

## CAPÍTULO 4

# Recalque das fundações

Os elementos de fundação apresentam deformabilidades que interferem na rigidez do conjunto estrutural de uma obra. Quanto às fundações rasas, mais comumente, as sapatas, interessa às análises os deslocamentos verticais causados na interface entre a base da fundação direta e o solo de assentamento, decorrentes da dissipação da energia dos carregamentos aplicados e sua propagação pelo subsolo. Já para as fundações profundas, as estacas ou tubulões, a questão é mais complexa, envolvendo sua deslocabilidade vertical, horizontal ou rotacional, mediante a aplicação de carregamentos verticais, horizontais ou momentos, respectivamente, podendo referir-se a uma fundação simples ou a um bloco com estacas agrupadas.

Nos solos, são válidos os preceitos da teoria da elasticidade, ao se considerar nas análises numéricas um meio semi-infinito, solo confinado, e quando submetido a pressões aplicadas, não excedam os limites de resistência e deformação. Importante validar os parâmetros do solo para as análises, de modo a garantir que para as cargas de serviço, o solo apresente um comportamento próximo ao linear, dentro de uma faixa em que se possa admitir somente recalques elásticos. Em caso contrário, as análises não têm solução analítica direta, devendo-se recorrer a recursos computacionais, como é o caso do MEF. Importa, assim, para o projeto, não somente a tensão limite resistente na camada do solo na profundidade em que será assente a base de uma sapata, na determinação de suas dimensões, mas também, em especial, a variação dos recalques e os danos associados que causam (Ver Capítulo 8).

No projeto de fundações em estacas, os estudos das deformações envolvem o modo de transmissão das cargas do elemento de fundação para o solo, que é função da rigidez relativa estaca-solo, cujos conceitos são formulados pelas teorias da interação solo-estrutura, que consideram a rigidez relativa entre os elementos estruturais das fundações e o solo, quanto aos deslocamentos vertical, horizontal e rotacional.

A rigidez das estacas ao deslocamento axial pode ser simplistamente definida como a maior ou menor dificuldade que suas estruturas apresentam para desenvolver recalques axiais elásticos, quando solicitadas por cargas também axiais, transmitidas ao solo por mecanismos de contato entre o solo e a estrutura, sujeitos a interações na compatibilidade das deformações.

Quanto aos recalques causados por deformações diferidas no tempo, esse fenômeno é pautado pela teoria da consolidação, relacionando os efeitos de dissipações da *pressão neutra* ou por acomodação das partículas do solo mediante solitação, associados à sua concomitante deformação. Para estudos estruturais complexos que envolvem a interação solo-estrutura, deve-se efetuar análises especiais, desenvolvendo-se envoltórias com resultados em tempos diferentes em relação à aplicação dos carregamentos, prevendo-se, assim, no dimensionamento estrutural, efeitos diferidos no tempo, como fluência ou adensamento do solo. Contudo, trata-se de um tópico à parte, não pertinente às questões abordadas neste capítulo. De forma geral, as fundações interagem por meio de sua rigidez com os demais elementos estruturais da obra, participando na distribuição dos esforços por todo o conjunto.

#### 4.1 COMPORTAMENTO DAS FUNDAÇÕES DIRETAS

Os sistemas estrutura-fundações rasas se enquadram em vários tipos e categorias de obras, não cabendo, portanto, neste trabalho, sua distinção. De forma geral, constituem-se como bases de concreto de dimensões avantajadas, assentes em camadas relativamente superficiais e, em sua distribuição de tensões no solo, normalmente são tidas como rígidas, quando não, sua flexibilidade deve ser considerada na avaliação dos recalques. Os substratos que recebem o assentamento das fundações diretas devem apresentar boa capacidade resistente à aplicação de tensões verticais e caso sejam suscetíveis a deformações por adensamento, isso implica análises com interações complexas envolvendo as estruturas.

Os controles dos deslocamentos verticais específicos ou globais são de suma importância para o projeto, já que seus efeitos interferem na rigidez do elemento estrutural fundação, interagindo, especialmente, com sistemas estruturais hiperestáticos, como também, no próprio desaprumo da obra quando posta em uso. A rigidez estrutural da base da fundação é fundamental também para a determinação das tensões no solo, para que apresente um comportamento de distribuição linear e se

evite concentrações excessivas de tensões em partes específicas da fundação. Mediante cargas excêntricas, deve-se atentar ao possível descolamento do bordo menos comprimido da sapata, já que isso leva a concentrações de tensões que podem causar desde o solapamento dos solos de base, como também, limitações ao uso de recursos estruturais para garantir a estabilidade da fundação.

Os recalques, como visto no Capítulo 3, seção 3.1 – Deformabilidade dos solos – curvas tensão-deformação –, podem ser instantâneos e se caracterizam por não apresentarem deformações diferidas no tempo, como adensamento ou fluência do solo. Para alguns tipos de solo, a grande parte dos recalques ocorrem em curto período, podendo as deformações serem tratadas como instantâneas. Nas análises das deformações verticais em uma massa de solo, pela aplicação das cargas na superfície, interessa os três tipos de recalque, como citados, instantâneos, por adensamento e por fluência, tendo em vista que o solo apresenta um comportamento diferenciado para cada um deles. Neste capítulo, avalia-se as principais respostas do solo à aplicação de cargas por meio de fundações rígidas, na superfície do terreno, ou seja, fundações rasas. Também, cabe enfatizar, que na avaliação das deformações, será atendida a relação de proporcionalidade das tensões-deformações, por meio do módulo secante de deformação, determinado no trecho do diagrama que corresponde à variação das tensões de trabalho.

Nas análises efetuadas, as deformações e distribuição das tensões referem-se ao período imediatamente após a conclusão da obra, antes de eventual ocorrência das deformações por adensamento ou fluência, caso que mereceria outra abordagem independente. Assim, as cargas permanentes, para as análises em questão, são tratadas como instantâneas, no tempo de colocação da obra em uso, conjuntamente às cargas acidentais, sem distinção.

Para as análises da deformabilidade no solo, deve-se avaliar as condições de compressibilidade do solo, quando prevalecem as deformações causadas por carregamentos aplicados na superfície do terreno. As tensões, ao se espriarem ao longo da profundidade, têm sua intensidade reduzida à medida que se propagam para as camadas inferiores, até que a energia da deformação imposta pelo carregamento seja dissipada.

Como se verifica, pelas formulações da teoria da elasticidade, as deformações verticais de uma sapata dependem de vários fatores, como a forma e dimensão da sapata, tipo do solo, intensidade dos carregamentos e outros fatores. Em suma, as deformações totais na base da sapata dependem das deformações acumuladas no solo, na profundidade de propagação das tensões, que tem como definição o bulbo de tensões, como visto na Figura 2.13. Esse tratamento teórico, em projeto, se con-

siderado, inviabilizaria os resultados devido ao prazo e aos custos envolvidos com as análises.

Na prática, para esse tipo de abordagem numérica, se faz uso do conceito de *coeficiente de recalque vertical*, que tem a conotação de *módulo de proporcionalidade* entre as tensões verticais que se desenvolvem no solo imediatamente abaixo da superfície da base e os recalques elásticos correspondentes.

O conceito do coeficiente de recalque vertical  $k_v$  pode ser entendido a partir da Figura 4.1, como sendo a relação direta entre as tensões médias no solo  $\sigma_v$ , transmitidas por uma placa rígida, e a deformação vertical média  $\rho$  que provoca. Verifica-se que quanto maior for a *dimensão B*, para a mesma tensão vertical aplicada  $\sigma_v$ , mantendo-se constante a segunda dimensão da placa, mais profundo será o bulbo, o que acarretará maior mobilização das camadas dos solos também mais profundos, relativamente à deformação, causando maiores recalques  $\rho$ .

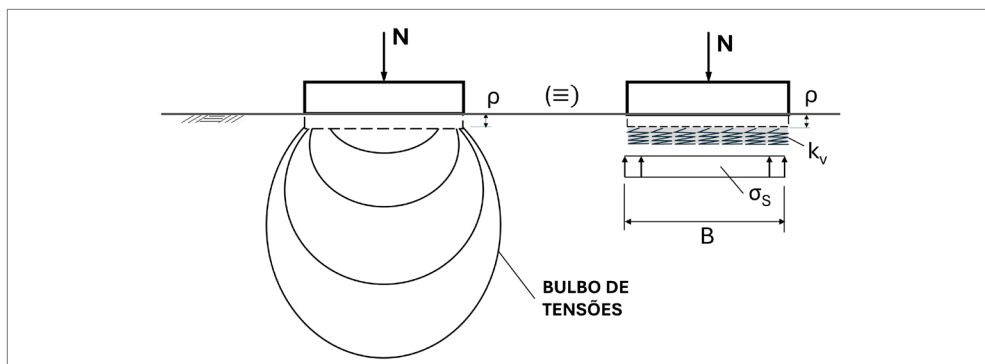


Figura 4.1 Deformações verticais imediatas pela ação de uma placa carregada na superfície do solo.

Assim, por definição, as tensões  $\sigma_s$  podem ser obtidas como resultado da relação entre o coeficiente de recalque vertical e os recalques que produzem na interface com uma placa rígida:

$$\sigma_v \rightarrow k_v \cdot \rho$$

sendo

- $k_v$  = coeficiente de recalque vertical ( $\text{kN/m}^3$ ).

O valor do coeficiente de recalque vertical  $k_v$  se relaciona diretamente com o recalque elástico que ocorre na base de uma sapata rígida. Na prática, tem sido obtido

por trabalhos de aproximação de valores efetuados por vários autores. Dentre as abordagens que são utilizadas em sua determinação, pode-se citar:

- aplicação da teoria da elasticidade;
- ensaios de placa;
- métodos semiempíricos, por correlações com resultados de ensaios efetuados *in loco*, como o  $N_{SPT}$  e outros, obtidos por meio de publicações técnicas de diversos autores;
- métodos empíricos, que envolvem aplicação de valores médios referenciais obtidos de relações diretas entre vários tipos de solo, utilizados em estudos preliminares.

Apresentam-se, com base na teoria da elasticidade, formulações para a determinação do recalque elástico na base de uma sapata, com resoluções desenvolvidas a partir de simplificações que permitem o desenvolvimento de expressões em aplicações específicas. Vários autores propõe variações em torno da equação básica, tratando de maneira diferenciada os parâmetros intervenientes para sua resolução, tendo

como expressão mais geral:  $\rho = \sigma_v \cdot I_F \cdot B \cdot \frac{(1-\nu^2)}{E_s}$ , em que  $\rho$  é a deformação vertical

na base da sapata;  $I_F$  um fator de forma, normalmente função da geometria ou relação entre os lados da sapata e sua rigidez e  $B$  o menor lado da sapata.

Schliecher (1926) e Perloff (1975), como referência, propõe a equação básica com pequenas variações no tratamento dos parâmetros. Este assunto é abordado em detalhes por Albuquerque e Garcia (2020); Velloso e Lopes (2011); Pinto (2006).

Com base na teoria da elasticidade e como adequação à equação básica aos interesses deste trabalho, para cargas aplicadas na superfície, solos elásticos, homogêneos e meio semi-infinito, propõe-se a seguinte expressão para a determinação dos recalques elásticos na base de uma fundação rasa rígida, aplicada na superfície do solo:

$$\rho = \sigma_v \cdot \lambda \cdot \frac{(1-\nu^2)}{E_s} \quad (4.1.1)$$

sendo:

- $\rho$  – deformação vertical na base da sapata.

- $\lambda$  – grandeza dimensional que representa o lado equivalente da base de uma fundação de dimensão  $B \times L$ , tendo como equivalência uma placa rígida quadrangular, relacionado ao lado referencial de uma placa quadrada de 1,0 x 1,0 m de largura, com efeito na determinação da deformação  $\rho$ .  $\lambda$  é definido e determinado, a partir da expressão:  $\lambda = \sqrt{B \cdot L \cdot I_C}$ .
- B.L – base de placa retangular rígida estudada, com menor largura  $B$  e maior  $L$ .
- $I_C$  – fator de conformação aplicado à base da fundação de lados  $B \times L$ , a considerar sua relação dimensional, na propagação das tensões verticais no meio solo, que causam a deformação  $\rho$ , tendo a conotação de *fator de forma*.

Como base para este trabalho, propõe-se para os valores de  $I_C$  as relações numéricas constantes na Tabela 4.1.

**Tabela 4.1** Fatores de conformação  $I_C$  propostos para placas rígidas

FORMA	$I_C$
Círculo	0,83
Retângulo (L/B)	
1,0	1,00
1,5	0,94
2,0	0,88
5	0,65
10	0,51
100	0,16

Estabelece-se a partir da expressão (4.1.1), uma proporção direta intrínseca entre a tensão vertical aplicada à base da sapata, com a deformação causada como decorrência da profundidade do bulbo de tensões, que é proporcional à largura da sapata. A grandeza dimensional  $\lambda$ , como evidencia-se em (4.1.2), tem assim, conotação de coeficiente de proporcionalidade.

$$\frac{\rho}{\sigma_v} = \lambda \cdot \frac{(1-\nu^2)}{E_s} \quad (4.1.2)$$

A partir de (4.1.2) e fazendo com que a placa seja quadrada com lados de 1,0 x 1,0 m, o que torna  $I_C = 1,0$  e  $\lambda = 1,0$ , considerando ainda o carregamento aplicado na sapata,  $\sigma_v$ , tem-se:

$$\frac{\sigma_v}{\rho} = \frac{E_s}{(1-\nu^2)} \quad (4.1.3)$$

A partir de (4.1.3), define-se o coeficiente de recalque vertical  $k_v$  para um carregamento uniformemente distribuído, para uma placa quadrada de  $1,0 \text{ m}^2$ , com  $\lambda = 1,0 \text{ m}$ , referindo-se a um solo homogêneo semi-infinito, representado na forma reduzida, como a seguir:

$$k_v 1 \text{ (ou simplesmente } k_v) = \frac{E_s}{(1-\nu^2)} \quad (4.1.4)$$

Neste caso,  $k_v 1$ , ou simplesmente  $k_v$ , assume o significado de coeficiente de recalque vertical (ou de reação vertical) paramétrico. Se a base das unidades for métrica, a unidade de  $k_v 1$  será:  $(F/m^3)$ , que corresponde à força necessária para deformar uma placa de  $1,0 \text{ m}^2$  em  $1,0 \text{ m}$ , contra o solo.

