

## CAPÍTULO 2

# Propagação das tensões no solo

Para os solos, o conceito de tensão interna é similar ao utilizado na análise estrutural de sólidos, podendo ser interpretado como um caso particular. Os sólidos são compostos por partículas que apresentam, entre si, forças de ligação, decorrentes de sua composição atômica ou molecular, como no caso de metais, materiais cerâmicos ou mesmo, minerais, ou do efeito da cementação entre grãos minerais, como no caso das rochas, que de certa forma, são responsáveis pelas ligações de aglutinamento entre partículas. Este aglutinamento é responsável pela manutenção da condição de estado rígido da massa de um corpo sólido, mesmo que em processo de ruína, possibilitando o desenvolvimento de *tensões normais* e de cisalhamento em um plano qualquer do elemento sólido. Diferenciam-se os solos, deste contexto de análise, por não resistirem a forças de tração impostas por ações externas, ou pelo menos, em intensidade suficiente para a manutenção da condição de estado rígido diante das solicitações que levariam a massa do solo à ruptura. No entanto, mesmo na ausência de uma estrutura interna resistente, quando confinado, o solo apresenta um comportamento semelhante ao de um sólido, diferenciando-se pelo fato de que as tensões de equilíbrio não são internas, mas externas, as quais são impostas pela condição de confinamento. Valida-se, assim, nas análises dos efeitos da aplicação de carregamentos externos ou internos a uma massa de solo, a teoria da elasticidade. No entanto, *é importante ressaltar* que a aplicação da teoria da elasticidade aos solos limita-se a determinadas envoltórias limites. O principal condicionante para validar a teoria é

que, para os solos, o meio deverá estar confinado, sem o que, ao se desenvolver tensões de tração, não haverá reação, ou ao menos, esta não será suficiente para resistir a este efeito, o que causará descolamento entre as partículas. Esse efeito, em parte, é minimizado em solos argilosos, em razão da presença da coesão.

Além disso, nos solos, a necessária proporcionalidade entre tensões e deformações só se estabelece para níveis baixos de sollicitação, a partir do qual, estabelece-se um estado plástico. Especialmente quando há flutuação das tensões, na maioria dos casos, os solos apresentam baixa restituição volumétrica e pouca recuperação elástica, o que altera os modelos teóricos de análise a cada ciclo de recarregamento. Deverá assim, para uma correspondência com a teoria da elasticidade, haver uma tensão confinante pré-existente para absorver a descompressão decorrente da propagação e espraiamento das tensões internas no meio solo. Ainda, deve-se considerar que para aplicação da teoria da elasticidade, de forma prática, a massa de solo deveria ser homogênea. Não o sendo, para solos não homogêneos, dentro dos limites físicos de análise e havendo estratificações, é necessário recorrer a análises numéricas complexas, por exemplo, o método dos elementos finitos (MEF). Para as análises que envolvem problemas específicos e com limites de estudo bem definidos, a resolução por meio da teoria da elasticidade ainda é uma prática utilizada.

A denominação de “tensão” para qualquer meio material refere-se à ação de uma força por unidade métrica de área. Como o solo é um meio semi-infinito, para qualquer carregamento aplicado em sua superfície, por exemplo, por meio de uma placa, seja qual for a sua dimensão, haverá o espraiamento das tensões internas nos três eixos principais  $z$ ,  $x$  e  $y$ . Na condição de estabilidade da massa do solo, o confinamento equilibrará as reações aos deslocamentos do solo diante do espraiamento, até os limites em que se estabelecem tensões de tração. Essa tensão interna, de confinamento, denomina-se de estado de repouso. Assim, se tomarmos uma partícula em uma massa de solo em repouso, haverá sempre uma tensão no eixo vertical  $z$ , equilibrada por duas componentes horizontais, paralelas aos eixos  $x$  e  $y$ , como mostra a Figura 2.1.

