

## CAPITULO 3

# Relação tensão-deformação nos solos

Teoricamente, admitindo-se que determinado elemento solo tenha um comportamento físico-mecânico semelhante a um sólido ideal, ou seja, que mediante um carregamento axial apresente uma relação linear entre as tensões e deformações, até que se atinja o limite de plastificação, ainda, que na inversão da evolução das deformações, após ter se atingido o limite de plastificação, ocorra a recuperação elástica, o solo, assim idealizado, poderia ser representado como indicado no gráfico da Figura 3.1, sendo a relação entre as tensões e as deformações denominada de módulo de deformação (ou de elasticidade)  $E_s$ .

$$E_s = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \quad (3.1)$$

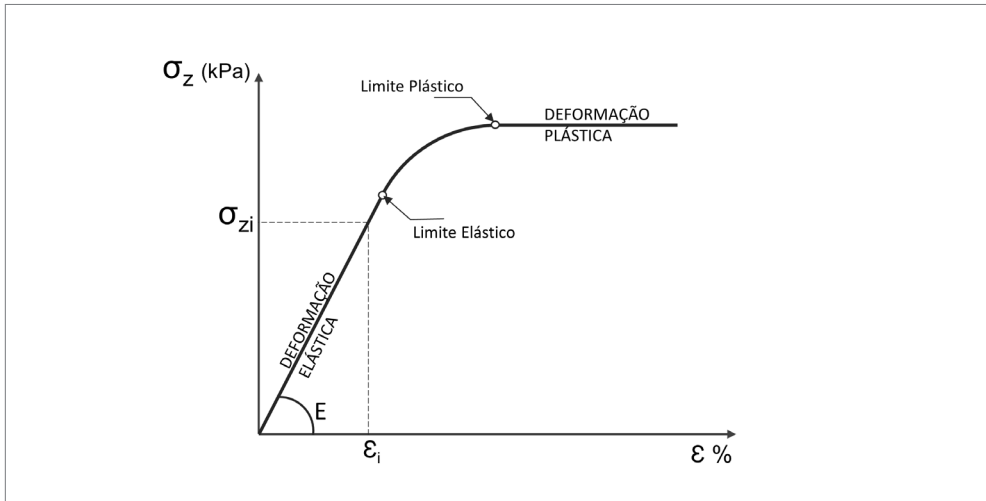


Figura 3.1 Curva tensão-deformação axial típica para um solo ideal.

No entanto, na prática, são poucos os casos em que o solo mantém a relação tensão-deformação constante mediante variação das solicitações, em especial, no tocante à recuperação elástica, tendo em vista que os solos apresentam um comportamento distinto ao de um sólido ideal, sofrendo interferência de vários fatores, muitos de difícil previsibilidade ou mensuração em projeto, como o grau de confinamento; a forma em que ocorre a propagação das tensões na massa de solo, quando causadas por um carregamento aplicado; tempo de aplicação do carregamento; tratar-se de solo pré-adensado; como também, questões que envolvem o próprio ensaio para determinados tipos de solo. Mesmo no caso de não se atingir o patamar de escoamento, a recuperação volumétrica, no descarregamento, é praticamente nula para as areias e com perdas, para as argilas. Note, na Figura 3.1, que  $\sigma_{zi}$  representa a tensão axial a que o elemento solo foi submetido, o que corresponderia, na equivalência ao ensaio *triaxial*, à soma da tensão confinante  $\sigma_3$  com a tensão desviadora aplicada  $p_a$ . Há três casos característicos a analisar na avaliação do módulo de deformação, relativamente a um elemento solo mediante carregamento axial, quando drenado.

- Caso 1: a tensão de confinamento é mantida constante durante os estágios de carregamento, o que corresponde, em um ensaio *triaxial* CD, à manutenção da tensão  $\sigma_3$  e variação da tensão desviadora: O módulo de elasticidade irá se estabelecer em relação direta à tensão  $\sigma_3$  aplicada, em razão do efeito que exerce para a redução dos vazios do solo, em especial para as areias. Na prática, corresponde à deformação instantânea causada por um carregamento rápido.

- Caso 2: a tensão de confinamento refere-se à condição de indeslocabilidade volumétrica lateral do elemento solo. O módulo de elasticidade aumentará proporcionalmente à evolução do carregamento, em razão da compacidade crescente da amostra pelo confinamento absoluto. Em laboratório, esse caso corresponde aos ensaios *edométricos*. Na prática, corresponde a submeter o elemento solo a um carregamento uniforme induzido aplicado à superfície do solo e que tenha dimensões horizontais que tendem à largura infinita.
- Caso 3: a tensão de confinamento varia proporcionalmente à variação da intensidade do carregamento, como resposta à reação da massa de solo em que o elemento solo está inserido, função de como ocorre a dissipação da energia da deformação imposta pelo carregamento, correspondendo a um caso intermediário entre os dois primeiros. Na prática, na natureza, é a situação usual em que os solos se encontram. Em laboratório, essa situação é reproduzida por uma metodologia de ensaio *triaxial*, em que a tensão confinante é controlada para corresponder à relação entre as tensões axiais e laterais, segundo o coeficiente de Poisson  $\nu$ . Este ensaio é denominado como Tipo K- constante, como descrevem Velloso e Lopes (2011).

Cabe colocar que os solos naturais se encontram confinados na natureza, significando que estarão sempre pré-comprimidos pelas tensões de repouso. Nessa condição, no caso de aplicação de tensões de confinamento maiores que a de repouso, há uma contrarreação pelo efeito de Poisson sobre as deformações axiais, tornando o solo mais rígido para uma mesma tensão axial que venha a ser aplicada. Constata-se que para um mesmo solo, mediante um estado de confinamento  $\sigma_3$  variando entre diferentes valores, também irá variar, em proporção, seu módulo de elasticidade e limite de resistência. Ver Figura 3.2.

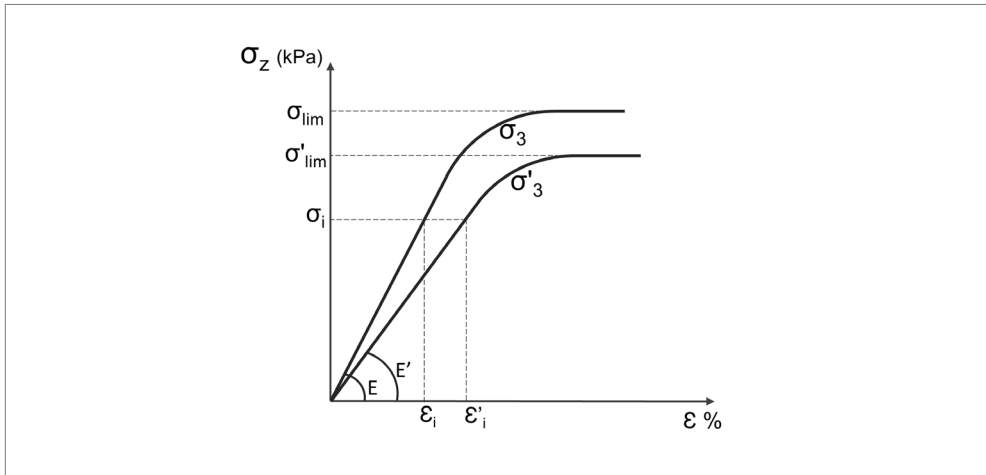


Figura 3.2 Representação esquemática de curvas tensão-deformação axial sob diferentes tensões confinantes  $\sigma_3$ .

### 3.1 DEFORMABILIDADE DOS SOLOS – CURVAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO

A avaliação da deformabilidade dos solos está pautada na teoria da elasticidade, referindo-se ao comportamento de um meio semi-infinito. Na prática das fundações, tratando-se de deformações verticais, as curvas tensão-deformação assumem a conotação de tensão-recalque. Normalmente, a tensão de confinamento gerada como reação à aplicação de um carregamento superficial, varia com a profundidade, proporcionalmente à propagação no solo das tensões causadas pelo referido carregamento. As tensões horizontais causadas na massa de solo mediante a propagação das deformações causadas por determinado carregamento vertical, na profundidade, solicitam a massa de solo envolvente, a reações de equilíbrio, que se acomodam radialmente, tornando a resolução do problema complexa devido à sua não linearidade. Essa não linearidade acarreta que a curva tensão-deformação de um elemento solo localizado em determinada profundidade não seja também linear para as deformações axiais, refletindo-se em seu módulo de elasticidade, que deixa de ser constante.