∴ notar que a grandeza dimensional  $\lambda = 1,0$  representa a lado de uma placa quadrangular de largura  $B = 1,0 \text{ m}$ , o que contribui para a coerência da unidade de  $k_v 1$ .

Para uma fundação específica, deve-se corrigir  $k_v 1$  (ou simplesmente  $k_v$ ), da relação dimensional  $\lambda$ , referente à base da fundação, em coerência à (4.1.1). Nesse caso, o coeficiente de recalque vertical  $k_v 1$  assume um valor específico referente à base da fundação em estudo, de relação dimensional  $\lambda$ , assumindo a denominação de  $k_{v,\lambda}$ .

$$k_{v,\lambda} = \frac{k_v}{\lambda} = \frac{E_s}{\lambda \cdot (1-\nu^2)} \left( \frac{kN}{m^3} \right) \quad (4.1.5)$$

## EXEMPLO 4.1

Coeficiente de recalque vertical  $k_{v,\lambda}$

Determinar o coeficiente de recalque vertical  $k_{v,\lambda}$  para uma sapata de dimensões horizontais de  $2,0 \times 3,0 \text{ m}$ , em solo homogêneo e elástico. Sabe-se que:

- $E_s = 10000 \text{ kN/m}^2$
- $\nu = 0,3$

A partir da Tabela 4.1, tem-se:

- Para  $L/B = 1,5 \rightarrow I_c = 0,94$

De (4.1.2):

$$\lambda = \sqrt{B \cdot L \cdot I_c} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 0,94} = 2,38 \text{ m}$$

De (4.1.5):

$$k_{v,\lambda} = \frac{E_s}{\lambda \cdot (1-\nu^2)} = \frac{10000}{2,38 \cdot (1-0,3^2)} = 4616 \text{ kN/m}^3$$

Sabendo-se que a tensão aplicada no solo pela sapata é de  $200,0 \text{ kN/m}^2$ , qual será a deformação vertical?

$$k_{v,\lambda} = \frac{\sigma_v}{\rho} \rightarrow \rho = \frac{\sigma_v}{k_{v,\lambda}} \rightarrow \rho = \frac{200,0}{4616} = 0,043 \text{ m}$$

Em se tratando de solos elásticos e homogêneos, mas estratificados por várias camadas, ou substratos constituídos por um único solo em uma única camada, mas com variação da compressibilidade na profundidade, as deformações que se acumulam na base da sapata, caracterizando o recalque de magnitude, têm relações diferenciadas em comparação a um substrato semi-infinito constituído por solo homogêneo. A linha de eixo central da sapata corresponde à linha principal de recalque, sendo que, para solos elásticos e homogêneos:  $\rho = \frac{\int \sigma_{v(z)} dz}{E_s}$ . Consta-se que

se a espessura da camada de espessura finita for menor que a altura do bulbo correspondente a um meio semi-infinito, o recalque resultará menor. Da mesma forma, se o subsolo apresentar camadas de estratificação com *módulo de deformação*  $E_s$  distintos, o recalque ocorrerá em função das deformações acumuladas por cada camada.

A exemplo, Cintra, Aoki e Albiero (2011) ou Albuquerque e Garcia (2020) apresentam vários métodos que abordam soluções para determinação dos recalques nos casos mencionados anteriormente. Distinguem-se dois métodos: o de Janbu, Bjerrum e Kjaernsli (1956), aplicados a substratos com uma camada finita compressível, elástica e homogênea, fornecendo fatores de conformação relativos à influência do embutimento da sapata e da espessura da camada de solo abaixo da base de apoio, mediante recalque. Também, o método de Schmertmann (1970), adaptado por Schmertmann *et al* (1978), aplicável a areias, fornece coeficientes de conformação a

serem aplicados simultaneamente ao cálculo da deformação, considerando a influência das deformações ao longo da profundidade  $z$ , a partir da base da sapata; do embutimento e de um terceiro, a influência da deformação no tempo.

A determinação do coeficiente de recalque vertical  $k_v$ , para tais situações de substrato, por meio desses métodos, ou outros equivalentes, é feita aplicando-se os mesmos procedimentos já abordados para substratos em meio semi-infinito, elástico e solos homogêneos, a partir da relação recalque e tensão aplicada no solo na base da sapata. Não faz parte deste trabalho o aprofundamento quanto à aplicação de métodos disponíveis para o cálculo de recalques, em situações diversas, mas sim expor procedimentos para a determinação do coeficiente de recalque vertical  $k_v$  e análise de casos práticos de fundações mediante sua rigidez ao deslocamento vertical.

#### 4.1.1 Rigidez das fundações rasas

Recalques em estruturas são um tópico que assume importância mediante os danos que causam, podendo ser estruturais ou associados aos elementos construtivos da obra ou à sua funcionalidade (ver Capítulo 8). No caso de dano estrutural, está normalmente relacionado às estruturas hiperestáticas, caso em que deformações diferenciais entre seus elementos ocasionam esforços de compatibilização. Nesses casos, as deformações associadas às fundações podem ser significativas para o resultado da análise estrutural e determinação dos esforços de dimensionamento.

No tocante aos recalques verticais, ou seja, decorrentes das cargas verticais e de suas excentricidades, importa determinar a rigidez das fundações relativamente à deformabilidade do solo aos efeitos do deslocamento vertical  $\rho$ . Assume também importância esforços aplicados que resultem em deformações do solo, causando deslocamento rotacional da fundação.

#### *Rigidez das fundações rasas ao deslocamento vertical*

A rigidez ao deslocamento vertical, propriamente, refere-se à maior ou menor dificuldade que possui um elemento estrutural em causar um recalque no solo mediante a aplicação de uma pressão  $\sigma_v$ .

Partindo-se do pressuposto de ser uma fundação rígida, as tensões no solo têm uma distribuição média homogênea ao longo de toda a superfície de contato com o solo e, havendo proporcionalidade entre tensão-deformação, confirma-se a utilização do coeficiente de recalque vertical  $k_v$ .

Assim, se  $S$  for a área da superfície horizontal de uma fundação em uma placa carregada com uma força  $N$ :

$$N = S \cdot \sigma_v = S \cdot \rho \cdot k_{v,\lambda}$$

para:  $N = 1,0 \rightarrow \rho$  (recalque/deformação) =  $f$  (flexibilidade)

$$f \cdot S \cdot k_{v,\lambda} = 1,0; f = \frac{1}{S \cdot k_{v,\lambda}}$$

A rigidez da sapata, será:

$$K_{M,\lambda} = \frac{1}{f} = S \cdot k_{v,\lambda} \text{ (kN / m)} \quad (4.1.1.1)$$

sendo:

- $K_{M,\lambda}$ : Rigidez vertical da fundação (coeficiente de mola), em (kN/m);
- $K_{v,\lambda}$ : coeficiente de recalque vertical relacionado à área da sapata, em (kN/m<sup>3</sup>).

Em se tratando de fundações em estruturas flexíveis, as deformações à flexão das bases da fundação interagem com o solo, ocasionando uma distribuição não linear das tensões no solo ao longo da superfície de contato entre a estrutura e o solo. Esse problema é hiperestático, com solução analítica nas teorias de vigas sobre apoio elástico ou com a utilização de métodos numéricos, como o MEF. Ver Capítulo 6, seção 6.3 – Método para discretização do solo por coeficientes de mola.

### *Rigidez rotacional das fundações rasas*

Havendo compressibilidade vertical do solo, para deformações verticais, há que se avaliar também a deformabilidade rotacional das fundações mediante a ocorrência de momentos aplicados às deformações verticais.

Os momentos encontram reações por meio das tensões verticais, que são as responsáveis pela deformabilidade. Importa, no caso, determinar a rotação angular na base das fundações, que será transmitida aos pilares, gerando no topo desses pilares, deformações associadas.

Se válido o pressuposto de proporcionalidade entre tensão-deformação e homogeneidade na distribuição das tensões, ao se aplicar na base da fundação uma rotação angular  $\varphi_o$ , tal que:  $tg \varphi_o = 1,0$ , obtém-se como resultado um momento proporcional paramétrico  $M_1$ , representando o esforço que terá ocasionado a rotação. Ver Figura 4.2.

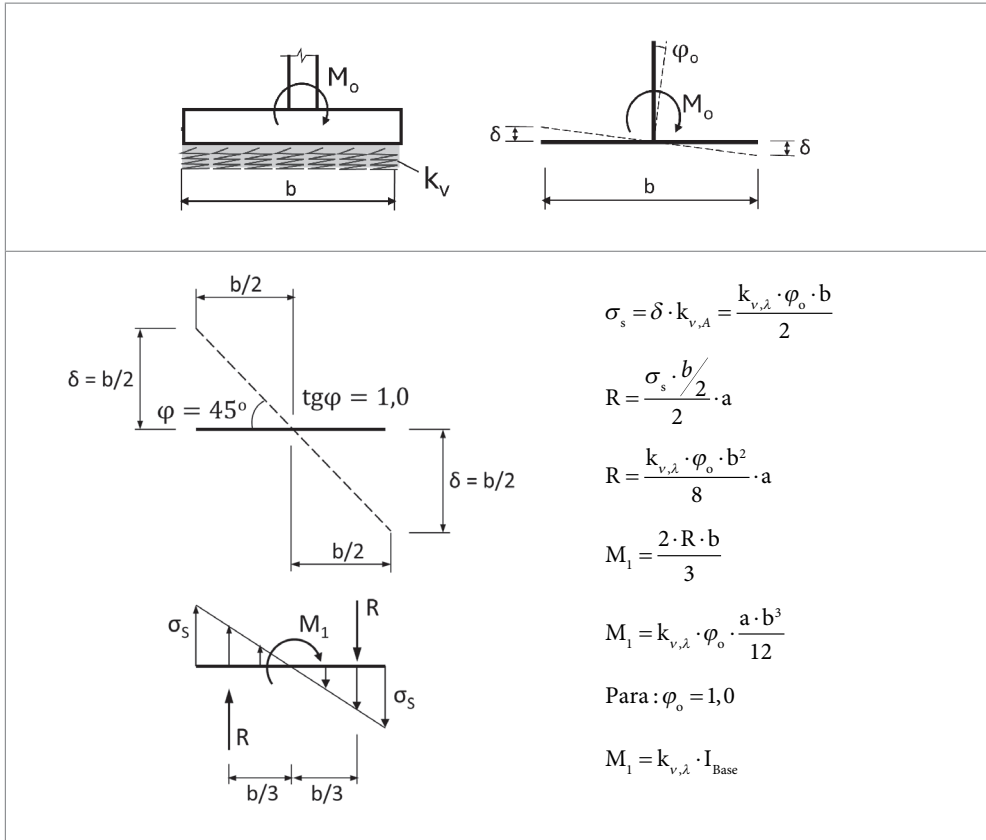


Figura 4.2 Determinação do momento hiperestático decorrente de deformação angular imposta em uma fundação rasa.

Para determinação da deformação angular do elemento estrutural, tomando-se como exemplo, uma sapata submetida a um momento  $M_o$ , este momento provocará *tensões normais* de equilíbrio no solo, resultantes dos deslocamentos verticais resultantes da deformação angular  $\varphi_o$ , em sua base.

Estabelecendo a relação:

$$p/M = M_o \rightarrow \varphi = \varphi_o \text{ (rad)}$$

$$p/M = M_1 \rightarrow \varphi = 1,0$$

→ resulta:

$$\varphi_o = \frac{M_o}{M_1} = \frac{M_o}{k_{v,\lambda} \cdot I_{Base}} \tag{4.1.1.2}$$

\*  $\varphi_o$  em radianos

O momento resultante da rotação  $\varphi_0$ , será:

$$M_0 = \varphi_0 \cdot k_{v,\lambda} \cdot I_{Base} \quad (4.1.1.3)$$

sendo:

- $I_{Base}$ : Momento de Inércia da base da fundação.

A formulação acima somente tem validade se, concomitante ao momento  $M_0$ , atuar uma carga vertical  $N_0$ , tal que anule as tensões de tração oriundas da deformação angular.

Da mesma forma que para os casos de deslocamento vertical, se a sapata for flexível, a interação de sua base com o solo se dará pela composição das deformações no solo, ponto a ponto, com as de flexão da base da sapata. Isso resultará na alteração da rotação, tendendo a um valor maior, a depender da flexibilidade estrutural da base da sapata. Nessa situação, o problema se torna hiperestático, cuja resolução, pelas teorias que envolvem a viga sobre apoio elástico, torna-se complexa, utilizando-se de modelos de resolução numérica, como o MEF. Ver Capítulo 6, item 6.3.2 – Método dos elementos finitos aplicados a modelos com coeficientes de mola.