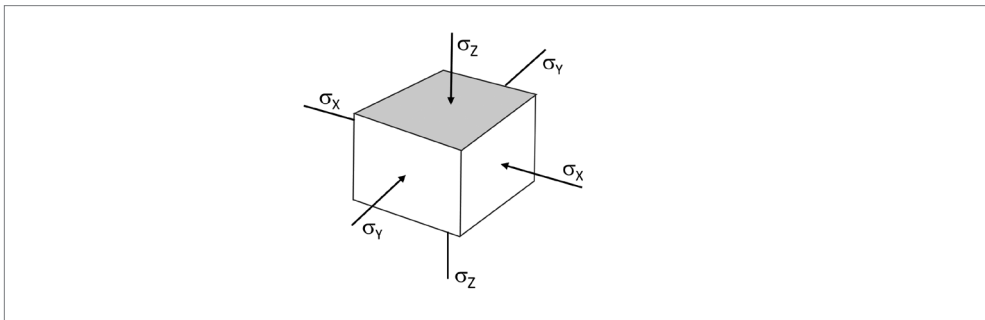
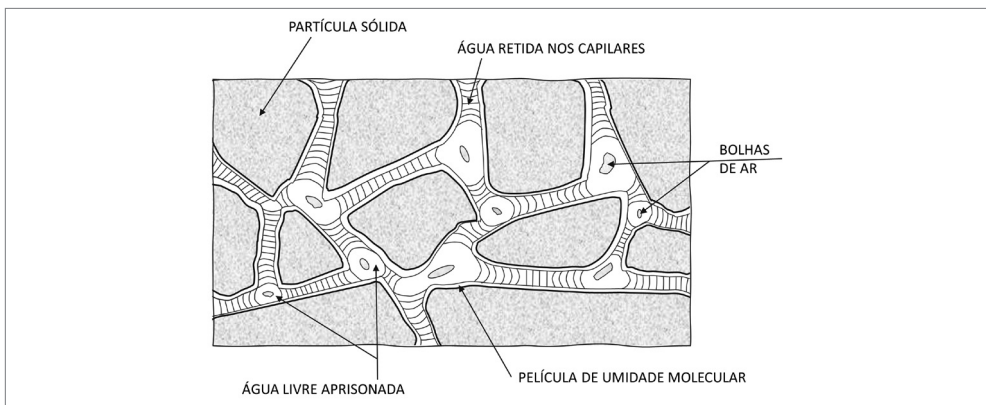


Figura 2.1 Tensões atuantes em um elemento solo.

Estando a massa do solo confinada, homogênea e isotrópica, e submetida unicamente ao próprio peso, com a superfície do terreno horizontal, essa massa de solo se encontrará em equilíbrio estático, ou seja, os esforços e deslocamentos se anulam em qualquer ponto situado no campo de análise e, particularmente, as tensões de cisalhamento nos planos referenciais  $x$ ,  $y$  e  $z$  se anulam.

Assim, evidencia-se, para que essa condição seja verdadeira, que internamente à massa de solo, desenvolvam-se tensões horizontais em equilíbrio com o estado de deformações formado, denominadas tensões de confinamento, as quais representam o estado de repouso do solo.

O meio solo é constituído de três fases: sólida, líquida e gasosa, como mostra a Figura 2.2. A fase sólida corresponde às partículas minerais que constituem o solo, apresentando volumetria, forma e vazios entre si. Os vazios são preenchidos pela fase líquida, que constitui a água contida, e pela fase gasosa, formada pelos gases que compõe a atmosfera.



**Figura 2.2** Fases de uma massa de solo.

Fonte: adaptada de Francis (1980).

A água contida em uma porção de solo pode preencher parcialmente ou plenamente seus vazios. Quando plenamente, define-se o solo como saturado; e, quando parcialmente, a água representa um teor de umidade. Assim, as várias fases em que pode se encontrar a água no meio solo, são descritas a seguir:

- *higroscópica*: película de umidade molecular. Não interfere significativamente com o teor de umidade da massa de solo, podendo ser desconsiderada.
- *adesiva*: película retida nos poros por forças eletrostáticas de atração entre as moléculas de água e os grãos minerais, que envolvem a massa de solo, responsáveis pela ascensão capilar e forças resistivas à percolação, denominadas de forças de adesão.

- *capilar*: água retida que preenche os capilares, podendo ocorrer, ou não, seu deslocamento. Para que se estabeleça um fluxo de percolação, deverá ocorrer pressão hidrostática que vença as forças de adesão nos capilares.
- *livre*: água não retida pelas forças capilares, encontra-se em estado de livre escoamento, sem resistência ao deslocamento, movida pelas forças gravitacionais, como no caso de um meio formado por cascalho.