Já para as situações de carregamentos aplicados na superfície, de grandes dimensões, como o caso de aterros, as deformações específicas de um elemento solo, ao longo da profundidade, tendem a ser proporcionais à tensão  $\sigma_v$  que atua naquela profundidade, tendo em vista que as tensões verticais se propagam de forma razoavelmente paralelas. Dessa forma, o módulo de elasticidade tende a ser constante com a profundidade e progressão do carregamento, caso o solo seja homogêneo e isotrópico.

Considerando todos os fatores intervenientes à deformabilidade de um elemento solo carregado axialmente na progressão de um carregamento, sejam eles: a redução gradativa do índice de vazios, a variação das tensões confinantes, a plastificação

progressiva, faz com que a curva tensão deformação não apresente uma conformação linear, devendo-se interpretar o módulo de elasticidade (deformação) segundo o trecho de variação de tensões que envolve o problema, que é denominado de módulo secante ( $E_s$ ). Ver Figura 3.3.

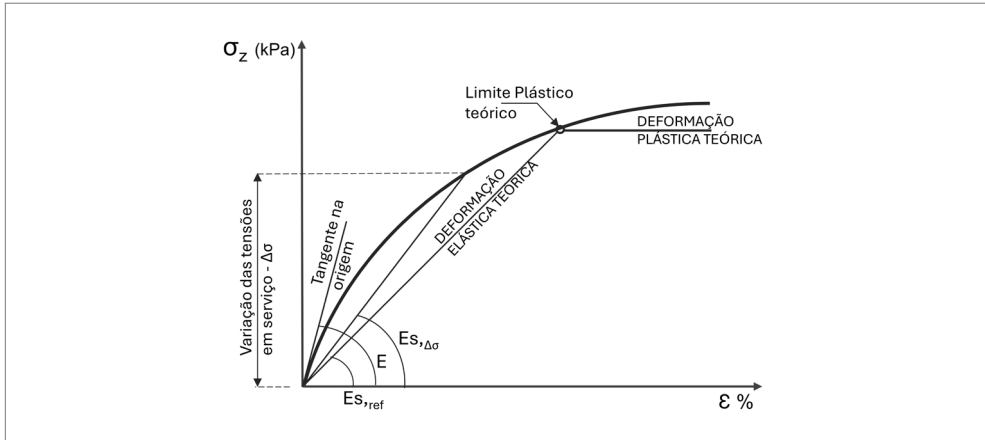


Figura 3.3 Esquema para avaliar o módulo secante do solo em curvas tensão-deformação axial.

A seguir, encontra-se na Tabela 3.1, valores prováveis propostos para o módulo de deformabilidade do solo  $E_s$ , como envoltória de valores, para utilização em estudos.

Tabela 3.1 Valores prováveis para módulo de deformabilidade dos solos

Tipo de solos		$E_s$ (Mpa)
Solos coesivos	Argila muito mole	< 2
	Argila mole	2 a 5
	Argila média	5 a 20
	Argila rijá	20 a 50
	Argila rijá a dura	> 50
	Argila arenosa média a rijá	35 a 60
	Argila siltosa	10 a 20
	Silte	5 a 20
	Turfa	< 1
Solos arenosos	Areia fofa	10 a 20
	Areia pouco a med. compacta	20 a 50
	Areia compacta	50 a 80
	Areia muito compacta	> 80
	Areia argilosa pouco a compacta	25 a 60
	Areia com pedregulhos	50 a 100

Outra questão que se coloca na determinação da curva tensão-deformação, relacionada aos solos, são as deformações lentas, causadas pelo adensamento do solo e efeitos da fluência. A matriz solo é constituída de poros e, na natureza, há sempre uma quantidade de ar e água retida, correspondendo à sua umidade natural, ou mesmo encontrar-se saturada. Na compressão de uma camada de solo, a água retida exerce pressão negativa, retardando as deformações em função do tempo de percolação. Assim, para solos mais permeáveis, como as areias, a saída da água é praticamente instantânea. No entanto, para solos de menor permeabilidade, como as argilas, a saída da água pode demorar anos. Essa questão envolve as teorias de adensamento dos solos. Tratando-se de argilas moles saturadas, essas representam grandes desafios para a construção civil, devido à instabilidade do solo mediante carregamento, por apresentar baixa resistência não drenada, como também, pelos recalques que ocorrem ao longo do tempo.

No tocante à relação tensão-deformação, o comportamento das argilas saturadas é definido pela duração do carregamento e condições de drenagem. Em condição de ensaios triaxiais drenados e carregamentos aplicados lentamente, a curva é semelhante aos solos não saturados, porém não linear, podendo ser representada de forma contínua, pela envoltória da média entre os picos inferiores e superiores de deformação, situação semelhante aos solos mais permeáveis. Já para os solos pouco permeáveis, em qualquer circunstância, havendo umidade, ocorrerá após a aplicação do carregamento, sempre uma descontinuidade significativa na curva tensão-deformação, em forma de patamar à tensão constante, correspondendo à deformação diferida no tempo. Quanto maior a impermeabilidade e maior a saturação do solo, maior será, em termos de magnitude de deformação, o degrau entre patamares. Retomando-se o carregamento de forma contínua, em novos estágios, a curva se restabelece. Ver Figura 3.4.

Com relação à fluência do solo sob tensão, há várias causas envolvidas. Em grande parte, esse comportamento se refere à resposta não imediata da massa de solo a uma solicitação aplicada. Na natureza, as deformações ocorrem como resposta a uma solicitação que se propaga por toda uma massa coesa de solo, de forma progressiva. Assim, a resposta da massa de solo como um todo, a uma solicitação, ocorre normalmente ao longo do tempo. Em areias, podem ocorrer pequenas rupturas frágeis ao longo do tempo, dependendo da forma e resistência das arestas, ocasionando um rearranjo dos grãos. Já nas argilas e em solos constituídos de partículas finas, em geral, o efeito é mais contínuo.

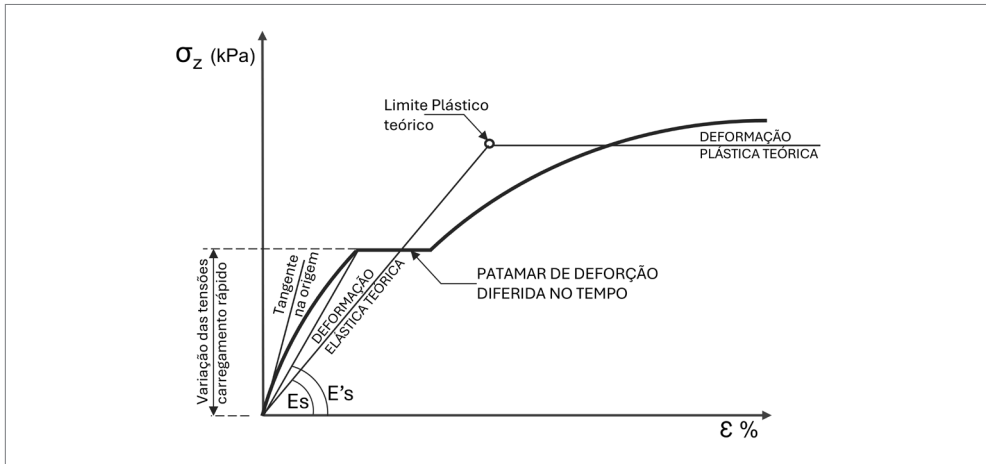


Figura 3.4 Esquema de interpretação de curvas tensão-deformação axial em solos suscetíveis a adensamento.

Assim, a um mesmo valor de pressão vertical aplicada a determinado solo específico, poderão ocorrer deformações variadas, em função de vários fatores, como: tensões de confinamento diferentes; nível de saturação; condições de drenagem; tempo de aplicação e duração do carregamento.