## EXEMPLO 4.2

Cálculo do recalque em fundações rasas

Determinar a deformação diferencial entre duas sapatas rígidas contíguas de um edifício, cujas áreas superficiais de suas bases foram determinadas pela mesma tensão de serviço para o solo, porém, cada uma delas submetida a cargas de trabalho distintas.

$$E_s = 15000 \text{ kN/m}^3$$

$$\nu = 0,3$$

$$\sigma_{s,adm} = 0,30 \text{ Mpa} = 300 \text{ kN/m}^2$$

- Pilar 1 – sapata quadrangular, relação entre os lados de 1 : 1

$$P1 = 2000 \text{ kN}$$

$$S1 = 2000 / 300 = 6,67 \text{ m}^2$$

$$\text{Tabela 4.1} \rightarrow L/B = 1,0 \rightarrow I_c = 1,0$$

$$\lambda = \sqrt{6,67 \cdot 1,0} = 2,58$$

$$\rho = \sigma_v \cdot \lambda \cdot \frac{(1-\nu^2)}{E_s}$$

$$\rho = 300 \cdot 2,58 \cdot \frac{(1-0,3^2)}{15000} = 0,047 \text{ m}$$

- Pilar 2 – sapata retangular, relação entre os lados de 1 : 1,5

$$P2 = 3200 \text{ kN}$$

$$S2 = 3200 / 300 = 10,67 \text{ m}^2$$

$$\text{Tabela 4.1} \rightarrow L/B = 1,5 \rightarrow I_c = 0,87$$

$$\lambda = \sqrt{10,67 \cdot 0,94} = 3,17$$

$$\rho = \sigma_v \cdot \lambda \cdot \frac{(1-\nu^2)}{E_s}$$

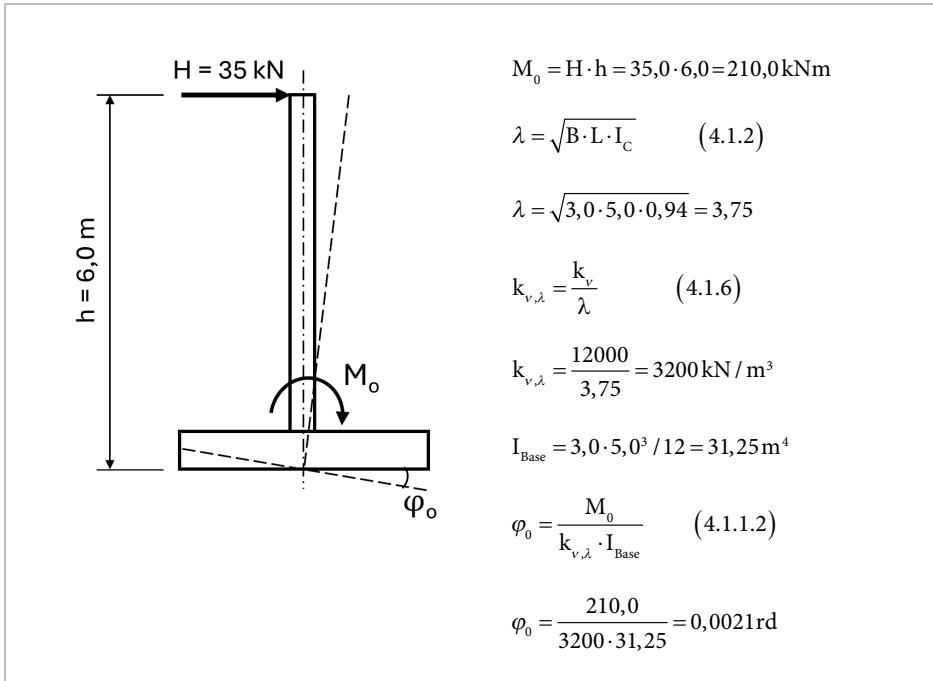
$$\rho = 300 \cdot 3,05 \cdot \frac{(1-0,3^2)}{15000} = 0,058 \text{ m}$$

### EXEMPLO 4.3

Deformação angular na base de sapata submetida a momentos

Calcular a deformação angular que atua em um conjunto infra/meso, constituído por um pilar engastado em uma sapata, sob a ação de uma força horizontal aplicada no topo do pilar. Supor que já atuem no solo *tensões normais* que garantam o não descolamento da base. Ver esquema teórico de cálculo a seguir:

$k_v = 12000 \text{ kN/m}^3$   
 $h = 6,0 \text{ m}$ ;  
 $B = 3,0 \text{ m}$ ;  $L = 5,0 \text{ m} \rightarrow L/B = 1,67$   
 da Tabela 4.1  $\rightarrow I_c = 0,92$   
 $H = 100,0 \text{ kN}$



#### 4.1.2 Interação solo-estrutura em obras de fundação rasa

A interação solo-estrutura refere-se à compatibilidade que existe entre as deformações das estruturas em contato com o solo e o próprio solo. As estruturas em contato com o solo, não estando sob a condição de livre deformação, impõe ao solo deformações que resultam em reações que interferem no equilíbrio das equações de compatibilidade da deformada da linha elástica. Considerando que essa compatibilidade entre as deformações, do solo e dos elementos estruturais, ocorre ponto a ponto, no contato entre os dois meios, o estrutural e o solo, resultando em um elevado nível de hiperestaticidade, vários autores desenvolveram métodos analíticos que visam a resolução das equações de compatibilidade. Em sua forma mais simples, em problemas de interação pontual, com uma única incógnita hiperestática, a resolução refere-se a equações lineares, podendo ser tratadas diretamente de forma analítica. Em interações por meio contínuo, no entanto, recorre-se a soluções numéricas, pelo método MEF, ou por métodos semiempíricos, aplicados a problemas específicos. A seguir, são

apresentados dois casos de aplicação, em que ocorrem interações pontuais, a título de exemplificação.

#### EXEMPLO 4.4

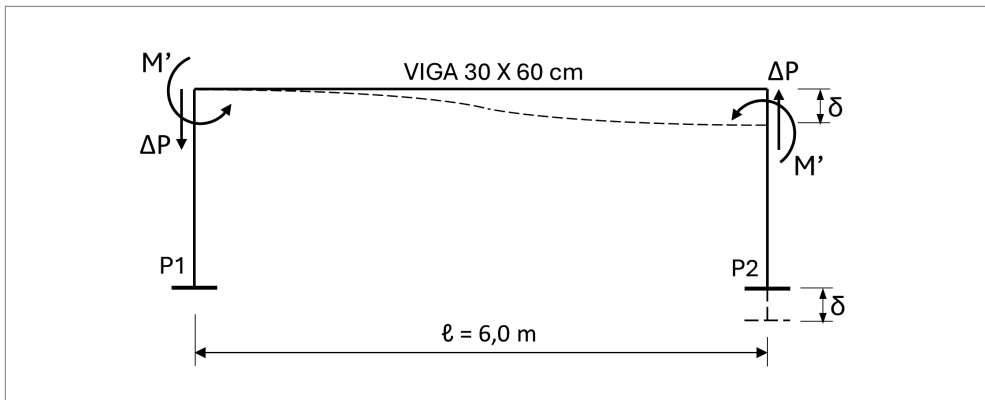
##### Recalque diferencial

A partir das sapatas estudadas no Exemplo 4.2, supondo estarem engastadas as pilares considerados infinitamente rígidos à flexão, interligados em seus extremos, por uma viga também engastada, de seção de (0,3 x 0,6 m) e 6,0 m de vão, calcular os momentos fletores que ocorrem na viga, como decorrência do recalque diferencial indicado entre as sapatas de fundação. Ver esquema, a seguir.

$$N1 = 2000 \text{ kN}$$

$$N2 = 3200 \text{ kN}$$

$$E_c = 21 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$$



Do exemplo 4.2, tem-se:

$$\delta = 0,058 - 0,047 = 0,011 \text{ m}$$

$$I_{\text{viga}} = 0,3 \cdot \frac{0,6^3}{12} = 0,00416 \text{ m}^4$$

da resistência dos materiais:

$$\delta = \Delta P \cdot l^3 / 12 \cdot E_c \cdot I_{\text{viga}}$$

$$0,011 = \Delta P \cdot 6,0^3 / 12 \cdot 21 \cdot 10^6 \cdot 0,00416 \rightarrow \Delta P = 53,37 \text{ kN}$$

$$M' = \Delta P \cdot \frac{l}{2} = 53,37 \cdot 6,0 / 2 = 160,12 \text{ kNm}$$

Correção das cargas nas sapatas

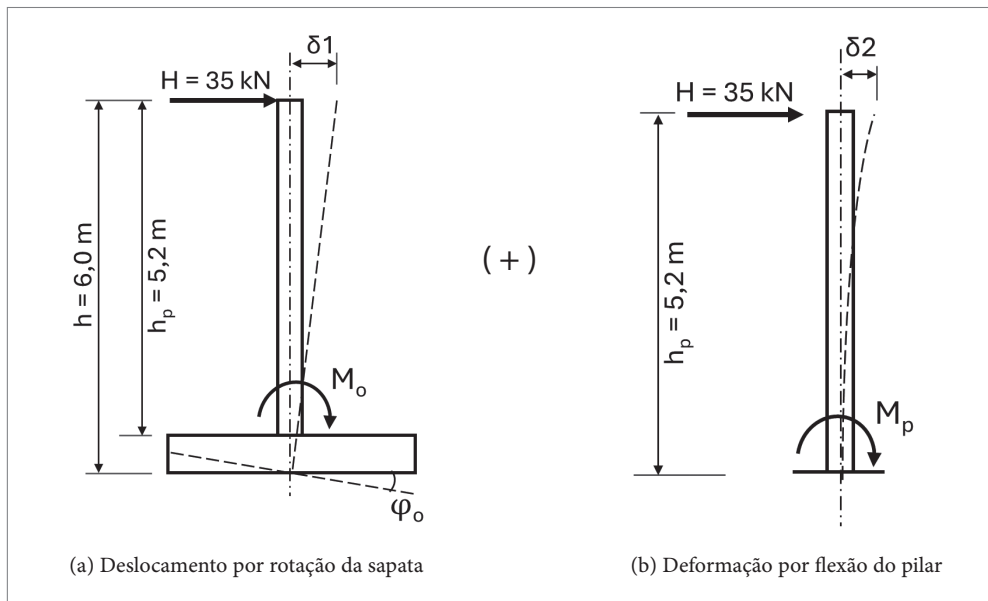
$$P1 = 2000,0 + 53,37 = 2053,37 \text{ kN};$$

$$P2 = 3200,0 - 53,37 = 3146,63 \text{ kN}.$$

A partir dos novos valores das cargas nas sapatas, se forem significativos, deve-se repetir o processo de cálculo e se determinar os valores dos recalques corrigidos, assim como o novo momento fletor que solicita a viga. O problema é iterativo, interrompendo-se o processo de cálculo ao se ponderar que as variações encontradas no valor dos recalques podem ser desconsideradas.

### EXEMPLO 4.5

Com base no Exemplo 4.3, determinar a deformação associada no topo do pilar em referência, resultante do deslocamento horizontal à flexão do próprio pilar e do deslocamento causado pela rotação angular da sapata. Considerar as deformações à aplicação da força horizontal nesse ponto, de 35,0 kN. Ver esquema teórico de cálculo a seguir:  
seção do pilar: 200/60 cm



Efeito do deslocamento rotacional da sapata:

$$M_0 = H \cdot h = 35,0 \cdot 6,0 = 210 \text{ kNm}$$

$$\varphi_0 = 0,0021 \text{ rd} \quad (\text{Exemplo 4.3})$$

$$\delta_1 = \varphi_0 \cdot h = 0,0021 \cdot 6,0 = 0,012 \text{ m}$$

Deformação decorrente da flexão do pilar

→ da resistência dos materiais:

$$\delta_2 = H \cdot H_p \frac{3}{3} \cdot EI$$

$$\delta_2 = 35,0 \cdot 5,2^3 / 3 \cdot 21 \cdot 10^6 \cdot 0,036 = 0,0022 \text{ m}$$

$$\text{sendo: } I = 2,0 \cdot 0,6^3 / 12 = 0,036 \text{ m}^4$$

O deslocamento horizontal no topo do pilar será:

$$\delta_1 + \delta_2 = 0,012 + 0,012 + 0,0022 = 0,0142 \text{ m}$$

## 4.2 COMPORTAMENTO DAS FUNDAÇÕES EM ESTACAS

O mecanismo de transferência das cargas dos elementos de fundação para o solo, no caso das estacas, ocorre por dois efeitos: atrito lateral ao longo do fuste, que causa deformações por cisalhamento no solo, e reação de ponta, por meio de pressões verticais, que causam deformações elásticas. Em se tratando de estacas flexíveis, o problema é extremamente hiperestático, tendo em vista que entram em questão três fatores: o contato entre o solo com a face da estaca, causando deformações por cisalhamento no solo; as deformações do solo na ponta da estaca, por compressibilidade elástica; e a própria deformação axial da estrutura da estaca, todas as três parcelas interagindo entre si. No caso de estacas rígidas, sendo desprezível a deformação axial, o recalque é constante ao longo de todo o fuste, como mostra a Figura 4.3.