Uma massa de solo pode encontrar-se nos estados: *seca*, que não é usual e pode ser obtida por processos de secagem em laboratório; *saturada*, quando os vazios estão plenamente preenchidos; ou na forma de *umidade natural*, assim encontrada na natureza, estado intermediário de umidade entre os dois anteriores.

Para cada uma dessas situações, define-se para o solo um peso específico: *natural*, diante da umidade natural; *seco* ou *saturado*. Seu peso específico  $\gamma_s$ , pode se referir aos três estados de teor de saturação.

Assim, o peso específico do solo  $\gamma_s$ , corresponde a um valor de força por unidade métrica cúbica, que envolve o peso da massa que representa as partículas sólidas e o peso da água contida em seus vazios. Quando denominado de  $\gamma_{nat}$ , representa o peso específico na forma em que se encontra na natureza, sem controle sobre a umidade.

Quando o solo estiver saturado, mas em estado de repouso, a água contida nos poros não causa poropressão, sendo este estado de tensão denominado de *pressão neutra*. Havendo percolação induzida por uma diferença de potencial hidráulico ou poropressão causada por alteração na matriz estrutural do solo, o estado de *pressão neutra* de repouso do solo sofre variações, podendo ocorrer alterações por poropressões, tanto negativas como positivas, no interior da massa de solo.

O peso específico dos solos pode ser obtido em laboratório, por ensaio próprio, que relaciona o peso de uma amostra de solo relativamente ao seu volume envoltório. A seguir, seguem duas tabelas indicativas de prováveis pesos específicos de vários solos *in situ*, quando relacionados ao índice de resistência à penetração  $N_{SPT}$ .

**Tabela 2.1** Valores prováveis do peso específico para solos coesivos

Argila / Argila pouco arenosa	$N_{SPT}$	Peso específico (kN/m <sup>3</sup> )	
		$\gamma_{natural}$	$\gamma_{saturado}$
Muito mole	$\leq 2$	15	16
Mole	3 a 5	16	18
Média	6 a 10	18	19
Rija	11 a 19	19	19
Dura	$\geq 20$	20	20

**Tabela 2.1** Valores prováveis do peso específico para solos coesivos

Argila / Argila pouco arenosa	N <sub>SPT</sub>	Peso específico (kN/m <sup>3</sup> )	
		$\gamma_{\text{natural}}$	$\gamma_{\text{saturado}}$
Argila porosa média	8	16	18
Argila orgânica arenosa	1 a 2	15	15
Turfa	≤ 1	12	12

**Tabela 2.2** Valores prováveis do peso específico para solos arenosos

Areia / Areia pouco argilosa	N <sub>SPT</sub>	Peso específico (kN/m <sup>3</sup> )		
		$\gamma_{\text{seco}}$	$\gamma_{\text{natural}}$	$\gamma_{\text{saturado}}$
Fofa	≤ 5	15	17	18
Pouco compacta	5 a 8	16	18	19
Med. compacta	9 a 18	17	19	20
Compacta	19 a 40	18	20	21
Muito compacta	≥ 40	18	20	21
Areia siltosa fofa	≤ 5	16	18	19
Areia siltosa med. compacta	9 a 18	19	20	21

Neste trabalho, adota-se a seguinte convenção para a nomenclatura do peso específico:

- $\gamma_{\text{seco}}$  – seco;
- $\gamma_s$ ;  $\gamma_{\text{nat}}$  – em umidade natural;
- $\gamma_{\text{sat}}$  – saturado.

## 2.1 COMPONENTE VERTICAL DAS TENSÕES NO SOLO

O solo se encontra permanentemente submetido a uma pressão vertical  $P_z$ , que corresponde ao seu peso próprio por unidade de área em que atua. Quando a massa do solo é homogênea, em situação de isotropia, sob superfície horizontal do terreno, essa será a componente de tensão vertical a que o solo estará submetido, em determinada profundidade específica. Havendo, no entanto, irregularidades no relevo, cargas acidentais aplicadas na superfície, anisotropia, não homogeneidade das massas de solo, a cada profundidade, haverá um equilíbrio específico para o arranjo das tensões que atuam nas três direções. Como fatores de desequilíbrio ao estado de tensões, pode-se citar alguns exemplos, como a variação altimétrica do relevo (vertentes), estratificações não horizontais, variações térmicas, tensões induzidas por carregamentos parciais na superfície, entre outros.

