow \text{rígida}$$

$$\frac{\ell}{(R \text{ ou } T)} \geq 4 \rightarrow \text{flexível}$$

$$2 \leq \frac{\ell}{(R \text{ ou } T)} \leq 4 \rightarrow \text{caso intermediário}$$

Ao se enquadrar como rígida, há a tendência da estaca se comportar como um corpo rígido, apresentando unicamente deslocamentos no solo, sem que ocorram deflexões significativas da *LE*, face a elevada rigidez da estaca, como se verifica na Figura 5.5, caso *c*. Ao se enquadrar como flexível, as deformações da *LE* preponderam em relação aos deslocamentos por corpo rígido, como se pode observar no caso *b*. No caso intermediário, o estado de deformações impostas ao solo pela estaca, refere-se a uma composição de deslocamentos por corpo rígido e deflexões da *LE*, como se observa no caso *a*.

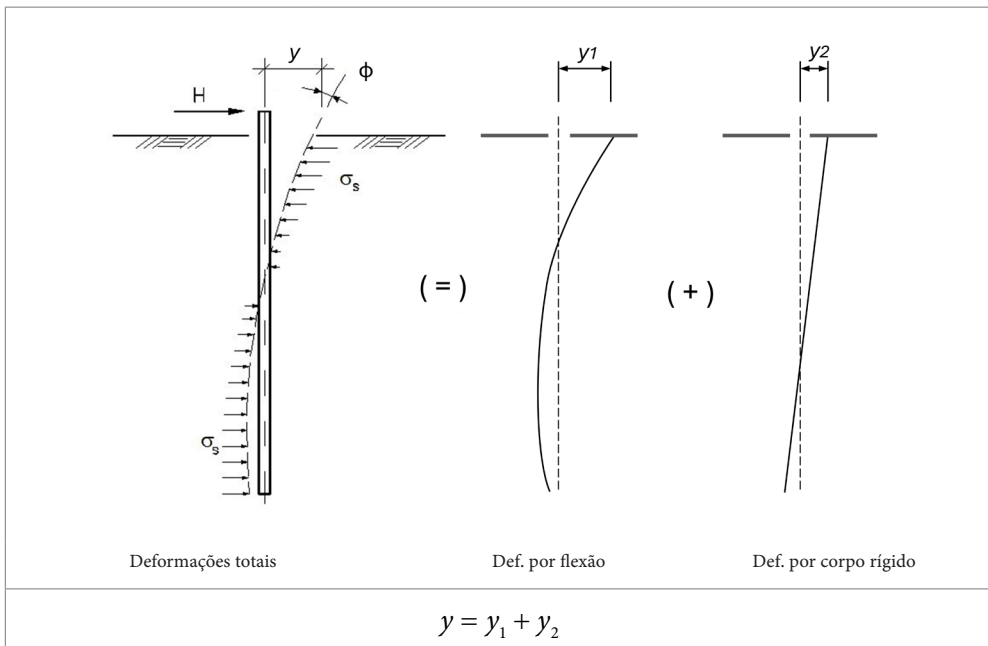


Figura 5.5 Esquemas para casos de deformação da linha elástica.