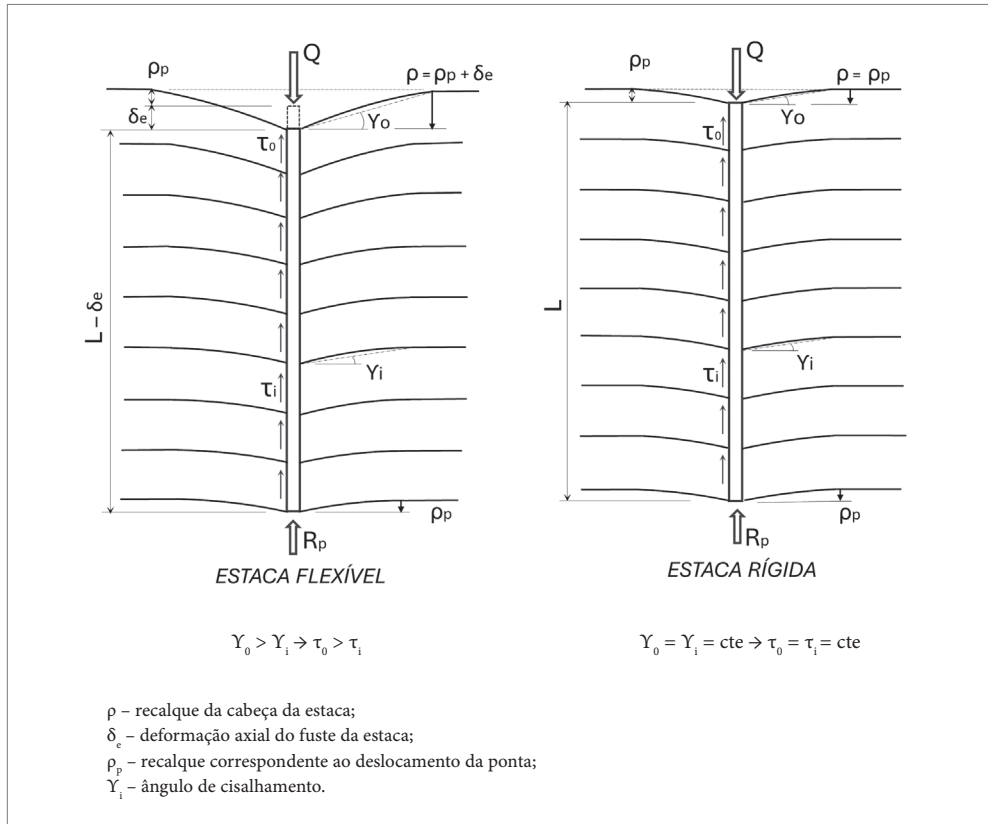


Figura 4.3 Recalques característicos em estacas isoladas.

#### 4.2.1 Recalque em estacas isoladas

O comportamento das estacas ao efeito de recalque depende de diversos fatores e circunstâncias, como as propriedades do solo e sua estratificação, diâmetro e a profundidade da estaca, método de execução, entre outros mais específicos. Distingue-se o comportamento das estacas de pequeno diâmetro, como as estacas do tipo raiz, em relação às de grande diâmetro, como os estacões ou tubulões.

Nas estacas de pequeno diâmetro, considerando as cargas de serviço, a deformabilidade pela resistência de ponta é razoavelmente pequena, tendo em vista que as cargas são praticamente transmitidas ao solo pelo contato com a face da estaca, que mobiliza as deformações por cisalhamento do solo  $Y_i$ . Neste caso, as deformações por cisalhamento dos solos ao longo do fuste, decorrente do contato estaca-solo, são mobilizadas em sua maior parte pela própria deformabilidade da estaca, devido à sua grande flexibilidade e são variáveis ao longo da profundidade. Como decorrência desse efeito, as deformações por cisalhamento ao longo do fuste são também variáveis, sendo maiores, mais próximas ao topo.

Entretanto, nas estacas de grande diâmetro, tipo estacões, como nos tubulões, ocorre uma razoável mobilização da resistência de ponta, seja pelas dimensões da ponta serem avantajadas, como por serem também os solos na ponta mais rijos ou compactos. Em razão da baixa deformabilidade axial do fuste da estaca, que impõe deformações igualmente ao longo do fuste e na ponta, a resistência de ponta e a de cisalhamento se desenvolvem para a mesma ordem de grandeza de deformação, gerando reações proporcionais às suas rigidezes.

No caso de tubulões ou estacas de grande diâmetro, quando considerados curtos, o recalque do elemento fundação é usualmente atribuído à mobilização da resistência de ponta, unicamente, desprezando-se a resistência ao cisalhamento do solo. Essa prática se justifica pelo fato de as reações do solo de ponta serem bem maiores que as tangenciais ao longo do fuste, devido à sua pequena profundidade.

Para os casos intermediários, como os de estacas profundas e de diâmetro médio, as três parcelas, a deformabilidade axial da estrutura da estaca, a deformabilidade do solo na ponta e a mobilização das deformações por cisalhamento do solo, as quais interagem e contribuem de forma significativa para o cálculo dos recalques da estaca, levando a solução do problema a um alto grau de hiperestaticidade. Verifica-se, diante do exposto, que o recalque em estacas não obedece a uma relação linear entre as cargas aplicadas e as concomitantes deformações, já que a mobilização de todas as parcelas da interação solo-estrutura, que contribuem ao recalque, não são mobilizadas simultaneamente, ou mesmo, em determinados casos, algumas somente são mobilizadas diante do efeito da plastificação de outras. Para cada componente de reação, a capacidade do solo pode ser atingida localmente, ou não, inclusive, em uma estaca longa de pequeno diâmetro, para as cargas de serviço, a mobilização dos solos de ponta pode não ocorrer, em razão da deformação estrutural da própria estaca já produzir deslocamentos axiais suficientes para mobilizar a resistência ao cisalhamento do solo. A transferência de carga de uma estaca rígida para o solo tem resolução analítica, no entanto, para as estacas flexíveis, tem-se que recorrer a métodos numéricos.

### *Estacas rígidas*

Para melhor entendimento da transferência das cargas de uma estaca rígida para o solo e determinação das parcelas de reação admitidas ao fuste e à ponta, segue-se, como conceitualização, um exemplo hipotético de uma estaca flutuante rígida, em meio homogêneo e isotrópico, utilizando-se de um modelo simplificado para representar o comportamento de estaca rígida.

Como simplificação do modelo, considera-se uma carga  $Q$  aplicada, significativamente menor que a capacidade de carga da estaca, de modo a causar unicamente

deslocamentos que produzam reações elásticas no solo que envolve o fuste, com distribuição linear ao longo da profundidade, o que conduz à uniformidade das deformações do cisalhamento do solo.

Adota-se um modelo simplista, admitindo-se que a mobilização do solo ao cisalhamento ocorra mediante um ângulo ao cisalhamento  $Y$  constante, mobilizado a uma distância  $e_\tau$  do fuste da estaca, equivalente ao próprio diâmetro  $B$ , ou seja, as deformações por cisalhamento ocorrerão de forma linear. Cabe ressaltar que, para modelos realistas, essa distância de influência  $e_\tau$  trata-se de uma variável, cuja variação depende das propriedades do solo. Também, supõe-se que a deformação do solo da ponta ocorra em proporcionalidade direta ao coeficiente de recalque vertical  $k_{v,\lambda}$ . Supõe-se que não ocorram interações, na compatibilidade da propagação das deformações, entre as causadas ao longo do fuste por cisalhamento, com as do solo sob o efeito de compressibilidade na ponta. O esquema das deformações está indicado na Figura 4.4:

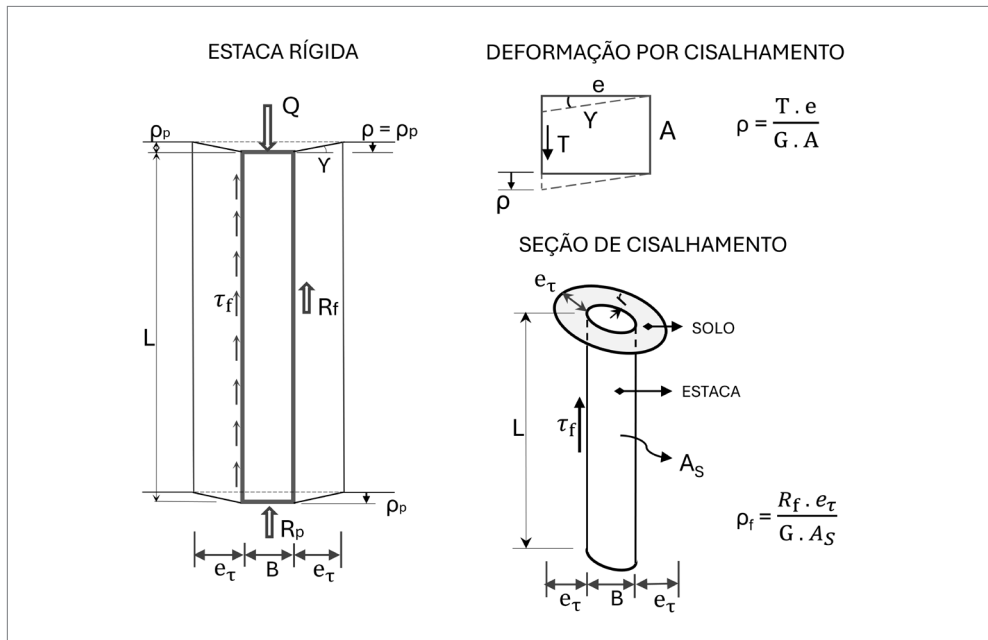


Figura 4.4 Esquema para determinação de recalques em estacas isoladas.

Para o recalque do fuste, de acordo com os esquemas da Figura 4.4, a área superficial do fuste da estaca tem a seguinte expressão:  $A_s = 2\pi \cdot r \cdot L$ ; e a força tangencial refere-se à reação ao cisalhamento do fuste  $R_f$ .

$$\rho_f = R_f \cdot e_\tau / G \cdot A_s$$

Para estacas circulares, fazendo  $e_\tau = B$ , tem-se:

$$\rho_f = R_f \cdot B / G \cdot 2\pi \cdot 0,5B \cdot L$$

$$\rho_f = R_f / G \cdot \pi \cdot L \quad (4.2.1.1)$$

$$R_f = \rho_f \cdot \pi \cdot G \cdot L \quad (4.2.1.2)$$

Para o recalque na ponta da estaca, será considerado, simplistamente, que a deformação vertical do solo na ponta possa ser obtida a partir do coeficiente de recalque vertical do solo  $k_{v,\lambda}$  e que a reação de ponta seja obtida pelo produto entre o recalque  $\rho_p$ , com o coeficiente  $k_{v,\lambda}$ , atuando diretamente sobre a área da seção  $A_p$  da ponta da estaca.

$$\rho_p = R_p / k_{v,A} \cdot A_p \quad (4.2.1.3)$$

Tratando-se de estacas circulares:

$$R_p = \rho_p \cdot k_{v,\lambda} \cdot (\pi \cdot r^2)$$

$$R_p = \rho_p \cdot k_{v,\lambda} \cdot \pi \cdot (0,5 \cdot B)^2 \quad (4.2.1.4)$$

A reação total da estaca pode ser obtida, fazendo:

$$\rho = \rho_p = \rho_f$$

$$Q = R_f + R_p, \text{ tem-se:}$$

$$Q = \rho \cdot (\pi \cdot G \cdot L + k_{v,\lambda} \cdot \pi \cdot (0,5 \cdot B)^2) \quad (4.2.1.5)$$

evidenciando  $\rho$ , para estacas circulares, tem-se:

$$\rho = \frac{Q}{\pi \left[ G \cdot L + (0,5 \cdot B)^2 \cdot k_{v,\lambda} \right]} \quad (4.2.1.6)$$

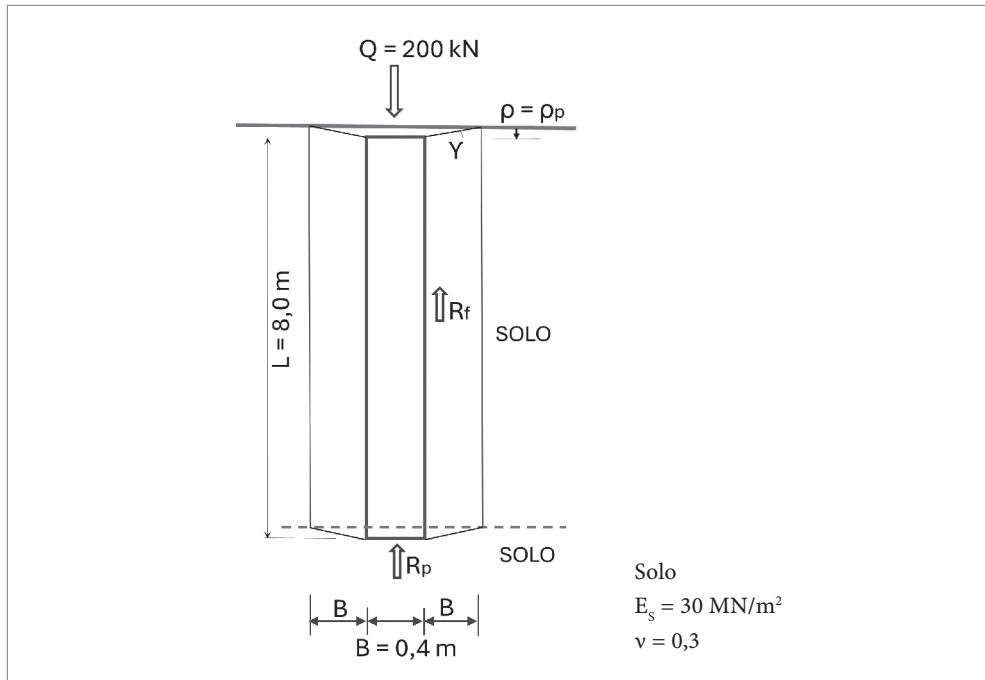
## EXEMPLO 4.6

## Recalque em estacas isoladas

Considerando uma estaca flutuante, rígida, em serviço, com uma carga  $Q$  aplicada, determinar as resultantes de reação do fuste e da ponta e o recalque da estaca.