As deformações totais ocorrem mediante três parcelas, que podem variar em intensidade distintas, ou não serem mobilizadas, dependendo de cada situação específica:

$$\delta_T = \delta_i + \delta_w + \delta_\phi \quad (3.1.1)$$

sendo, as deformações:

$\delta_T$ : total;

$\delta_i$ : imediata;

$\delta_w$ : por adensamento;

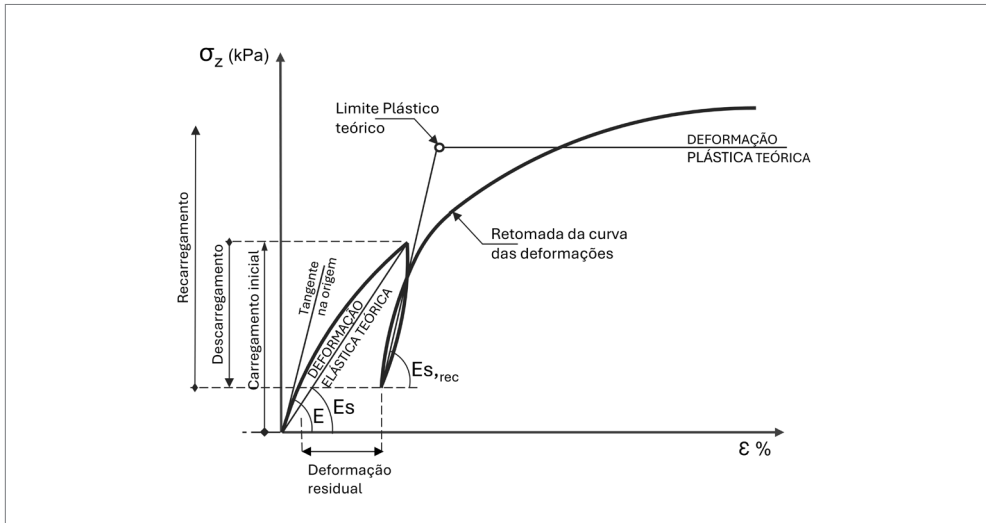
$\delta_\phi$ : por fluência.

Também, quando em estado plástico, na evolução das deformações, são poucos os solos que mantêm o estado de tensão constante com a variação da deformação, ou seja, que apresentam um patamar de plastificação bem definido. A ruptura dos solos ocorre pelo efeito de cisalhamento, a partir do qual, há o deslizamento entre as superfícies do solo no plano de ruptura, a tensão constante. A manutenção do confinamento, nessa condição de sollicitação, é primordial para que não ocorra a total falência da estrutura do solo, em especial nas areias, que quando compactas, apresentam uma tensão de pico, antes de atingirem o patamar de estabilização mediante

tensão constante. Atingido o nível de plastificação, um maior ou menor confinamento, pode significar o estado de ruína, a partir de uma ruptura brusca, ou evitá-lo. Cabe colocar que em uma massa de solo, a ruptura é progressiva, propagando-se à medida que tensões não absorvidas por um determinado elemento rompido são transmitidas aos elementos adjacentes. Nesse contexto, cabe ao efeito de confinamento a estabilização desse quadro, promovendo tensões de equilíbrio.

Em relação à recuperação volumétrica, ou mais propriamente, quanto ao retorno do solo ao estado de deformação inicial, após descarregamento, esse efeito é baixo para as areias, praticamente inexistente. Ao submeter um elemento solo a uma solitação normal de compressão, a estabilidade só é conseguida por meio das reações decorrentes do efeito de confinamento oferecido pelo solo envoltório. Assim, ao se aplicar um esforço de compressão a um elemento solo em um meio contínuo, semi-infinito, sua deformabilidade axial só é conseguida de forma estável, a partir do equilíbrio que ocorre a partir da reação à sua expansão lateral, propagando à massa do solo de contorno, tensões que se espraiam, até que se dissipe toda a energia da deformação imposta. No caminho inverso, ao se descarregar o elemento solo, a massa de contorno reage ao descarregamento, porém, por um novo caminho de espraiamento, inverso ao inicial, mas dissipando ainda mais a energia da deformação causada pelo esforço aplicado, o que gera um novo estado de tensões de equilíbrio, em que a expansão lateral pouco retrocede, como também, por consequência, não ocorre a recuperação do estado inicial da deformação axial. (Ver Figura 3.5)

Para as argilas, em especial, a coesão contribui para que se retome o estado inicial de equilíbrio, após descarregamento, de forma natural, o que lhe confere a propriedade de compressibilidade. Dessa forma, para os solos argilosos, mesmo que pouco confinados, por conta da coesão, a integridade estrutural do elemento solo se mantém, para pequenas deformações impostas e, nesses casos, pode-se considerar algum nível de elasticidade. Para fins práticos, as argilas, pela sua compressibilidade, não tem sua resistência ou deformabilidade dependente do confinamento. Já para as areias, quanto maior o confinamento, maior será sua resistência e menor a deformabilidade.



**Figura 3.5** Representação esquemática da curva tensão-deformação axial típica em solos após descarregamento e recarregamento.

Verifica-se, pela Figura 3.5, que o solo, após o descarregamento, comporta-se como se estivesse sobreadensado. Com a redução no índice de vazios durante o carregamento inicial e, sem recuperação volumétrica após o descarregamento, ao se recarregar, o solo apresentará menor deformabilidade para o mesmo nível de tensão a que foi submetido anteriormente, resultando, como consequência, em um módulo de deformação maior.

Em se tratando de argilas, seu comportamento é peculiar, devendo-se avaliar, inicialmente, se seu estado de tensão está abaixo ou acima das tensões de pré-adensamento. Para as argilas sobreadensadas, há uma maior semelhança ao comportamento de um sólido ideal, nas faixas de carregamento abaixo do limite de pré-adensamento, situação em que o confinamento não exerce tanta influência na estabilidade do maciço, quanto em argilas normalmente adensadas, que apresentam um nível de vazios bem mais elevado. Assim, para as argilas sobreadensadas, um menor índice de vazios já foi atingido anteriormente e as tensões de confinamento já exerceram sua ação no equilíbrio das deformações. No descarregamento, o solo é desconfinado, mas o índice de vazios mantém-se reduzido. O recarregamento gera tensões axiais que vêm somente recompor o nível de vazios anteriormente já atingido.

A razão de sobreadensamento, que representa a proporção de quanto a tensão de pré-adensamento é maior que a tensão a que o solo está submetido, indica a maior ou menor influência que as tensões de confinamento exercerão sobre a deformabilidade do solo, sob tensão axial. De forma geral, para uma mesma tensão confinante,

as argilas sobreadensadas apresentarão também maior resistência que aquelas normalmente adensadas, ou seja, suportam aplicação de carregamentos maiores, mesmo que de forma não tão significativa. Isso se explica em razão do maior índice de vazios nas argilas normalmente adensadas, sendo mais sensíveis a uma composição de tensões laterais, quando carregadas axialmente, afetando o equilíbrio das deformações. Cabe observar que, para razões de sobreadensamento elevadas, ocorrem peculiaridades no comportamento das argilas, como o aumento de volume na ruptura e queda da resistência após atingir um pico máximo, interferindo nas análises.

Já para as areias, a deformabilidade não está diretamente relacionada ao índice de vazios, mas sim, proporcionalmente às tensões confinantes. Com o aumento das tensões axiais, as deformações serão significativamente pequenas se proporcionalmente existir um aumento das tensões confinantes, o que leva a um ajuste no engramamento das arestas dos grãos, mantendo os vazios praticamente inalterados. A deformabilidade das areias, assim, ocorre em proporção ao rearranjo da configuração estrutural dos grãos, que varia em proporção ao desconfinamento e ao tamanho e formato dos grãos. Note que para carregamentos discretos superficiais, as tensões internas à massa de solo, geradas com a descompressão horizontal, podem se interpor às tensões previamente existentes, decorrentes do confinamento, invertendo-as, o que causaria deformações plásticas no solo e o início da evolução para o estado de ruína.

Assim, as areias, em um quadro de evolução de tensões, têm baixa capacidade para manutenção da relação tensão-deformação de forma linear, já que a redução dos vazios do solo, ao longo da evolução do carregamento, não é linear. A acomodação do arranjo dos grãos durante a evolução da compressão ocorre gradativamente, ocasionando a compactação do solo, situação que só é alterada quando as tensões internas horizontais induzidas ultrapassam as tensões de confinamento, levando ao estado de ruína. Há outras características das areias que causam influência, não somente no módulo de deformação, mas também em sua resistência, a exemplo: a própria compacidade em que se encontra na natureza; o tamanho dos grãos e sua distribuição granulométrica; o formato e resistência dos grãos; e de outros fatores mais específicos ou secundários.

Todos esses fatores que envolvem o módulo de deformação (elasticidade) e a resistência dos solos são importantes na elaboração de projetos em que ocorra uma condição de interação solo-estrutura, pois interferem sobremaneira na determinação dos esforços nos elementos estruturais.