Em geral, as tensões internas no solo decorrem da transmissão de componentes de força por meio do contato entre as arestas das partículas do solo, transmitidas de grão a grão, podendo resultar em arranjos variados por acomodação das pressões verticais, que causam compressibilidade também variadas à massa de solo. Desse modo, é essencial que haja compatibilidade no arranjo das tensões, quanto ao equilíbrio, considerando tanto as componentes de confinamento vertical e horizontal como as tensões de cisalhamento.

### Pressão vertical no solo

Em solos depositados em estratos horizontais contínuos, em um meio homogêneo e isótropo, sem interferência de efeitos desestabilizadores do equilíbrio natural de tensões, a componente de tensão vertical resulta exclusivamente da pressão exercida pelo peso próprio do solo e eventuais cargas acidentais, que sejam constantes e contínuas na superfície. Horizontalmente, as tensões de confinamento atuam para manter esse equilíbrio. Ver tensões de repouso na seção 2.2.

Em situação de repouso, ou seja, atuando no elemento solo unicamente os efeitos da pressão exercida pelo peso da massa de solo e cargas acidentais distribuídas, tem-se que a tensão total  $\sigma_v$ , atuante em um elemento solo, considerada a uma profundidade  $H_s$ , decorrente do efeito gravitacional da massa de solo, atuando nessa profundidade, será:

$$\sigma_v = \gamma_{\text{nat}} \cdot H_s \quad (2.1.1)$$

sendo:

$\gamma_{\text{nat}}$ : peso específico natural do solo.

### Efeito da água contida nos poros

Como resultado da presença de água contida nos vazios do solo, há três situações distintas para se analisar:

1. Tensão total ( $\sigma_v$ ): a água contida no solo não preenche plenamente seus vazios, correspondendo às águas higroscópicas e adesivas, retidas por capilaridade, referindo-se à umidade capilar. Nesse caso, a tensão interna corresponde ao peso da massa de solo e da água contida em seus vazios, como em (2.1.1).
2. Tensão efetiva ( $\sigma_v'$ ) [solo em repouso]: refere-se ao solo saturado, em que a água contida no solo preenche plenamente os vazios. Nesse caso, a água presente no meio solo, em sua continuidade, encontra reação no meio externo. Interna-

mente à estrutura do solo, as componentes das pressões hidrostáticas encontram-se em equilíbrio, não contribuindo assim na formação da componente  $Pz$ . Por outro lado, a água atua como *pressão neutra*, ou seja, como alívio das pressões de contato entre as partículas do solo, reduzindo a tensão vertical interna em proporção à pressão hidrostática exercida. No entanto, em um plano externo vinculado, que não pertença à massa de solo, serão computadas as componentes  $Pz$  correspondentes à massa do solo e da água contida em seus vazios.

3. Tensão efetiva ( $\sigma_v'$ ) [solo sob poropressão]: a água contida no solo pode se encontrar sob pressão negativa ou positiva. Na ausência de drenagem, ou no caso de atuarem carregamentos rápidos em solos pouco permeáveis, desenvolve-se poropressão. Nesse caso, ocorre alteração na pressão de contato entre os grãos, em proporção à variação da pressão interna a que os poros estão submetidos. As causas podem ser internas, por exemplo, devido à variação térmica ou contração da massa de solo, com conseqüente redução do índice de vazios, efeito transitório, que tende ao alívio mediante drenagem. Se externas, como a existência de diferença de potencial hidráulico, a poropressão decorre das forças de resistência à percolação.

Distingue-se, assim, como definição do estado de tensão efetiva do solo ( $\sigma_v'$ ), a conceituação que tem como base, a tensão atuante em um elemento de solo, considerada a uma profundidade  $Hs$ , decorrente do efeito gravitacional da massa de solo atuando nessa profundidade, sob ação do efeito da água em repouso contida na massa de solo. A tensão efetiva  $\sigma_v'$  pode ser determinada segundo a expressão (2.1.2)

$$\sigma_v' = (Y_{\text{sat}} - Y_w) \cdot Hs = Y_{\text{sat}} \cdot Hs - u \quad (2.1.2)$$

sendo:

$Y_s$  = peso específico natural do solo;

$Y_{\text{sat}}$  = peso específico do solo quando saturado;

$Y_w$  = peso específico da água;

$u$  = pressão hidrostática interna =  $Y_w \cdot Hs$

No esquema da Figura 2.3, pode-se verificar a composição do diagrama de variação da tensão efetiva  $\sigma_v'$  ao longo da profundidade  $Hs$ , para estado hidrostático de pressão.