Admite-se que a distribuição da carga  $Q$  aplicada pela estaca ao solo ocorra na proporção entre as reações por cisalhamento do solo e de ponta, a partir da rigidez relativa de cada componente de reação, segundo a interação solo-estaca.

As dimensões da estaca e demais parâmetros, como propriedades dos solos, estão indicados no esquema a seguir, que representa o modelo de carregamento e reações do solo.



## Resolução

$$Q = R_f + R_p$$

De (4.2.1.6), tem-se:

$$\rho = \frac{Q}{\pi \left[ G \cdot L + (0,5 \cdot B)^2 \cdot k_{v,\lambda} \right]}$$

sendo:

$$G = \frac{E_s}{2(1+\nu)}$$

$$k_{v,\lambda} = \frac{E_s}{\lambda(1-\nu^2)}$$

$$\lambda = \sqrt{A_p \cdot I_c} = \sqrt{\pi \cdot (0,5 \cdot B)^2 \cdot I_c}$$

∴ para bases circulares, pela Tabela 4.1 →  $I_c = 0,83$

$$\lambda = 0,32$$

Para o solo em questão:

$$G = \frac{30.000}{2(1+0,3)} = 11538 \text{ kN/m}^2$$

$$k_{v,\lambda} = \frac{30.000}{0,32(1-0,3^2)} = 104326 \text{ kN/m}^3$$

$$\rho = \frac{200,0}{\pi(11538 \cdot 8,0 + 0,2^2 \cdot 104326)} = 0,00066 \text{ m}$$

$$R_f = \pi \cdot 0,00066 \cdot 11538 \cdot 8,0 = 191,4 \text{ kN}$$

$$R_p = 0,00066 \cdot \pi \cdot 0,2^2 \cdot 104326 = 8,6 \text{ kN}$$

∴ Verifica-se, como já previsto, que a reação por atrito do fuste abrangue, no exemplo, aproximadamente 95% da carga total aplicada. Essa participação se reduz para estacas de maior diâmetro ou solos de ponta mais resistentes. A participação das reações de ponta aumenta à medida que as cargas aplicadas se tornam maiores, atingindo os limites da resistência ao cisalhamento ao longo do fuste, passando, então, os solos de ponta, a responder por uma parcela maior das cargas aplicadas.

### Estacas flexíveis

Tratando-se de estacas flexíveis ou no caso de substratos constituídos de solos não homogêneos, tendo em vista o alto grau de hiperasticidade, o problema não tem solução analítica simples, demandando muitas simplificações e abstrações de difícil parametrização devido à grande quantidade de variáveis. Mesmo pelo MEF, torna-se necessário assumir uma série de simplificações para a construção do modelo.

Como alternativa, pode-se aplicar, com bons resultados, os métodos baseados na simplificação de Winkler (1867), em que a rigidez do solo é representada por um conjunto de molas, como exposto no Capítulo 6, item 6.3.1, cuja resolução pode ser efetuada pelo MEF unidimensional – Hirai (2012) apresenta propostas para sua aplicação. Relativamente à elaboração do modelo, para a determinação dos recalques e reações nas molas, sendo a deformabilidade a considerar axial à estaca, na avaliação da rigidez das molas, utilizam-se os parâmetros das deformações do solo, ou por cisalhamento, utilizando-se o módulo tangente do solo, ou para o solo de ponta, quando se adota diretamente o coeficiente de recalque vertical na base da estaca.

Considerando uma estaca circular, obtém-se os seguintes coeficientes de mola:

- rigidez de mola às deformações ao cisalhamento no fuste  $K_{M,fuste}$ :

$$- \text{ De (4.2.1.2) } \rightarrow R_f = \rho_f \cdot G \cdot \pi \cdot L$$

$$K_{M,fuste} = \frac{R_f}{\rho_f} = G \cdot \pi \cdot \ell \quad (4.2.1.7)$$

sendo:

- $\ell$  - comprimento da barra entre vínculos elásticos

$$- \text{ rigidez de mola das deformações axiais nos solo na ponta da estaca } K_{M,ponta} :$$

$$\text{ De (4.2.1.3) } \rightarrow \rho_p = R_p / k_{v,\lambda} \cdot A_p$$

$$K_{M,ponta} = \frac{R_p}{\rho_p} = k_{v,\lambda} \cdot A_p \quad (4.2.1.8)$$

A configuração geral do modelo refere-se ao processamento pelo MEF unidimensional, que pode ser representado como na Figura 4.5.

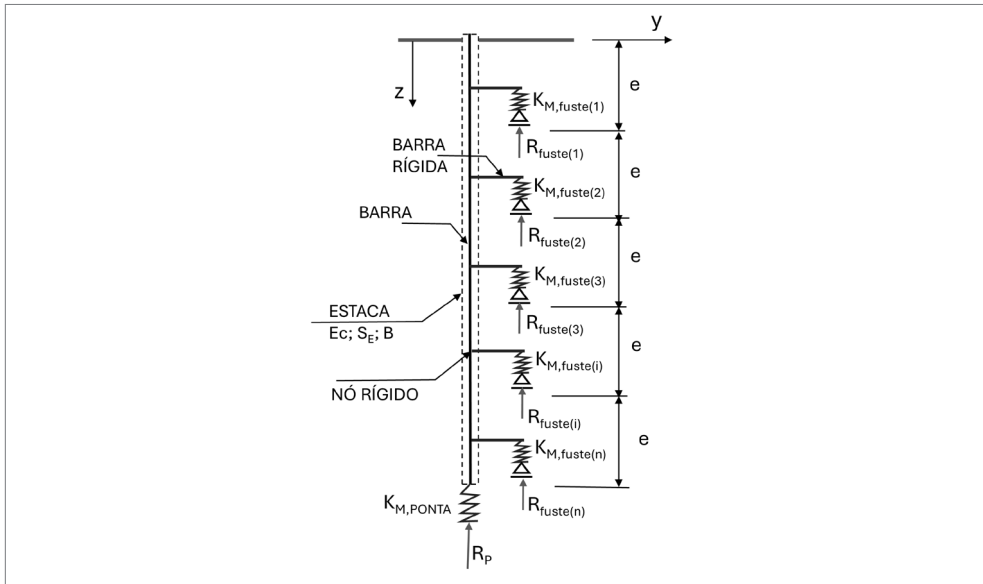


Figura 4.5 Modelo de Winkler para determinação de recalques em estacas isoladas flexíveis.

Tendo em conta a grande quantidade de modelos propostos para a resolução do problema, que apresenta características específicas e diferenciadas para os vários tipos de solo e suas estratificações, diâmetros e profundidade das estacas, tipos e formas de carregamentos, assume-se simplificações em cada proposta de modelo, adaptando-se os métodos que mais se enquadram para cada situação em questão. Por exemplo, em se tratando de fundações de pontes, devido à grande incidência de cargas dinâmicas e instantâneas que atuam nas fundações e, ainda, considerando a grande rigidez estrutural do fuste das estacas, na avaliação do recalque, para as cargas de serviço, é usual se considerar o não rompimento da ligação solo-concreto na mobilização da resistência ao atrito lateral entre o fuste e o solo. Assim, normalmente, assume-se que o recalque seja elástico. No entanto, tendo em vista que a deformabilidade do solo por cisalhamento é pequena, relativamente à da ponta, para cargas de maior magnitude, a resistência limite ao cisalhamento do solo pode ser atingida, fazendo com que, para que a carga aplicada seja absorvida inteiramente, o solo da ponta passa a ser mobilizado em maior proporção, causando maiores recalques. Deve haver, nesses casos, uma ponderação na escolha dos critérios a serem adotados na trabalhabilidade das fundações e sua consequente concepção.

De forma geral, as ponderações em projeto são efetuadas a partir do estudo da capacidade de carga da estaca, por meio de análises específicas que envolvem a segurança das fundações, como apresentado no Capítulo 8. O embasamento teórico do comportamento das estacas é fundamentado pela teoria clássica, embasada na

teoria da elasticidade. No entanto, por tratar-se de um meio contínuo, o processo de plastificação mediante deformação específica não é facilmente reproduzido por processos analíticos, mesmo que pelo método dos elementos finitos, tendo em vista questões como a anisotropia do solo, estratificações, ou pela própria geometria e vinculação que possam existir na modelagem do problema. A capacidade de carga das fundações, assim, exige um grau de abstração e aproximação nos resultados. Para contornar as indefinições analíticas, cerca-se o problema de referências de casos práticos e experimentações, que embasam métodos semiempíricos para dar solução, com suficiente aproximação, ao projeto. A avaliação da capacidade de carga nas fundações não faz parte deste trabalho. Autores como Cintra, Aoki e Albiero (2011); Albuquerque e Garcia (2020); Velloso e Lopes (2010); entre outros, exploram o tema capacidade de carga das fundações, apresentando subsídios para um maior aprofundamento em relação ao tema.

#### 4.2.2 Agrupamento de estacas

Em muitas obras, a atuação de forças horizontais e momentos de grande magnitude são solucionados por meio de blocos com agrupamento de estacas, podendo-se citar como típicas, as obras de contenção, pontes, estruturas marítimas, entre outras. As fundações, nesse contexto, devem ser concebidas de modo a atender aos requisitos básicos de projeto, considerando a estabilidade da fundação como um todo.

##### *Blocos sobre estacas*

Normalmente, todo agrupamento de estacas é coroado por um bloco, que tem a função de combinar os esforços que chegam à fundação e distribuí-los para as estacas segundo seu plano de trabalho. As estacas podem ser engastadas ou articuladas nos blocos. Quando engastadas, elas adquirem grande capacidade para absorver forças horizontais, por meio dos efeitos de flexão, devendo-se, para isso, prever armadura nessas estacas para resistir a esses esforços. Se articuladas, a capacidade para resistir às forças horizontais pelo efeito de flexão é bem menor, no entanto, prevendo-se estacas inclinadas, é viável absorver as forças horizontais pela decomposição dos esforços por meio de sua componente axial, como mostra a Figura 4.6.

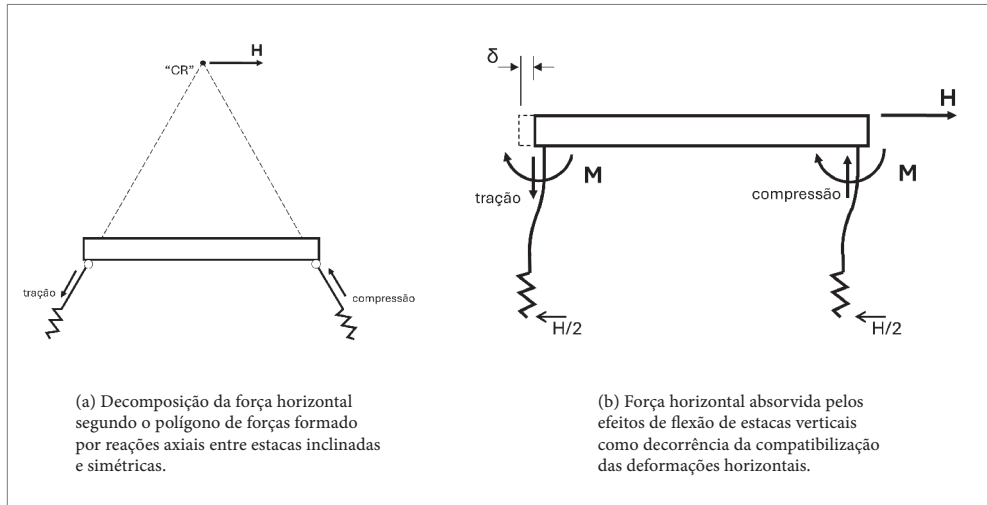


Figura 4.6 Modelo de blocos com pares de estacas simétricas.

Nas teorias de decomposição dos esforços para as estacas, os blocos são normalmente tratados como infinitamente rígidos em relação à rigidez axial das estacas. A distribuição dos esforços às estacas é efetuada segundo um arranjo que considera a posição relativa de cada estaca, sua inclinação, rigidez axial e flexão. Na distribuição dos esforços, assume-se que as estacas, para as cargas de serviço, irão trabalhar axialmente somente por recalques elásticos. Para efeito de distribuição das cargas às estacas, parte-se da consideração de que os recalques serão diretamente proporcionais às reações.

Para os momentos que atuam diretamente nos blocos, quando provenientes de cargas aplicadas ou como resultado da decomposição de esforços, estes podem ser absorvidos por binários formados por estacas verticais, aos pares e simetricamente, como mostra a Figura 4.7.