Por exemplo, em caso de fundações, quando submetidas a carregamentos cíclicos, com intensidades variáveis, combinados ainda a outras solicitações, também de intensidades variáveis, como as estruturas de plataformas sobre o mar, ou pontes e estruturas sujeitas a efeitos de variação térmica ou sísmicos, deve-se prever envoltórias

para obtenção de esforços máximos ou mínimos no dimensionamento dos elementos estruturais de fundação. Esses limites, de máximos e mínimos, estabelecem uma faixa previsível de comportamento para o solo, adotando-se, para isso, um módulo de deformação médio.

Para determinados níveis de deformação horizontal, durante a interação solo-estrutura, mediante deformações induzidas e repetitivas, o elemento estrutural pode não mais responder à relação tensão-deformação horizontal, devido a não recuperação volumétrica do solo, podendo ocorrer a perda de confinamento, fazendo a estrutura trabalhar isolada do solo. Nestes casos, por exemplo, tratando-se de estacas, estas passam a ter um comportamento isolado. Ver Exemplo 6.3.

Também, no caso de solicitações normais, as envoltórias também são importantes em caso de estruturas hiperestáticas, por exemplo, na ocorrência de um nível de recalques residuais acumulados, causados por carregamentos cíclicos e repetitivos. Haverá um comportamento para o solo, nesses casos, semelhante a um efeito de fluência, porém tendendo a uma convergência, com deformações progressivamente menores, e o módulo de deformação, de forma concomitante, para um valor maior.

### 3.2 ESTADOS LIMITES DE TENSÃO

A identificação dos limites do comportamento elástico/linear, na curva tensão-deformação do solo, é de vital importância para os estudos estruturais em que se utilizam métodos que consideram o efeito da interação solo-estrutura, na obtenção dos esforços nos elementos estruturais. Fora do trecho elástico, a resposta das tensões às deformações deixam de ser proporcionais, admitindo-se ter atingido patamares de plastificação do solo. Nos casos usuais de projeto, por simplificação, assume-se que a tensão se mantenha constante, independentemente da evolução das deformações.

Nos estudos das tensões no solo, admite-se que no estado de repouso, dado um elemento solo infinitesimal, as tensões atuantes se auto equilibram em binários de ação e reação, seja segundo o eixo vertical  $z$ , decorrente dos carregamentos verticais, ou conforme os eixos horizontais  $x$  e  $y$ , pela ação do confinamento entre as partículas do solo em um meio semi-infinito.

Se este meio solo for interceptado, por exemplo, por um anteparo vertical, as tensões de equilíbrio horizontal dos binários formados pelos elementos solo, na fronteira com este anteparo, são transferidas para o anteparo, mantendo-se as condições de equilíbrio estático. O anteparo, nesse contexto, atua como um vínculo fixo. Às reações oferecidas pelo anteparo, enquanto vínculo, dá-se a denominação de empuxos, que podem ser de repouso ou de confinamento do solo.

A plastificação do solo ocorre ao se atingir os limites de linearidade da curva tensão-deformação. Considerando-se como referência as tensões de repouso, na

evolução das deformações que geram compressão ou descompressão na partícula solo, segundo a teoria da elasticidade, na transição do regime elástico para o plástico, tendo como modelo um sólido ideal, as tensões tornam-se constantes, mesmo com a evolução das deformações. Para os solos, segundo o método Mohr/Coulomb, no ponto de plastificação, supõe-se, teoricamente, que o solo tenha atingido sua resistência ao cisalhamento, em combinação às tensões principais atuantes  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$ . Assim, o ponto de tangência do círculo de Mohr, com a reta envoltória de ruptura do solo ao cisalhamento, indicará o valor da máxima tensão de cisalhamento a ser atingida na ruptura em um plano crítico de sollicitação, admitindo-se, nesse ponto, a plastificação do solo.

Ao atingir o limite de plastificação, por compressão, as reações em um anteparo tido como vínculo recebem a denominação de *empuxo passivo*. Ao contrário, se as deformações forem aplicadas no sentido de descompressão, ao atingir o limite de plastificação, as reações serão denominadas de *empuxo ativo*.

### 3.2.1 Estado ativo

A partir dos empuxos de repouso, com a massa de solo equilibrada por um anteparo, ao se deslocar o anteparo no sentido da ação dos empuxos em repouso, ocorrerá gradativamente, em se mantendo a progressão do deslocamento, o desconfinamento do solo. Existirá um nível de desconfinamento em que as tensões do solo ultrapassarão o limite de resistência ao cisalhamento, plastificando-se. Se neste instante o anteparo for imobilizado, as tensões do solo que estarão incidindo sobre ele receberão a denominação de *empuxos ativos*. Mantendo-se esse nível de deslocamento, as pressões sobre o anteparo se manterão constantes. Considera-se, que com a plastificação do solo, a partir desse deslocamento, mesmo com pequenos acréscimos, o estado ativo será mantido. Ver Figura 3.6.

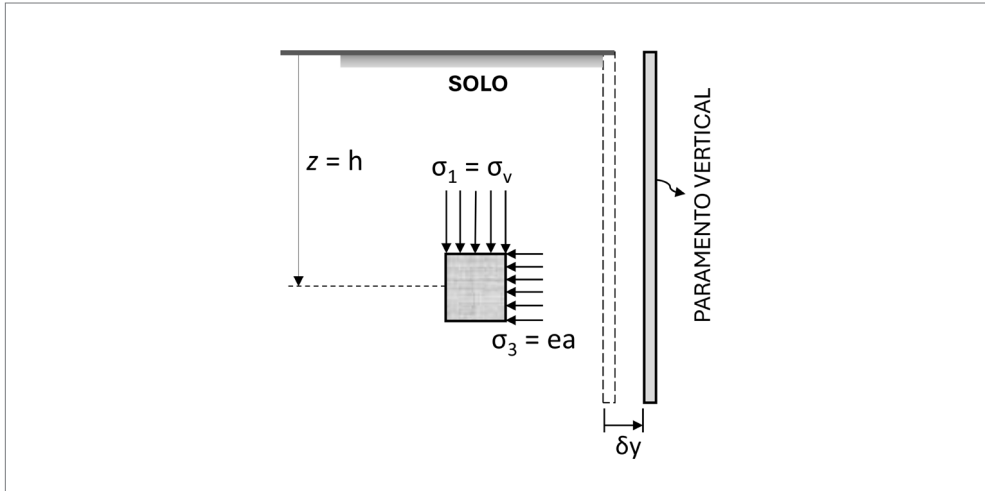


Figura 3.6 Representação de um anteparo submetido ao estado ativo de tensões.

### 3.2.2 Estado passivo

Também, a partir dos empuxos de repouso, estando a massa de solo equilibrada por um anteparo, ao deslocar-se o anteparo no sentido contrário à ação dos empuxos em repouso, ocorrerá gradativamente um acréscimo de pressões sobre o solo, fazendo com que incidam sobre a massa já confinada, tensões adicionais de compressão. Existirá um nível de ação das pressões sobre a massa de solo comprimida, em que as tensões ultrapassarão o limite de resistência ao cisalhamento, plastificando-se. Se nesse instante o anteparo for imobilizado, as tensões do solo que incidirão sobre ele receberão a denominação de *empuxos passivos*. A partir desse nível de deslocamento, com a plastificação do solo, pequenos acréscimos nos deslocamentos não alterarão o estado passivo na massa de solo. Ver Figura 3.7.

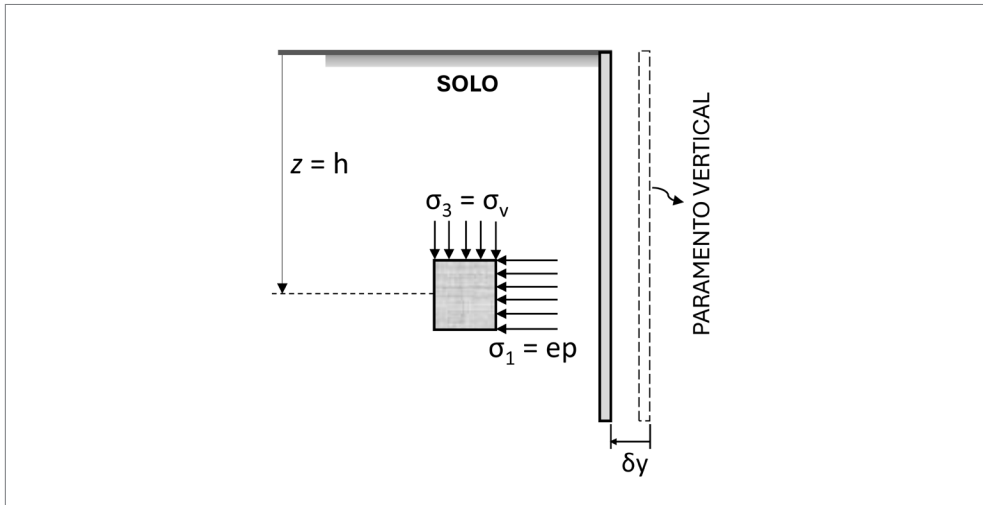


Figura 3.7 Representação de um anteparo submetido ao estado passivo de tensões.