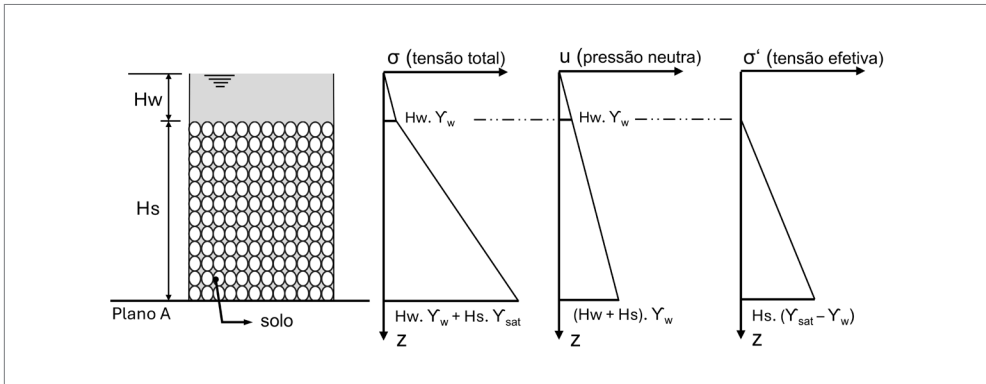


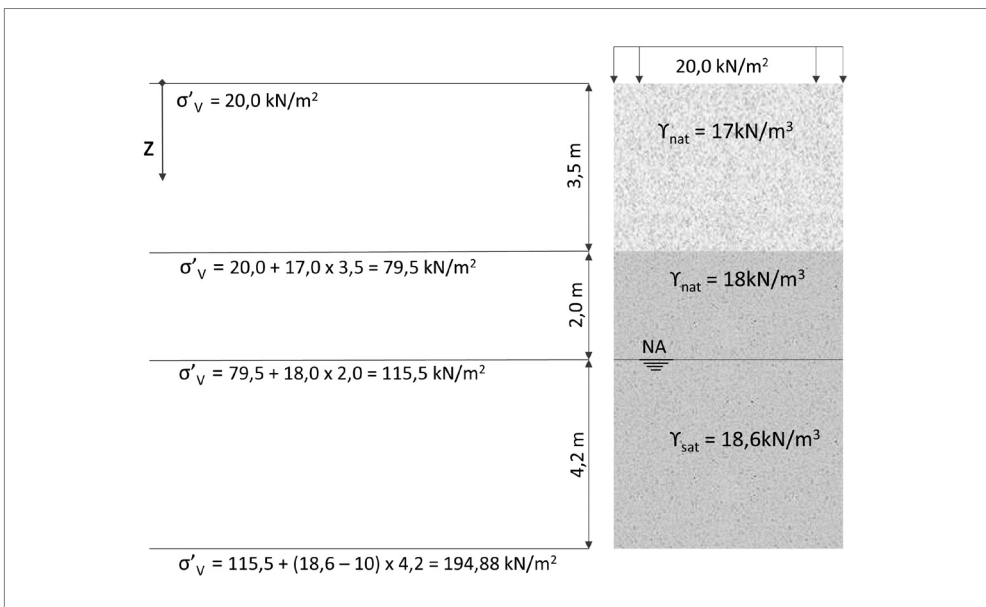
Figura 2.3 Variação da pressão efetiva em uma massa de solo.

Verifica-se, no *Plano A*, que, sendo este um vínculo externo ao sistema solo, a tensão atuante nesse plano será a tensão total  $\sigma_v$ .