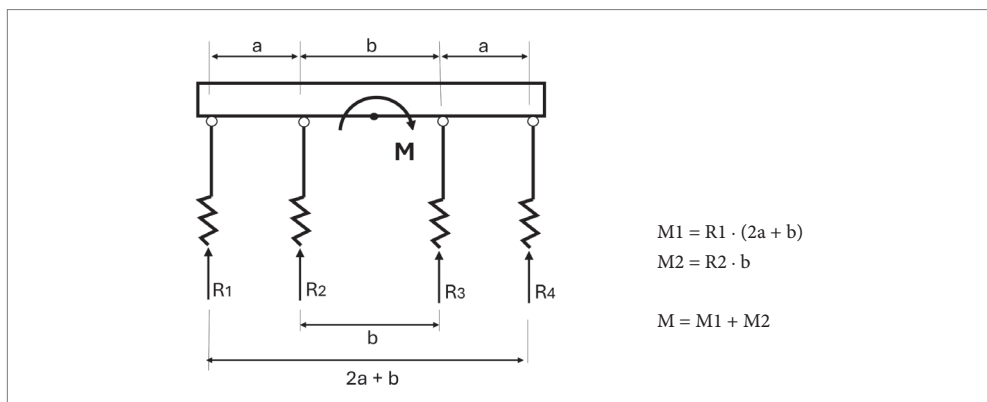


Figura 4.7 Modelo para decomposição de momentos em blocos com estacas verticais.

Há que salientar que os momentos reativos ocorrem com a formação de binários de forças, normalmente ocasionados por forças axiais nas estacas, que atuam segundo excentricidades quanto ao plano horizontal de articulação das estacas no bloco. Nesse caso, os momentos aplicados, após trasladados ao bloco, podem ser absorvidas por vários binários, como mostra a Figura 4.7, cujos momentos reativos resultantes, somados, compõe o momento total aplicado.

### EXEMPLO 4.7

Blocos com estacas verticais

Calcular as reações nas estacas no bloco a seguir esquematizado. Admitir que, para as cargas em serviço, ocorrem unicamente recalques elásticos nas estacas. Considerar o bloco como rígido, com carga centrada, desconsiderando eventuais acomodações dos recalques decorrentes do efeito de grupo.

Para as cargas verticais centradas no bloco, considerar que se subdividem igualmente para todas as estacas.

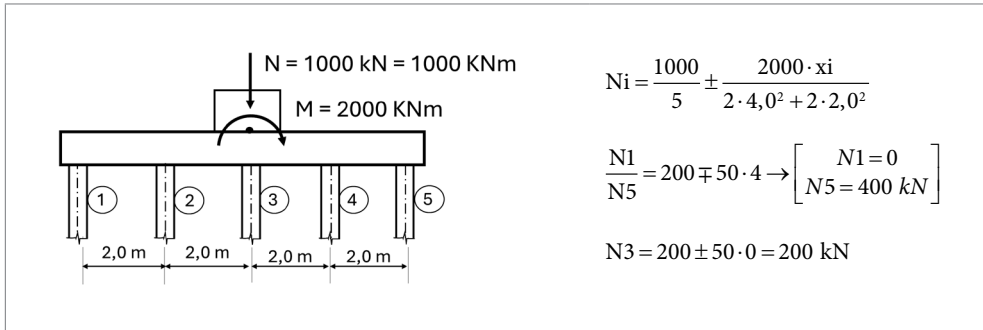
$$N_i = \frac{N}{n}$$

– Para os momentos aplicados ao bloco, recorre-se ao conceito de corpo rígido, decompondo-se sua resultante pelos binários de forças formados pelos vários pares de estacas. Para a determinação das componentes de reação em cada estaca, pode-se utilizar a expressão a seguir, cuja conceituação já é de conhecimento notório.

$$N_i = \pm \frac{M \cdot x_i}{\sum x_i^2}$$

Sendo  $x_i$ , a distância da estaca ao centro geométrico do bloco.

## Resolução



#### 4.2.3 Efeito de grupo na determinação dos recalques em blocos de estacas

A despeito da eficiência dos arranjos entre estacas em um bloco, visando absorver os carregamentos aplicados, sejam verticais, horizontais ou momentos, há que se avaliar a interferência entre as estacas, em sua transferência das cargas para o solo. A sobreposição dos bulbos de propagação das tensões causa influência no resultado da distribuição das cargas para as estacas, resultando na perda da linearidade na relação entre cargas e recalques, mesmo em blocos rígidos e com simetria entre as estacas.

A reação de uma estaca envolve a propagação das deformações no solo, cuja energia é dissipada na transferência da carga para a massa de solo. Considerando o meio semi-infinito, a propagação das deformações ocorre em concomitância ao espreadimento das tensões no solo, direcionalmente, efeito este que é transmitido ao solo em forma da dissipação da energia aplicada pelo carregamento. Quanto maior for a distância do ponto de aplicação da carga, maior será o perímetro de sua dissipação e, conseqüentemente, menor a intensidade das tensões. Define-se, assim, um bulbo de tensões, em que os perímetros inscritos indicam curvas isóbaras que mostram na sua consecução o caminhamento das tensões até se dissiparem na massa do solo. As deformações no solo, assim acumuladas, levam ao recalque da estaca.

Em um grupo de estacas, inevitavelmente, haverá a sobreposição dos bulbos das várias estacas que compõe o conjunto. Sobrepondo-se, assim, as tensões, proporcionalmente, ocorrerá um aumento do nível de deformações. Dessa forma, haverá um rearranjo de acomodação das deformações, com conseqüente aumento no valor dos recalques, em comparação com uma estaca isolada.

Caso as estacas sejam independentes umas das outras, as estacas internas, que recebem influência dos bulbos das demais estacas, em todo seu perímetro, apresen-

tarão, para a mesma carga unitária, recalques maiores que as periféricas, as quais sofrem somente em parte a influência das demais estacas em seu perímetro de ação. No entanto, estando todas as estacas coroadas por um mesmo bloco, sendo este rígido e havendo simetria, todas as estacas estarão submetidas ao mesmo recalque, o que significa dizer que as estacas internas, as quais apresentam maior deformabilidade, relativamente ao conjunto, absorverão uma parcela menor da carga total que as da periferia, já que apresentam maior rigidez ao deslocamento vertical, relativamente ao conjunto, ao se considerar sua interação solo-estrutura.

Acentuando esta problemática de não homogeneidade na distribuição da carga total entre as estacas, o bloco, naturalmente, ao acompanhar a deformação geral das estacas, comprime o solo de envolvimento das estacas internas, deslocando-o verticalmente para acompanhar todo o conjunto, reduzindo ainda mais a capacidade de reação por atrito das estacas internas.

Vários autores estudaram o efeito de grupo para um conjunto de estacas coroadas por blocos, apresentando soluções para avaliar tanto a capacidade de carga das estacas, assim como seus deslocamentos verticais no solo. Devido à grande complexidade que envolve o problema, existe uma infinidade de métodos propostos, muitos empíricos, baseados unicamente em correlações de resultados da prática das fundações, devendo ser aplicados sempre a partir de ponderações, de modo a cercar o problema e isolar as incertezas, a fim de obter-se uma ordem de grandeza aceitável para os resultados. Na evolução, há métodos semiempíricos, em que as correlações da prática das fundações são ponderadas com base em pressupostos teóricos, que trazem maior referência para a aproximação dos resultados. Já os métodos analíticos, elaborados com base em desenvolvimentos que têm como fundamento a teoria da elasticidade, para serem aplicados, exigem que se assumam simplificações, as quais impedem a parametrização das soluções para um maior número de casos. Restam, assim, os métodos numéricos, como o MEF, mas que exigem grande complexidade computacional para que se obtenham resultados mais próximos da realidade.

Dentre os métodos empíricos que preveem aproximações em seus embasamentos conceituais, em função de pressupostos teóricos relativamente ao comportamento solo-estaca, cabe expor, em função de sua coerência e importância na evolução da matéria, o método desenvolvido por Terzaghi e Peck (1948), aplicado a solos coesivos, com a proposição de substituir o grupo de estacas em estudo, por uma fundação equivalente, fictícia. Consiste em lançar uma hipotética sapata virtual localizada ao nível de  $1/3$  acima da ponta das estacas, com dimensões equivalentes à seção de projeção das estacas nesse nível, que propaga a carga total do bloco a uma determinada profundidade, a partir dessa cota, equivalente ao próprio comprimento da estaca. As tensões, a partir da sapata virtual, espraiam-se a partir de uma inclinação

segundo a vertical de 1:2, para ser então distribuída de forma homogênea na superfície resultante nessa profundidade, superpondo-se às *tensões normais* verticais existentes nessa profundidade do substrato. O método, mesmo simplista, para uma análise global, apresenta boa aproximação como abordagem inicial aos estudos de recalque.

### Método da superposição

Dentre os vários métodos existentes, de teor teórico e numérico, cabe abordar o método da superposição, que tem como base a análise do comportamento de um grupo de estacas mediante recalque, utilizando como referência uma estaca isolada. O método se baseia no princípio da influência que ocorre entre as estacas, em sua transferência das cargas ao solo, o que resulta em acréscimos nos recalques de cada estaca, tendo como referência a estaca isolada. Se o bloco que contém as estacas for absolutamente simétrico e as estacas pouco espaçadas, supõe-se haver, por hipótese, uma superposição dos efeitos das deformações entre cada estaca, o que aumenta a magnitude dos recalques. Se o bloco for constituído unicamente por duas estacas justapostas, a influência entre uma e outra seria absolutamente igual. Ver Figura 4.8.

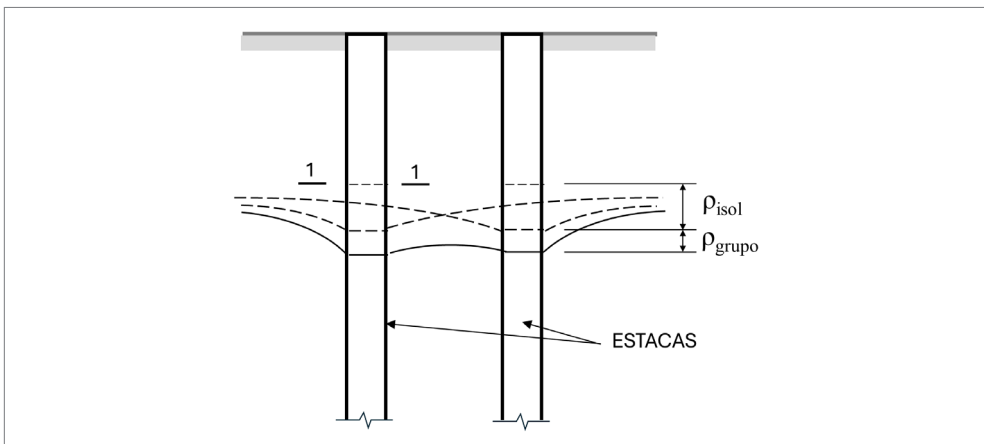


Figura 4.8 Superposição de efeitos em estacas sob influência de mútuas deformações.

Como resolução do problema, deve-se estabelecer, previamente, uma lei pré-concebida que expresse a interação entre as estacas carregadas, sob interferência umas das outras, ao sofrerem influência mútua por suas deformações. Conceitualmente, define-se um fator de interação, que pode ser definido, como em (4.2.1.9)

$$\alpha_{i,j} = \frac{\Delta_{i,j}}{\rho_j} \quad (4.2.1.9)$$

sendo:

- $\alpha_{i,j}$ : fator de interação de uma estaca  $i$  sobre a estaca  $j$ ;
- $\Delta_{i,j}$ : acréscimo de recalque causado na estaca  $j$ , pela ação da estaca  $i$ ;
- $\rho_j$ : recalque na estaca  $j$  isolada.

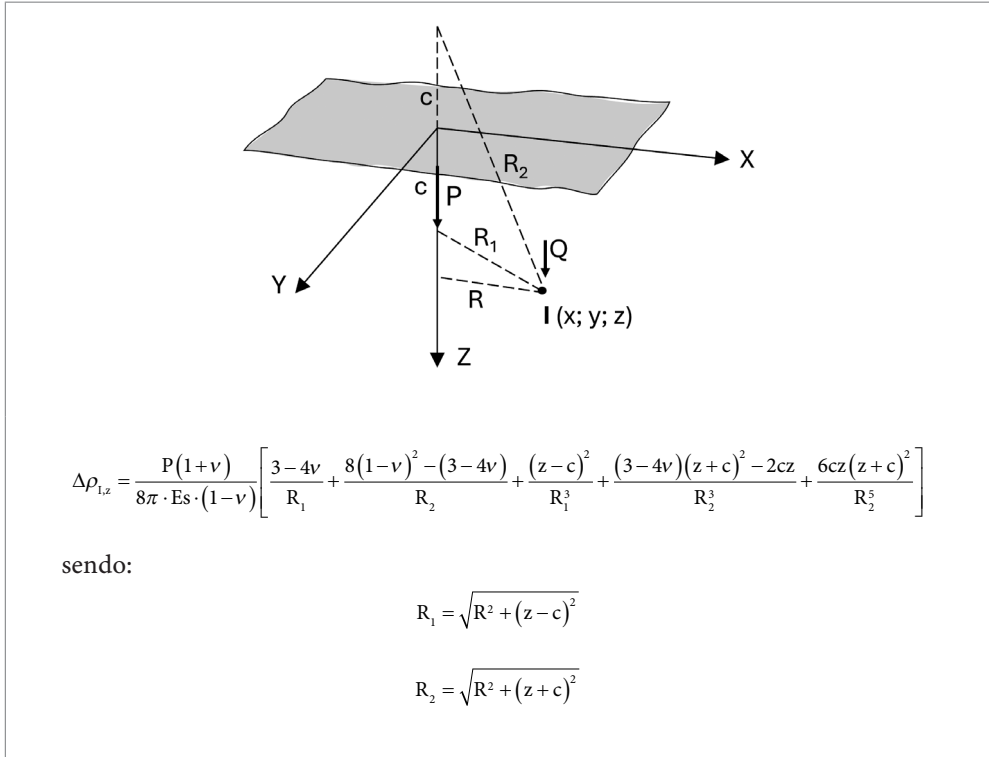
A determinação de  $\Delta_{i,j}$  leva ao pressuposto de que uma carga aplicada em um ponto no espaço gera deformações não somente no próprio ponto, mas também em todo espaço contíguo. No caso específico de duas estacas, uma carga aplicada ao solo por uma estaca  $i$ , na posição geométrica espacial da resultante das reações por cisalhamento causadas pelo seu fuste, exercerá influência sobre a posição geométrica da resultante das reações na segunda estaca  $j$ , causando um acréscimo em seu recalque. Esta lei de influência deve ser pré-estabelecida. Trata-se de uma questão das mais complexas, pois considera inúmeras variáveis, condicionadas a diversos fatores, a iniciar, pela própria reologia do solo. Há que se avaliar, em especial, na resolução do problema, a influência entre os bulbos de tensão causados pela resistência ao cisalhamento do solo e a de ponta das estacas, quando for o caso. Dentre os fatores intervenientes, pode-se citar:

- comprimento, espaçamento e diâmetro das estacas;
- esbeltez das estacas;
- arranjo das estacas no bloco;
- rigidez relativa estaca-solo;
- rigidez do bloco;
- módulos de deformação do solo e da estaca e coeficiente de Poisson;
- limites de resistência do solo sob ação dos carregamentos;
- preponderância do trabalho das estacas, se flutuante ou de ponta.