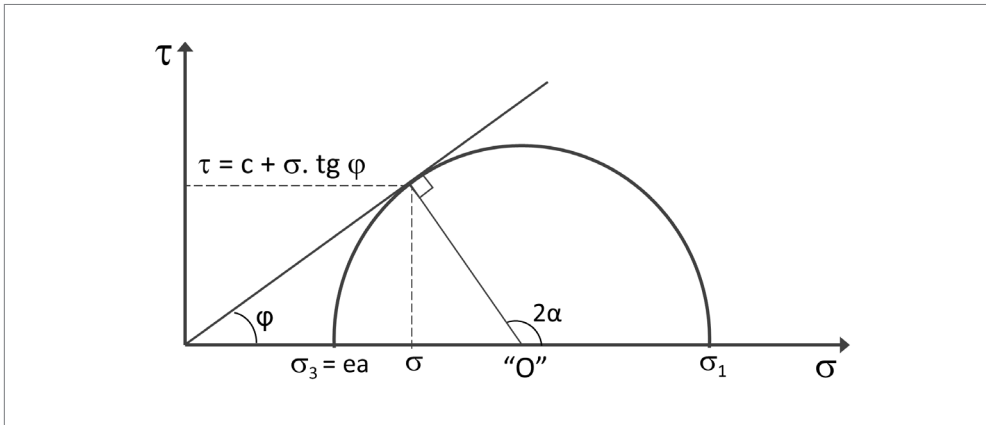
### 3.3 ESTADOS DE PLASTIFICAÇÃO DE RANKINE

Os estados de plastificação ativo e passivo podem ser determinados analiticamente a partir do modelo de ruptura Mohr-Coulomb, assumindo-se como limite de plastificação, a tensão de cisalhamento  $\tau_{lim}$  causada por um estado de *tensões normais*, internas ao solo, que se encontra em equilíbrio em razão da combinação entre  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$  que levou ao limite de plastificação. Para a ruptura por descompressão,  $\sigma_1$  refere-se à tensão vertical que atua na profundidade em análise, sendo  $\sigma_3$ , a *tensão normal* horizontal de equilíbrio que atuará na direção da descompressão, denominada de empuxo ativo. Para a ruptura por compressão,  $\sigma_3$  refere-se à tensão vertical que atua na profundidade em análise, sendo  $\sigma_1$ , a *tensão normal* de equilíbrio que atuará na direção da compressão. Por compatibilidade ao modelo,  $\sigma_1$  será sempre a maior tensão, se considerada a tensão  $\sigma_3$ .

#### 3.3.1 Empuxo ativo em meio contínuo

Para a determinação do valor do empuxo ativo, em correspondência à pressão vertical atuante a uma determinada profundidade, a incógnita do problema é a pressão horizontal mobilizada após a descompressão, denominada de  $\sigma_3$ .

Na formulação do problema, mantendo-se  $\sigma_1$  invariável como um dado do problema,  $\sigma_3$ , a incógnita que se deseja determinar, deverá variar no sentido da descompressão, até que o círculo de Mohr tangencie a reta envoltória de ruptura do solo, como mostra a Figura 3.8.



**Figura 3.8** Círculo de Mohr para estado ativo de tensões em solos predominantemente arenosos.

Assim, pelas relações geométricas estabelecidas pelo círculo da Figura 3.8:

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \text{sen} \varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (3.3.1.1)$$

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_1 \cdot \text{sen} \varphi + \sigma_3 \cdot \text{sen} \varphi \quad (3.3.1.2)$$

$$\sigma_1 (1 - \text{sen} \varphi) = \sigma_3 (1 + \text{sen} \varphi) \quad (3.3.1.3)$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 \frac{(1 - \text{sen} \varphi)}{(1 + \text{sen} \varphi)} = \sigma_1 \cdot \text{tg}^2 (45 - \varphi / 2) \quad (3.3.1.4)$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 \cdot K_a \quad (3.3.1.5)$$

sendo:

$\sigma_3 = ea$  (empuxo ativo);

$\sigma_1 = \sigma'v$  (tensão efetiva);

$K_a$  (coeficiente de empuxo atico) =  $\text{tg}^2 (45^\circ - \varphi / 2)$ .

O ângulo do plano em que ocorre a ruptura do maciço por decompressão pode ser determinado por meio das relações geométricas representadas na sequência:

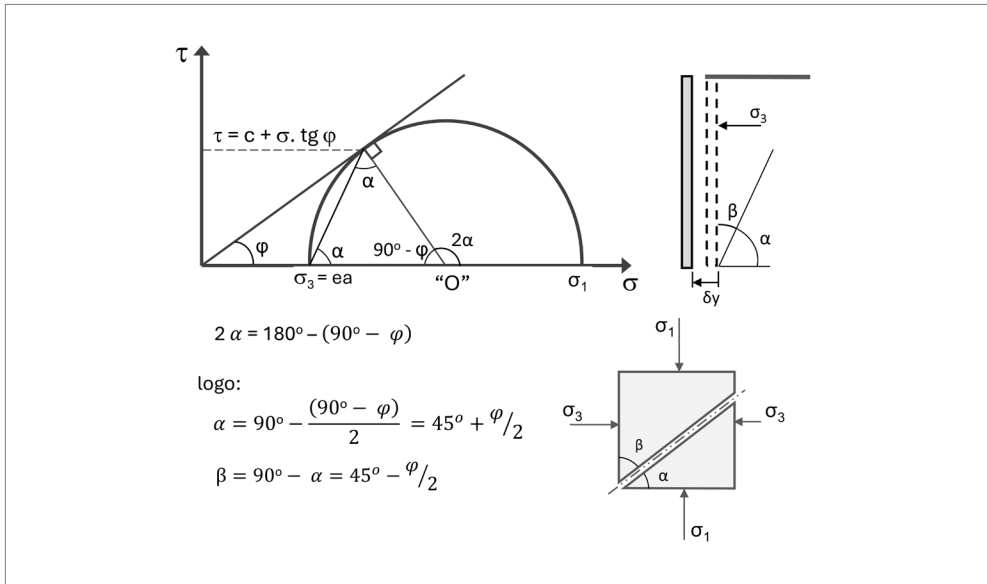


Figura 3.9 Superfície de ruptura limite para estado ativo de tensões.

Em solos coesivos, quanto à reta envoltória de ruptura, esta não intercepta o eixo das tensões de cisalhamento na origem, alegando-se sua defasagem ao efeito da coesão. A formulação estendida pode ser desenvolvida como a seguir:

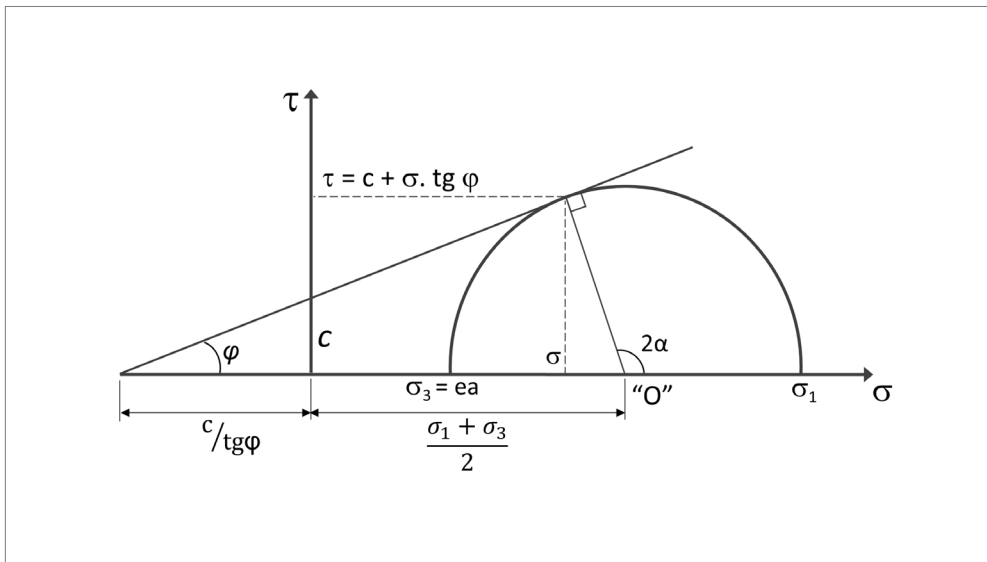


Figura 3.10 Círculo de Mohr para estado ativo de tensões em solos coesivos.