## EXEMPLO 2.1

Tensão efetiva no solo

Determinar as tensões efetivas em uma massa de solo ao longo das profundidades indicadas no esquema a seguir representado:



sendo:

$$\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$$

## 2.2 TENSÕES DE CONFINAMENTO

Pela resistência dos materiais, em um elemento sólido, uma vez mobilizada uma deformação principal, ortogonalmente ao plano da sollicitação, desenvolvem-se deformações de compatibilidade em proporção à deformação principal, cuja proporcionalidade é dada pelo coeficiente de Poisson  $\nu$ .

$$\varepsilon_y = \varepsilon_x = \nu \cdot \varepsilon_{z,o} \quad (2.2.1)$$

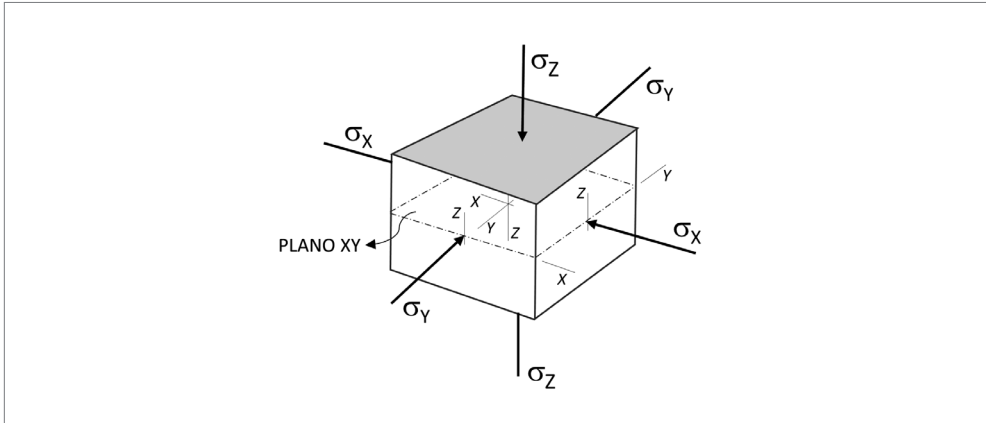
sendo:

- $\varepsilon_{z,o}$ : deformação específica decorrente da atuação das tensões verticais  $\sigma_z$ , no elemento solo.

Tratando-se de uma massa de solo pertencente a um meio semi-infinito, para um carregamento superficial infinito, seja qual for o plano ortogonal ao plano principal horizontal da sollicitação, este estará confinado. Isso significa que, considerando que o sistema se encontra em estado de repouso, as deformações horizontais se anulam. Haverá, assim, uma tensão horizontal de compatibilidade, de modo a equilibrar e anular as deformações horizontais.

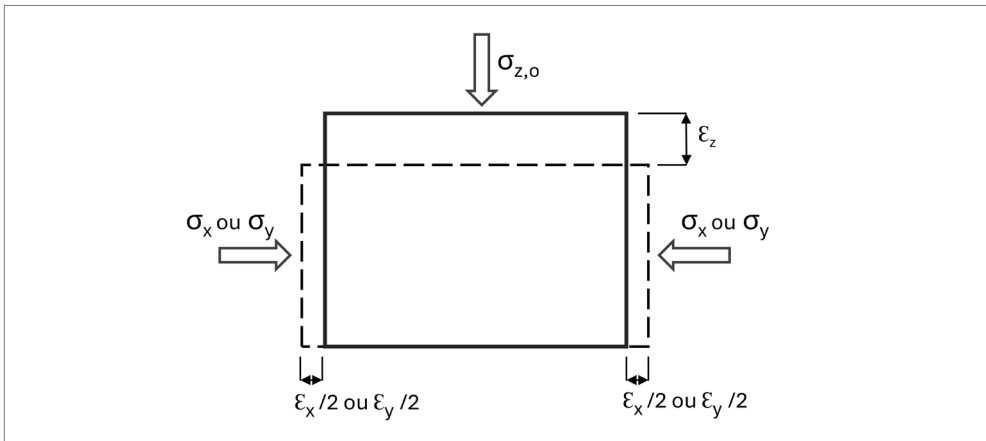
Tendo em conta as constantes elásticas do solo, o módulo de elasticidade  $E_s$  e o coeficiente de Poisson  $\nu$ , o equilíbrio tensão-deformação que formula o problema tem solução a partir da teoria da elasticidade.