Há na literatura várias propostas para resolução do problema, algumas das quais são baseadas nas equações de Mindlin (1936), aplicadas a um meio elástico, homogêneo e isótropo, em que se determina, a partir da aplicação de uma carga pontual  $P$  aplicada a uma profundidade  $c$ , a componente de um deslocamento vertical em um ponto da massa de solo, a uma profundidade  $z$  e distante de um raio  $R$  da carga  $P$ , obedecendo a relações geométricas, como indicado na Figura 4.9. As equações são baseadas na teoria da elasticidade linear e se referem à deformação pontual mediante tensões que resultam no ponto considerado. A resolução exige simplificações, já que o resultado envolve a integral espacial das reações de cisalhamento ao longo do fuste da estaca, na interação. O método não se aplica a estacas flexíveis, já que

com a deformação elástica da estaca, perde-se a condição de linearidade na superposição dos efeitos ao longo da profundidade. Nesses casos, são mais apropriados os métodos que se baseiam na energia da deformação, típicos dos métodos numéricos, como o MEF.

Para a componente de deformação, a expressão de cálculo tem a forma indicada como na Figura 4.9.



**Figura 4.9** Esquema para determinação de deformações em meio elástico semi-infinito.

Fonte: Mindlin, 1936.

De cunho analítico, Poulos e Davis (1980) apresentaram uma proposta para simular a interação entre as estacas. Partindo do pressuposto de que em determinado bloco simétrico as estacas isoladas estariam submetidas à mesma carga, determina-se o recalque adicional a cada estaca a ser calculado aproximadamente pela superposição dos fatores individuais. A simplificação do método reside no fato de que a lei de influência adotada para a interação entre duas estacas irá interagir igualmente com os demais pares de estacas pertencentes ao arranjo do bloco. A solução leva a uma análise matricial com  $n$  colunas e  $m$  linhas, que fazem interagir os vários pares de estacas, acumulando-se os resultados das interações em cada estaca, com seus res-

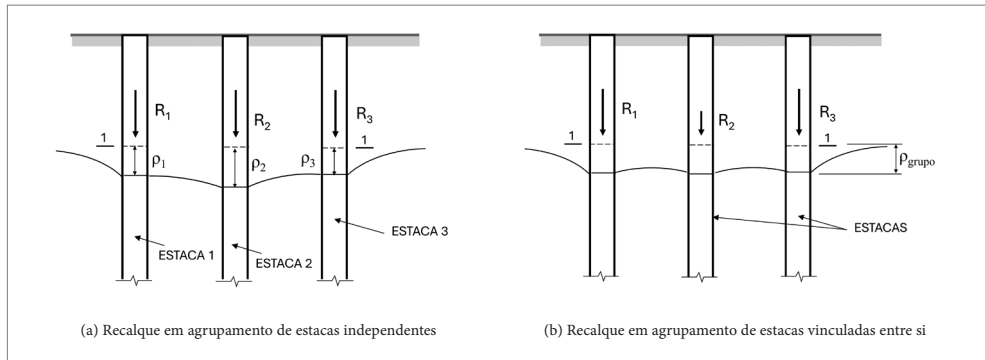
pectivos pares. A proposta requer, de qualquer forma, o conhecimento prévio dos fatores de interação segundo uma lei pré-concebida de influência e dos recalques isolados para cada estaca.

Vários autores efetuaram propostas para os fatores de interação, utilizando-se de recursos variados, como dados experimentais obtidos por ensaios específicos com estacas alinhadas, estudos de casos em obras realizadas, que mesmo incipientes tornaram-se referência para estudos mais avançados. Na evolução das propostas, utilizou-se, inclusive, de recursos computacionais, por exemplo, para gerar equações de influência, como proposto por alguns autores, inclusive por Poulos, em 2009. De forma geral, as propostas referem-se ao meio elástico, homogêneo e semi-infinito, considerando, ainda, a linearidade entre as reações no solo com as deformações. A partir de efeitos de plastificação do solo ou de perda de aderência da estaca com o solo, a curva tende a valores constantes. A condição de plastificação é mais notada para estacas flexíveis.

De forma mais precisa, na condição de agrupamento de estacas independentes ou coroadas por blocos com suficiente flexibilidade para permitir que ocorram recalques independentes entre as estacas, sob o efeito de grupo, as estacas apresentarão recalques diferentes entre si. Em especial, o posicionamento diferenciado das estacas no bloco faz com que a influência entre os vários pares seja diferente, mesmo mantendo-se os espaçamentos. Ocorrerá, após a interação, a manutenção da carga aplicada em cada estaca, mas com recalques diferenciados, com a tendência de serem menores para as estacas de canto e tanto maiores quanto mais internas forem as estacas no arranjo do bloco. Ver Figura 4.10a.

No entanto, sendo o bloco infinitamente rígido, a configuração dos resultados obtidos para as estacas livres irá se alterar, havendo a incidência de um efeito hiperestático sobre elas, na condição de equalização dos recalques. Essa condição faz com que ocorra uma transferência de carga entre as estacas, daquelas que apresentaram maior deformação, para as de menor deformação, mantendo-se, no computo geral, a carga total do bloco. Ver Figura 4.10b.

Como processo para determinar a carga final em cada estaca, por meio da distribuição da carga total que atua no bloco, pode-se efetuar a distribuição das cargas entre as estacas, a partir da rigidez relativa estaca-solo, determinada para cada estaca isoladamente, na suposição de que as estacas do grupo estejam livres.

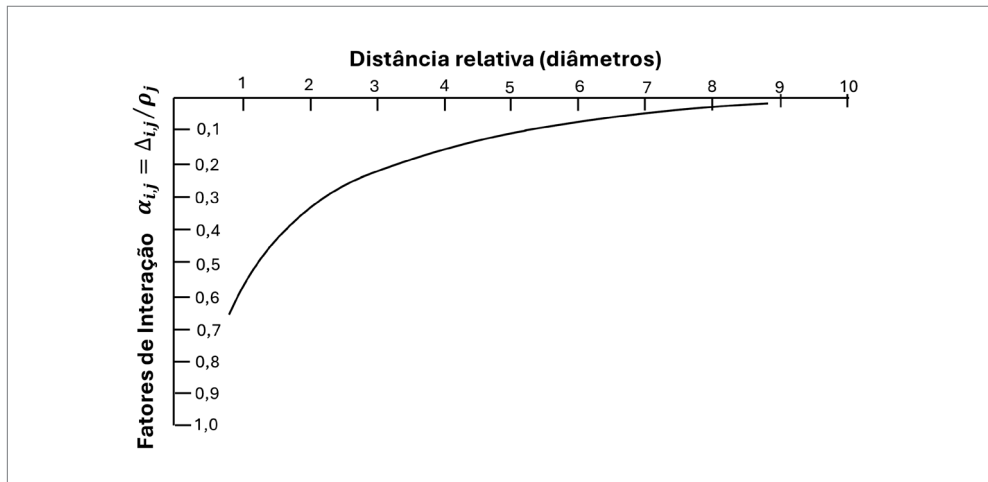


**Figura 4.10** Recalques em grupos de estacas na condição de deformação livre ou deslocamento imposto.

A princípio, não somente o efeito da posição das estacas no arranjo do bloco causa influência diferenciada entre elas, mas também a exposição de suas faces. Em uma análise mais precisa, em se tratando de estacas flutuantes, a superfície das faces externas das estacas periféricas ao bloco apresentarão maior capacidade de reação ao cisalhamento do solo do que aquelas voltadas para o centro do bloco. As estacas internas sofrem maior influência do recalque das demais estacas e, além disso, deve-se ter em conta que a própria capacidade de reação do solo contido abaixo do bloco é pequena, por estar confinado, sendo deslocado conjuntamente com o bloco pelo recalque geral da fundação. Nesse contexto, pode-se admitir que em uma ponderação sobre a capacidade de reação do solo ao recalque das estacas, as faces externas das estacas apresentam um peso maior, se comparada à reação de uma face interna, por sofrer menor influência do efeito de grupo. Ainda, neste mesmo contexto, mesmo as faces internas das estacas periféricas, por mobilizarem o solo contido pelo bloco, desenvolvem reações menores que as faces externas das mesmas estacas. Ainda, em estacas internas no arranjo do bloco, a superposição dos efeitos ao recalque é significativamente maior, tendo em conta que todas suas faces mobilizam o solo contido pelo bloco e estão submetidas à influência de outras estacas em todo seu perímetro.

Assim, pode-se perceber, que os blocos que têm arranjos com estacas em um único alinhamento, sendo todas periféricas, as estacas sofrem menor influência do efeito de grupo, apresentando um recalque menor. Nesse sentido, blocos com duas a quatro estacas, de maior capacidade, apresentam melhor desempenho ao recalque, que blocos equivalentes com um maior número de estacas de menor capacidade, em arranjos com estacas internas. O espaçamento entre as estacas também é fator preponderante para minimizar o recalque, haja visto que a interação entre as estacas é maior quanto maior for a sobreposição das deformações ao cisalhamento do solo.

Segundo estudos efetuados por vários autores, que avaliaram a influência entre os deslocamentos verticais em grupos de estacas alinhadas, a interação deixa de ser considerável para espaçamentos maiores que seis vezes o diâmetro, podendo ser insignificante, para espaçamentos maiores que dez diâmetros, a depender do tipo de solo e da profundidade das estacas. Uma proposta para variação dos fatores de interação em função do espaçamento entre as estacas, considerando a variação do módulo de elasticidade com a profundidade, está representada na Figura 4.11.



**Figura 4.11** Fator de interação em função do espaçamento das estacas.

Fonte: Banerjee; Davies, 1977.

Como proposta para aplicação do método da superposição, a título de estudos preliminares, sugere-se aqui, como princípio de resolução, a sobreposição das projeções horizontais dos bulbos de tensão das várias estacas isoladas, de modo a formar zonas de igual incidência de compressão no solo, denominadas aqui de Zonas de Mesmo Recalque. Nas zonas sob maior incidência dos bulbos de tensão, o solo estará submetido a um maior nível de compressão e consequentemente, também de deformações, levando as estacas expostas a essas zonas a maiores recalques.

Relaciona-se, então, as faces das estacas ao nível de recalque do solo que as envolve, determinando-se o acréscimo de recalque em cada estaca, em função de sua posição no bloco e exposição às zonas de mesmo recalque.

Para simular o acréscimo de recalque nas estacas, adota-se como similaridade a minoração das características de rigidez do solo que as envolve. A característica em questão refere-se à sua compressibilidade, no entanto, para viabilizar a praticidade de aplicação do método, serão minorados o módulo tangente  $G$  e o coeficiente de recalque vertical  $K_{h,\lambda}$ .

São assim considerados dois fatores médios de minoração aplicados às estacas: fator de minoração –  $Fm_{f,i}$ , a incidir sobre o módulo tangente  $G$  do solo ao longo do fuste, referindo-se à resistência ao cisalhamento; e fator de minoração –  $Fm_{p,i}$ , incidindo sobre o solo de ponta, referindo-se à rigidez à compressibilidade do solo de ponta  $K_{h,\lambda}$ . Para compor os fatores de minoração  $Fm_{f,i}$  e  $Fm_{p,i}$ , que são aplicados às estacas, define-se ainda um coeficiente de minoração, a incidir diferentemente sobre cada face da estaca, em função da exposição a que estarão submetidas às zonas de mesmo recalque.