$$\sigma_3 = \sigma_1 \cdot K_a - 2c \cdot (K_a)^{1/2} \quad (3.3.1.6)$$

sendo:

$$\sigma_3 = ea \text{ (empuxo ativo);}$$

$$\sigma_1 = \sigma'v \text{ (tensão efetiva);}$$

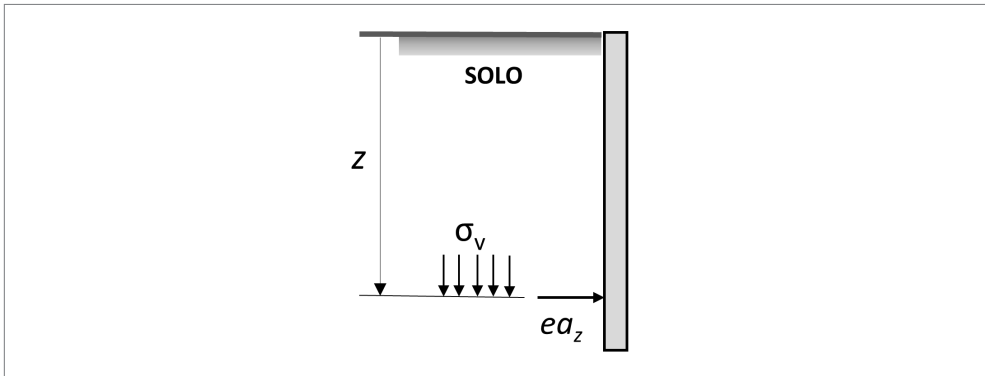
$$Ka \text{ (coeficiente de empuxo ativo)} = \text{tg}^2 (45 - \varphi/2).$$

A equação do empuxo para qualquer profundidade é invariável, desde que o solo seja homogêneo e não ocorra estratificações. Havendo presença do lençol freático, deve-se ter em conta a ação da *pressão neutra*. Assim, a tensão vertical a considerar será sempre a efetiva, podendo-se, desta forma, desconsiderar sua notação algébrica, resultando as equação completas:

$$ea = \sigma v \cdot Ka - 2 c \cdot (Ka)^{1/2} \quad (3.3.1.7)$$

$$\sigma v = \gamma_s \cdot z + SC \quad (3.3.1.8)$$

O diagrama de empuxos é uma equação linear, tendo como variável, a profundidade  $z$ .



### EXEMPLO 3.1

Aplicação do empuxo ativo

Determinar os empuxos ativos que atuam em um paramento vertical com 6,0 m de altura,  $SC = 0,0$ , não tendo sido identificado lençol freático.

Os dados do solo, são:

$$\gamma_s = 18 \text{ kN/m}^3$$

$$\varphi = 20^\circ$$

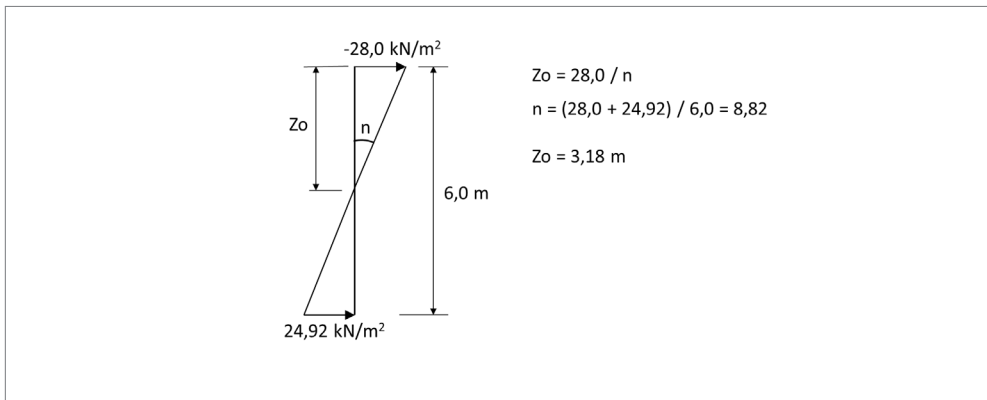
$$C = 20,0 \text{ kN/m}^2$$

$$K_a = \operatorname{tg}^2 (45 - \varphi / 2) = \operatorname{tg}^2 (45 - 20^\circ/2) = 0,49$$

Resolução:

Z (m)	$\sigma_v = \gamma_s \cdot z + SC$ (kN/m <sup>2</sup> )	$K_a$	$ea = \sigma_v \cdot K_a - 2c \cdot (K_a)^{1/2}$ (kN/m <sup>2</sup> )	
0,0	$18,0 \cdot 0,0 + 0,0 = 0,0$	0,490	$0,0 \cdot 0,49 - 2 \cdot 20,0 \cdot 0,49^{1/2} = -28,0$	
6,0	$18,0 \cdot 6,0 + 0,0 = 108,0$	0,490	$108,0 \cdot 0,49 - 2 \cdot 20,0 \cdot 0,49^{1/2} = 24,92$	

Diagrama de empuxos

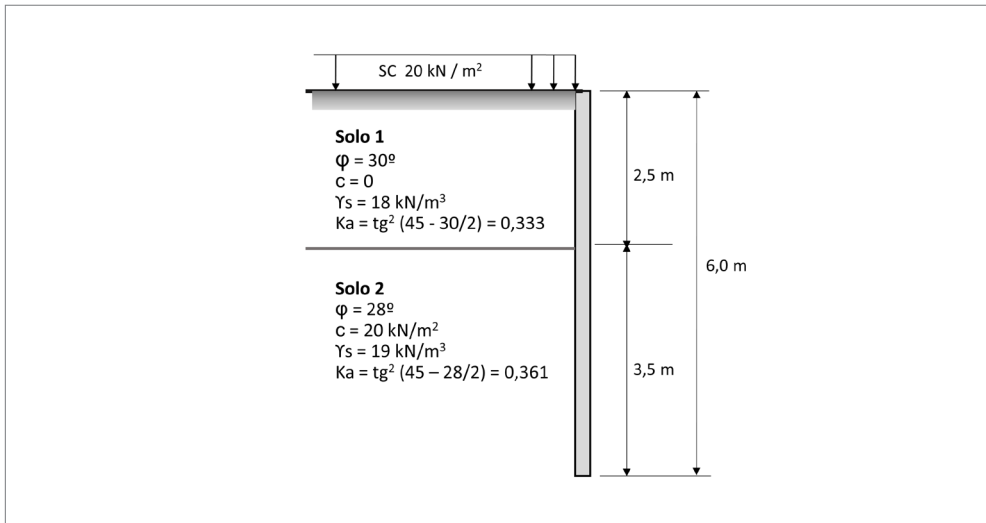


∴ Interpretando o diagrama de empuxos, pode-se considerar que na profundidade  $Z_0$ , o solo não mobiliza empuxos contra o paramento, em virtude da predominância da componente da coesão. Na profundidade  $Z_0$ , os valores negativos dos empuxos indicariam reservas para atuação da carga vertical, no sentido de mobilizar os empuxos ativos.

### EXEMPLO 3.2

Aplicação do empuxo ativo

Determinar os empuxos de terra ao longo da profundidade do paramento vertical a seguir:



Resolução

z (m)	$\sigma_v = \gamma_s \cdot z + SC$ (kN/m <sup>3</sup> )	$K_a$	$ea = \sigma_v \cdot K_a - 2 \cdot c \cdot (K_a)^{1/2}$ (kN/m <sup>2</sup> )	
0,0	$18 \cdot 0,0 + 20,0 = 20,0$	0,333	$20,0 \cdot 0,333 - 2 \cdot 0,0 \cdot 0,333^{1/2} = 6,66$	
2,5	$18 \cdot 2,5 + 20,0 = 65,0$	0,333	$65,0 \cdot 0,333 - 2 \cdot 0,0 \cdot 0,333^{1/2} = 21,64$	
		0,361	$65,0 \cdot 0,361 - 2 \cdot 20 \cdot 0,361^{1/2} = 0,57$	
6,0	$65,0 + 19 \cdot 3,5 = 131,5$	0,361	$131,5 \cdot 0,361 - 2 \cdot 20 \cdot 0,361^{1/2} = 23,44$	23,44 kN/m <sup>2</sup>

### 3.3.2 Empuxo passivo em meio contínuo

Para a determinação do valor do empuxo passivo, a incógnita do problema passa a ser a pressão horizontal mobilizada, denominada agora de  $\sigma_1$ , por ser a maior pressão normal mobilizada.

Na formulação do problema, mantendo-se  $\sigma_3$  invariável, por tratar-se da pressão vertical, a incógnita que se deseja determinar, a compressão horizontal no solo, deverá variar até que o círculo de Mohr tangencie a reta envoltória de ruptura. Ver Figura 3.11.

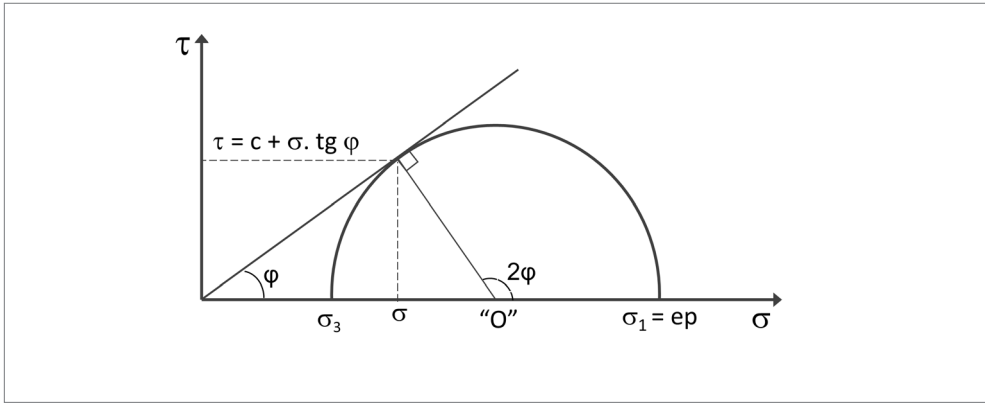


Figura 3.11 Círculo de Mohr para estado passivo de tensões para solos predominantemente arenosos.

$$\text{de}(3.2-1) \quad \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \text{sen} \varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$\text{de}(3.2-2) \quad \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_1 \cdot \text{sen} \varphi + \sigma_3 \cdot \text{sen} \varphi$$

$$\text{de}(3.2-3) \quad \sigma_1 (1 - \text{sen} \varphi) = \sigma_3 (1 + \text{sen} \varphi)$$

$$\sigma_1 = \sigma_3 \frac{(1 + \text{sen} \varphi)}{(1 - \text{sen} \varphi)} = \sigma_1 \cdot \text{tg}^2 \left( \frac{45 + \varphi}{2} \right) \quad (3.3.2.1)$$

$$\sigma_1 = \sigma_3 \cdot K_p \quad (3.3.2.2)$$

sendo:

$\sigma_1 = ep$  (empuxo passivo);

$\sigma_1 = \sigma^v$  (tensão efetiva);

$K_p$  (coeficiente de empuxo passivo) =  $\text{tg}^2 (45 + \varphi / 2)$ ;

$K_p = 1 / K_a$ .



### EXEMPLO 3.3

Aplicação do empuxo passivo

Determinar os empuxos passivos que atuam em um paramento vertical, contínuo na largura, com 4,0 m de altura,  $SC = 0$ ; não tendo sido identificado lençol freático.

Os dados do solo, são:

$$\gamma_{s, \text{nat}} = 18 \text{ kN/m}^3$$

$$\Phi = 20^\circ$$

$$C = 20,0 \text{ kN/m}^2$$

Resolução

$$K_p = \text{tg}^2 (45 + \varphi/2) = \text{tg}^2 (45 + 20^\circ / 2) = 2,04$$

z (m)	$\sigma_v = \gamma_s \cdot z + SC$ (kN/m <sup>2</sup> )	$K_p$	$ep = \sigma_v \cdot K_p + 2c \cdot K_p^{1/2}$ (kN/m <sup>2</sup> )	
0,0	$18 \cdot 0,0 + 0,0 = 0,0$	2,04	$0,0 \cdot 2,04 + 2 \cdot 20 \cdot 2,04^{1/2} = 57,13$	
4,0	$18 \cdot 4,0 + 0,0 = 72,0$	2,04	$72,0 \cdot 2,04 + 2 \cdot 20 \cdot 2,04^{1/2} = 204,01$	

### 3.3.3 Empuxo passivo em estacas isoladas carregadas lateralmente

As estacas isoladas carregadas lateralmente apresentam o comportamento de um pilar em balanço confinado pelo solo, tendo como característica principal de comportamento, inversões na linha elástica, mobilizando reações no solo, mediante deformações, nas duas faces, em compatibilidade ao sentido das deformações. Como consequência, a distribuição das tensões no solo é contínua, mas não uniforme. Ocorre, ainda, que a estaca, quando embutida no solo, ao se deformar, na face oposta ao deslocamento, forma-se um semianel perimetral de compressão, um arco de confinamento, como resultado do comportamento axissimétrico característico, fazendo com que na face de descompressão, ocorra o descolamento do solo. Ver Figura 6.13. Como consequência, especialmente, em estacas de pequeno diâmetro, na face de descompressão, não se desenvolvem empuxos ativos.

Para fins de projeto, utilizando-se de determinados métodos de cálculo, como o MEF, interessa, em especial, saber o valor das pressões passivas mobilizadas pelo lado comprimido, em profundidades  $z$  variadas, intermediárias à altura da estaca.

No entanto, o deslocamento da estaca provoca reações horizontais no solo na face frontal da seção, gerando *tensões normais* à face e de cisalhamento nas laterais. Há assim uma tendência de ruptura à compressão do solo frontal à estaca mediante a formação de um bulbo horizontal de tensões, cujos limites são as tensões passivas.

No bulbo horizontal de tensões, na ruptura, estabelece-se uma superfície de ruptura decorrente da mobilização de empuxos passivos no solo, cuja largura é variável ao longo da profundidade de sua mobilização. Pode-se supor que na ruptura, ortogonalmente a essa superfície, desenvolvem-se tensões de cisalhamento de equilíbrio da massa de solo, similares às que ocorrem na mobilização dos empuxos passivos, como definido em 3.3.2. Para fins práticos, pode-se admitir que a superfície crítica de ruptura ocorra a uma distância média da face da estaca, variando ao longo de toda sua profundidade e que nessa distância média, as tensões de compressão se propaguem horizontalmente, espalhando-se em forma de um bulbo, como mostra a Figura 3.13, até atingir a largura crítica de ruptura:  $b_p = b_o + 2 \cdot (b'/2)$ .

$\therefore t_o$  como definido na Tabela 5.2.

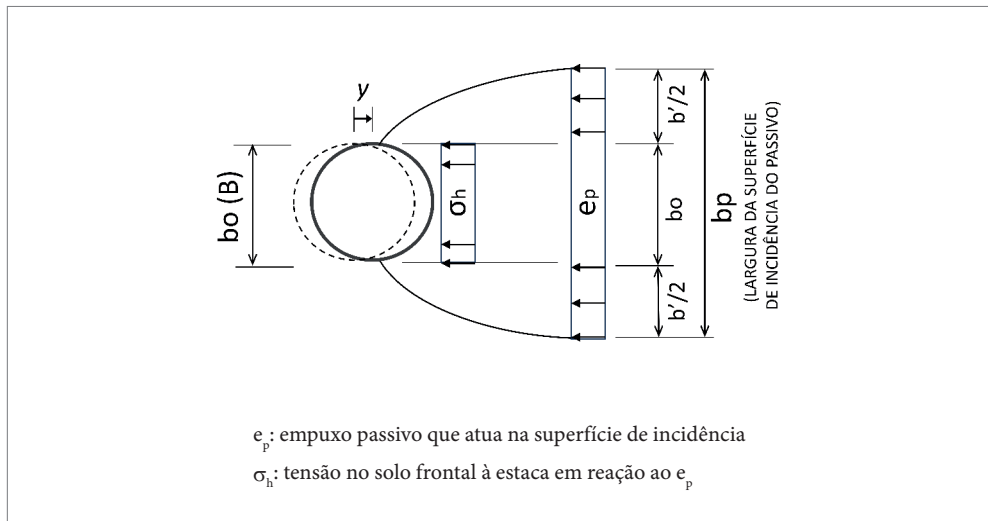


Figura 3.13 Largura de incidência de empuxos passivos em estaqueamento descontínuo.