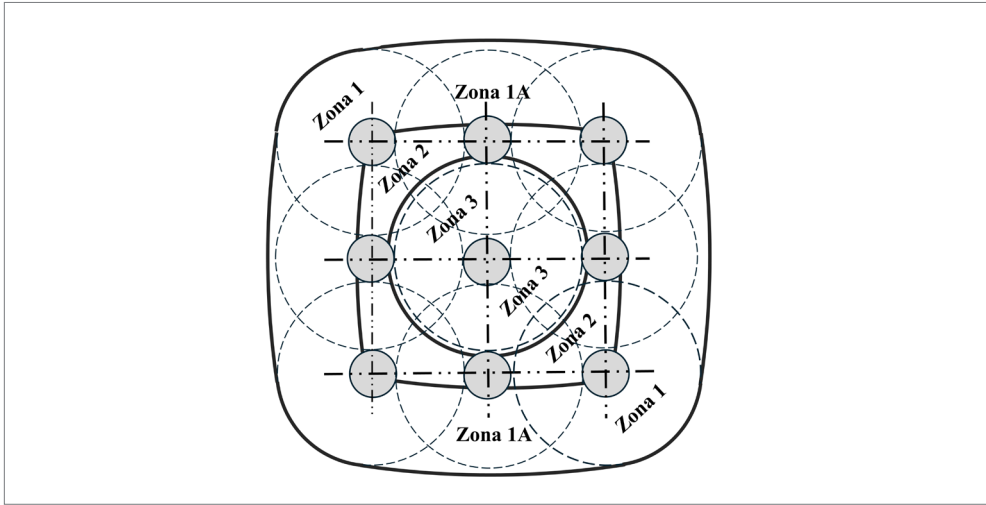
Assim, os Fatores de Minoração –  $Fm_{f,i}$  e  $Fm_{p,i}$  representam a média dos coeficientes de minoração que incidem em cada face da estaca, mediante sua exposição às zonas de mesmo recalque. Distinguem-se: *coeficiente de minoração da Resistência ao Cisalhamento ao longo do fuste* –  $Cm_f$  e o *coeficiente de minoração por Resistência de Ponta* –  $Cm_{p,i}$ .

$$\left( Cm_{f,i} \text{ ou } Cm_{p,i} \right) = \frac{\rho_{isol,i} - \rho_{inter,i}}{\rho_{isol,i}} \quad (4.2.1.10)$$

sendo:

- $\rho_{inter,i}$ : recalque de uma estaca  $i$  sob interação das demais estacas
- $\rho_{isol,i}$ : recalque de uma estaca  $i$  isolada

Para a identificação das zonas de mesmo recalque, sugere-se para cada estaca, traçar a projeção horizontal da isobárica do bulbo de tensões mais distante, de intensidade ainda significativa e identificar a quantidade de sobreposições que irão definir cada zona de mesmo recalque. Ver Figura 4.12. Busca-se uma resolução gráfica, tendo em vista que são poucos os dados analíticos ou experimentais para seu embasamento, devendo-se recorrer à relatividade dos efeitos entre as várias zonas e às correlações semiempíricas ou experimentais existentes sobre a interação entre as estacas sob o efeito de grupo.



**Figura 4.12** Exemplo de Zonas de Mesmo Recalque em um agrupamento genérico de estacas para determinação do Coeficiente de Minoração –  $Cm_{fi} / Cm_{pi}$ .

Os coeficientes de minoração  $Cm_{fi} / Cm_{pi}$ , incidindo sobre cada face da estaca, irão compor os fatores médios de minoração  $Fm_{fi}$  ou  $Fm_{pi}$ , a serem aplicados ao módulo tangente  $G$ , ou ao coeficiente de recalque vertical  $K_{ha}$ , respectivamente, como a seguir:

→ para as deformações por cisalhamento:

$$Fm_{fi} = \Sigma Cm_{fi} / n \quad (4.2.1.10)$$

→ para as deformações pelo efeito de ponta:

$$Fm_{pi} = \Sigma Cm_{pi} / n \quad (4.2.1.11)$$

sendo:

$n$ : número de faces sob interação por estaca, normalmente 4 faces.

Define-se, assim, para cada estaca, o fator de minoração da resistência à deformação por cisalhamento do solo, desenvolvida no fuste das estacas, ou à deformação do solo de ponta, tendo como referência, a estaca quando isolada, que segundo a proposta do método, terá seu fator de minoração sempre igual a 1,0. Os fatores de minoração, mais propriamente, referem-se ao acréscimo dos recalques nas estacas em razão da minoração da resistência às deformações por cisalhamento, ou das deformações do solo de ponta, respectivamente.

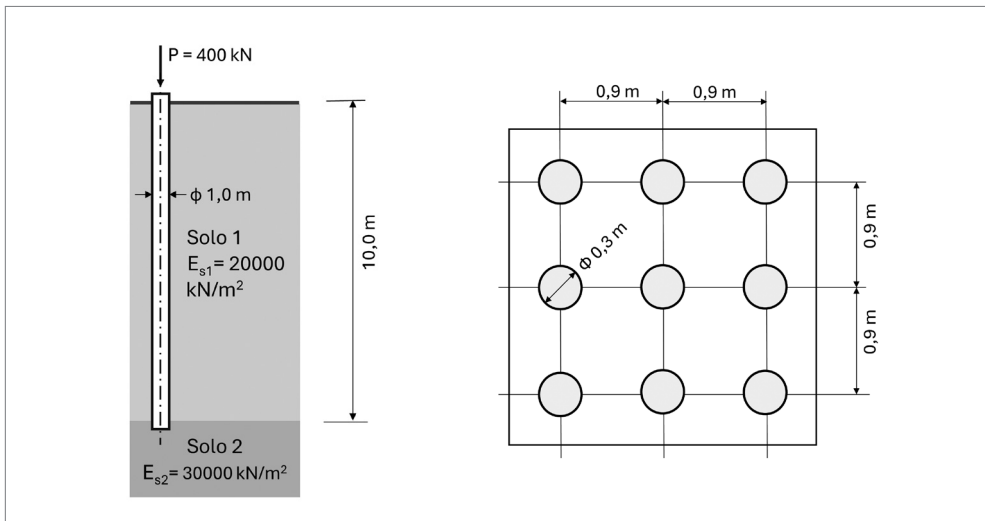
Como caso notável para a aplicação do método, pode-se assumir  $Cm_{f,i}$  ou  $Cm_{p,i} = 1,0$ , quando as influências sobre as deformações de cisalhamento ou de ponta, sob o efeito de grupo, forem consideradas insignificantes.

Ver aplicação no Exemplo 4.8.

## EXEMPLO 4.8

Efeito de grupo em blocos sobre estacas

Determinar o recalque do bloco de fundação sobre estacas e a reação de cada estaca, segundo o esquema do bloco sobre estacas a seguir, considerando o efeito de grupo. Adotar como resolução, o método da superposição, utilizando como critério de resolução a ponderação que considera a influência das faces das estacas na transferência da carga da estaca ao solo e no acréscimo de recalque global do bloco. Na resolução do problema, adotar para as estacas, os dados a seguir.



Determinação do recalque de uma estaca isolada.

A partir de (4.2.1.6), tem-se:

$$\rho = \frac{Q}{\pi \left( G \cdot L + (0,5 \cdot B)^2 \cdot k_{v,\lambda} \right)}$$

Para o solo 1:

$$G = \frac{E_{s1}}{2(1+\nu)} = \frac{20.000}{2(1+0,3)} = 7692 \text{ kN/m}^2$$

Para o solo 2:

$$k_{\nu,\lambda} = \frac{E_{s2}}{\lambda(1-0,3^2)} = \frac{30.000}{0,24(1-0,3^2)} = 139101 \text{ kN/m}^3$$

sendo:

$$\lambda = \sqrt{A_p \cdot I_C} = \sqrt{\pi \cdot 0,15^2 \cdot 0,83} = 0,24 \text{ m}$$

$\therefore B = 0,3 \text{ m}$ ; pela Tabela 4.1:  $I_C = 0,83$

Para uma estaca isolada, tem-se a deformação  $\rho_j$ :

$$\rho_j = \frac{400,0}{\pi(7692 \cdot 10,0 + 0,15^2 \cdot 139101)} = 0,00163 \text{ m}$$

Efeito de grupo

- Cálculo do recalque em uma estaca sob efeito grupo

A partir de (4.2.1.6) e aplicando-se os fatores médios de minoração  $Fm_{fi}$  e  $Cm_{p,i}$  tem-se, para cada estaca:

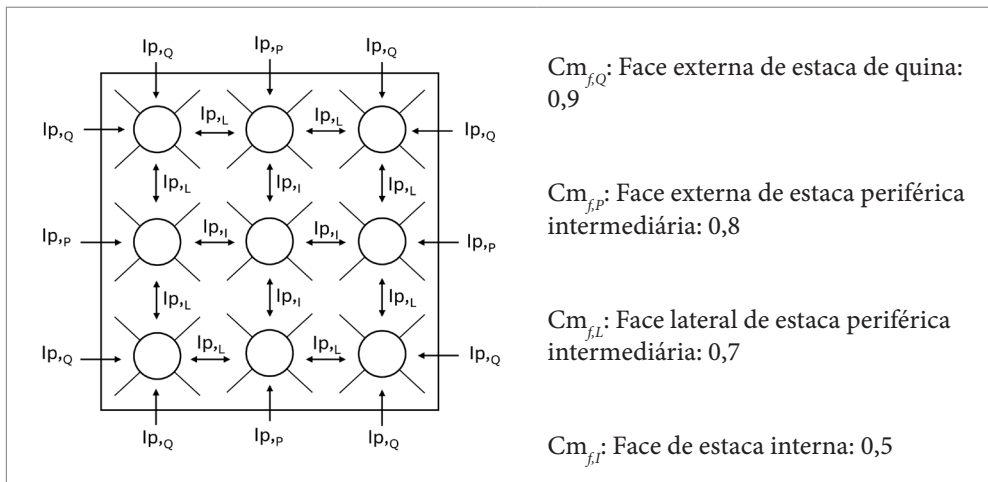
$$\rho_i = \frac{Q}{\pi \left( Fm_{f,i} \cdot G \cdot L + Fm_{p,i} (0,5 \cdot B)^2 \cdot k_{\nu,\lambda} \right)}$$

Fazendo  $Q = 1,0 \rightarrow$  a deformação  $\rho$  assume conotação de flexibilidade “f”. Assim, a rigidez da estaca à deformabilidade no solo será:  $K = 1/f$ .

- Cálculo da flexibilidade de cada estaca:  $f_i$

$$f_i = \frac{1,0}{\pi \left( Fm_{f,i} \cdot 7692 \cdot 10,0 + Fm_{p,i} \cdot 0,15^2 \cdot 139101 \right)} \text{ (m/kN)}$$

Na determinação dos fatores de minoração, considerando a interação entre as estacas, a superposição de ponta será considerada insignificante, assumindo-se  $Fm_{p,i} = 1,0$ . Para os coeficientes de minoração  $Cm_{f,i}$ , sugere-se, para o exemplo, quatro situações características distintas quanto às faces das estacas, identificadas em função de sua posição no arranjo do bloco, relativamente à sua exposição às zonas de mesmo recalque, em que incidirão. As zonas de mesmo recalque foram identificadas em semelhança ao exemplo da Figura 4.12 e os coeficientes de minoração  $Cm_{f,i}$  a partir de cada zona de mesmo recalque, assumidos como mostra a figura a seguir:



Aplicando-se os fatores de minoração  $Fm_{f,i}$  ao módulo  $G$ , determina-se a flexibilidade das estacas  $f_i$  e, com seu inverso, a respectiva rigidez  $K_i$ :

A carga total aplicada ao bloco, será:

$$Q = 9. P = 3600,0 \text{ kN}$$

A determinação da rigidez  $K$  de cada estaca está indicada na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 Determinação da rigidez das estacas ao efeito de recalque

Estaca	$Fm_{ii} = \sum Cm_{ii}/n$	$f_i \cdot 10^{-6}$ (m/kN)	$K_i = (1/f_i) \cdot 10^5$ (kN/m)
1	$2 \cdot (0,9 + 0,7)/4 = 0,8$	4,92	2,032
2	$(0,8 + 2 \cdot 0,7 + 0,5)/4 = 0,675$	5,78	1,730
3	0,8	4,92	2,032
4	0,675	5,78	1,730
5	$4 \cdot 0,5/4 = 0,5$	7,65	1,307
6	0,675	5,78	1,730
7	0,8	4,92	2,032
8	0,675	5,78	1,730
9	0,8	4,92	2,032
		$\Sigma K_i$	16,355

### Reação nas estacas

Serão determinadas em função da rigidez relativa de cada estaca, em relação ao conjunto das estacas do bloco:

$$R_i = \left( \frac{K_i}{\sum K_i} \right) \cdot P$$

$$E_1; E_3; E_7; E_9$$

$$R_{1,3,7,9} = \left( \frac{2,032}{16,355} \right) \cdot 3600 = 447,3 \text{ kN}$$

$$E_2; E_4; E_6; E_8$$

$$R_{2,4,6,8} = \left( \frac{1,730}{16,355} \right) \cdot 3600 = 380,8 \text{ kN}$$

$$E_5$$

$$R_5 = \left( \frac{1,307}{16,355} \right) \cdot 3600 = 287,6 \text{ kN}$$

### Recalque do bloco

$$\rho_{bloco} = R_1 \cdot f_1 = R_2 \cdot f_2 = R_5 \cdot f_5 = 4,92 \cdot 10^{-6} \cdot 447,3 = 0,0022 \text{ m}$$

Fator de interação do bloco

De (4.2.1.9), tem-se:

$$\alpha_{bloco,j} = \frac{\Delta_{bloco,j}}{\rho_j} = \frac{0,0022 - 0,00163}{0,00163} = 0,350$$