A questão que se coloca traz como especificidade nas análises, a variação não linear das deformações da linha elástica da estaca, o que distorce os conceitos de mobilização dos empuxos passivos, que supõe um deslocamento uniforme.

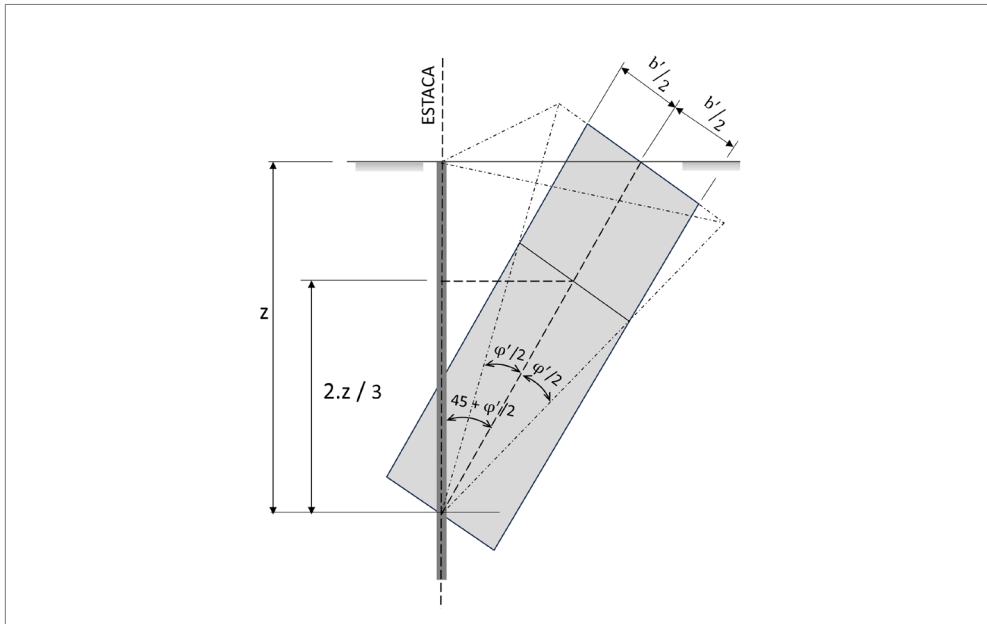
Teoricamente, o empuxo passivo em meio contínuo calculado em uma determinada profundidade  $z$ , representa a resultante das tensões desenvolvidas pelo deslocamento na horizontal e na vertical de uma cunha de ruptura, em seu equilíbrio limite, que tem origem na referida profundidade  $z$ . No caso de uma estaca isolada, o problema ganha ainda maior complexidade, pelo fato do modelo referir-se a uma cunha de solo deslocado com o formato de um prisma. Ainda, há que se levar em conta as influências dos parâmetros  $\varphi$  - ângulo de atrito interno do solo e da coesão  $c$ , que atuam de forma independente.

Para a questão que se coloca, propõe-se para a determinação do empuxo passivo em estacas isoladas, admitir-se uma largura de mobilização dos empuxos, variável com a profundidade, a partir da qual será determinado o valor da pressão passiva, por Rankine. Com certa aproximação, o deslocamento imposto da estaca contra o solo pode ser admitido como horizontal e constante, na profundidade  $z$ . Weissenbach *et al* (2003) apresenta uma proposta para determinar o valor dos empuxos passivos em estacas isoladas, assumindo um modelo que considera larguras de incidência independentes para a ação do ângulo de atrito interno do solo  $\varphi$  e da coesão  $c$ , a partir das quais se determinam as respectivas componentes que compõe o empuxo passivo. Detalhes do critério e sua aplicação pode ser visto em Gerscovich *et al.* (2019).

No presente trabalho, como proposta para a definição da cunha prismática, será admitido que a largura de mobilização dos empuxos passivos seja única para as duas componentes que compõe o empuxo passivo, seja para o atrito interno do solo  $\varphi$ , como para a coesão  $c$ . Assim, admite-se que a resultante das pressões horizontais que compõe o empuxo passivo decorre unicamente de uma cunha prismática de equilíbrio estático, formada a partir da profundidade de referência  $z$ , na qual se deseja determinar seu valor.

Supõe-se que na mobilização lateral do solo desenvolvem-se planos de ruptura com origem na profundidade  $z$ , em que se deseja determinar o empuxo, com inclinação em relação à vertical, formando um ângulo  $\varphi' / 2$ . A largura de propagação e mobilização dos empuxos, como mostra a Figura 3.14, segue um desenvolvimento linear ao longo da altura.

Para resolução do problema, a formulação tem como base o valor das pressões passivas a cada profundidade  $z$ , calculada por Rankine, assumindo-se como profundidade limite, para validade da proposta, o valor de  $t_0$  obtido na Tabela 5.1. Assim,  $t_0$  indica o valor de um trecho da estaca em que, nessa profundidade, ocorrem deslocamentos significativos médios, quando carregada lateralmente. Esse critério, mesmo diante das aproximações na estimativa de  $t_0$ , leva a resultados coerentes, considerada a prática dos projetos.



**Figura 3.14** Largura de incidência da atuação de empuxos passivos em estacas isoladas.

Para a definição da largura  $b'$ , segundo a Figura 3.14, admitiu-se, dentre as inúmeras simplificações que envolve a questão, que o centro de gravidade CG da cunha prismática ocorre a  $2/3$  da profundidade  $z$ ; a largura de referência da mobilização do empuxo passivo ocorre na altura do CG do prisma, considerada a  $2/3$  da profundidade  $z$ ; a superfície lateral ao prisma é plana; a largura de referência  $b'$ , assim determinada, será adotada constante, como média ao longo da profundidade  $z$ .

De acordo com a Figura 3.14, tem-se para a largura  $b'$ :

$$b' = 2 \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot z \cdot \operatorname{tg} \frac{\varphi'}{2} \right) \quad (3.3.3.1)$$

Por aproximação numérica, considerando que para os solos usuais,  $\varphi'$  está entre  $20^\circ$  e  $35^\circ$ , e que neste intervalo,  $\operatorname{tg} \varphi' \cong 2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\varphi'}{2}$ , assume-se o seguinte valor para expressão (3.3.3.1):

$$\rightarrow b' = 0,65 \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot z \quad (3.3.3.2)$$

A expressão para determinação da reação linear do empuxo tem valor variável segundo a profundidade  $z$  e pode ser representada como proposto a seguir:

$$q_{p,z} = (\gamma_s \cdot K_p \cdot z + 2 \cdot c \cdot \sqrt{K_p}) \cdot (b_0 + b') \text{ "kN / m" } \quad (3.3.3.3)$$

sendo:

$K_p$ : coeficiente dos empuxos passivos;

$\gamma_s$ : peso específico do solo;

$c$ : coesão.

Considerações para aplicação do critério:

→  $z \leq t_0$ . Considerar para  $t_0$  o significado e valores obtidos pela Tabela 5.2.

Para profundidades  $z$  maiores que  $t_0$ , manter o valor  $b'$ , determinado com  $z = t_0$ , constante.

→ Em caso de várias estacas espaçadas, limitar  $(b_0 + b')$  ao espaçamento das estacas  $d_E$ .

Ver aplicação numérica: Exemplo 6.6

### 3.3.4 Empuxos passivos em paramentos verticais descontínuos

No caso de empuxos passivos resultantes de paramentos verticais descontínuos, usualmente formado por estacas isoladas e espaçadas, propõe-se estabelecer uma largura de mobilização dos empuxos passivos em semelhança ao comportamento de uma estaca isolada. No entanto, há questões que consideram a sobreposição das larguras de mobilização de cada estaca.

Como procedimento para determinação do  $E_{p,z}(q_{p,z})$  sugere-se a seguinte rotina de cálculo:

- determinar, inicialmente,  $b'$  e verificar se  $b_0 + b'$  não excede a distância entre eixos das estacas. Caso ocorrer, substituir seu valor por esta distância.
- calcular, na sequência, o empuxo passivo total  $E_{p,z}$  para um elemento de contenção isolado, considerando a largura  $b_0 + b'$ .
- calcular, por fim, a resultante dos empuxos passivos  $E_{pcont}$ , para o escoramento considerado contínuo, na largura correspondente à distância entre o eixo de duas estaca  $d_E$ .