Retomando ao elemento solo tridimensional da Figura 2.1, com as faces alinhadas aos eixos X, Y e Z, submetido às tensões  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ , como representado na Figura 2.4:



**Figura 2.4** Tensões internas atuantes em um elemento solo.

A partir da teoria da elasticidade, têm-se que as tensões  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ , que atuam nos planos  $ZY$  e  $ZX$ , respectivamente, ortogonais ao plano principal horizontal  $XY$ , que contém o eixo de carregamento  $Z$ , serão tensões de compatibilidade, ou de confinamento, que anulam as deformações induzidas nos eixos  $X$  e  $Y$ . Considerando um meio homogêneo e isótropo, em repouso, as tensões que atuarão nas direções  $X$  e  $Y$  deverão ser iguais, como mostra a Figura 2.5.



**Figura 2.5** Propagação das deformações e equilíbrio entre as tensões correspondentes, em uma massa de solo em repouso.

Assim:

$$\sigma_x = \sigma_y$$

(2.2.2)

Além disso, de acordo com o conceito de repouso do solo, as tensões de confinamento representam um estado de tensão gerado para que as deformações nos eixos  $X$  e  $Y$ , ortogonais ao principal  $Z$ , sejam nulas.

Dessa forma:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0 \quad (2.2.3)$$

Considerando o efeito de Poisson  $\nu$ , é válida a igualdade:

$$\varepsilon_z = \varepsilon_{z,0} - \nu(\varepsilon_y + \varepsilon_x) \quad (2.2.4)$$

É válida também:

$$\varepsilon_y - \nu(\varepsilon_{z,0} + \varepsilon_x) = 0 \quad (2.2.5)$$

De (2.2.3) em (2.2.5), tem-se:

$$(1 - \nu) \cdot \varepsilon_y = \nu \varepsilon_{z,0} \quad (2.2.6)$$

O que resulta, para ambas as direções,  $X$  e  $Y$ :

$$K_0 = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_{z,0}} = \frac{\nu}{(1-\nu)} \quad (2.2.7)$$

sendo:

- $K_0$  – coeficiente de repouso do solo.

$K_0$  representa o coeficiente de proporcionalidade entre as tensões horizontais de confinamento, ou de repouso, que atuam segundo os eixos  $X$  e  $Y$ , com as verticais solicitantes, que atuam segundo o eixo  $Z$ . Do produto entre  $K_0$  e as tensões verticais  $\sigma_z$ , obtém-se as tensões confinantes  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ , a cada profundidade do eixo  $Z$ , também denominadas de empuxo de repouso  $e_0$ .

O coeficiente de Poisson  $\nu$  pode ser obtido em ensaio *triaxial*, corrigido de forma interativa, com auxílio de formulações da teoria da elasticidade. Para obtenção do valor do peso específico dos solos para análise em estudos preliminares, sugere-se o

uso dos parâmetros apresentados na Tabela 2.3, correspondendo a valores prováveis para os solos indicados:

**Tabela 2.3** Valores prováveis para o coeficiente de Poisson  $\nu$

Tipo de solo	$\nu$
Argila saturada	0,40 a 0,50
Argila não saturada	0,10 a 0,30
Argila arenosa	0,20 a 0,30
Silte	0,30 a 0,45
Areia grossa pouco compacta	0,15 a 0,25
Areia média	0,25 a 0,35
Areia média a compacta	0,30 a 0,40
Rocha	0,20 a 0,40

## EXEMPLO 2.2

Empuxo de repouso

Para o coeficiente de Poisson  $\nu = 0,3$ , determinar o coeficiente de repouso  $K_0$

$$K_0 = \frac{0,3}{1 - 0,3} = 0,43$$

Na condição de  $\nu = 0,5$ , tem-se que  $K_0 = 1,0$ , ou seja, o solo encontra-se na condição de saturado e não drenado, gerando empuxos ocasionados pela predominância da água contida nos interstícios do solo.

As pressões no repouso, como apresentadas, não dependem da resistência ao cisalhamento do solo, mas somente de suas constantes elásticas. No entanto, apresenta-se a expressão (2.2.8), a seguir, obtida empiricamente, para determinação dos empuxos de repouso, para solos normalmente adensados, em função do ângulo de atrito interno drenado do solo  $\varphi'$ , segundo Jacky (1944, *apud* Pinto, 2006).

$$K_0 = 1 - \text{sen } \varphi' \quad (2.2.8)$$

Justifica-se a expressão ao se verificar que, para solos normalmente adensados, sendo o valor do ângulo de atrito interno  $\varphi$  relativamente alto e o intercepto na relação  $\sigma_v \times \tau$  basicamente nulo, conduz a esta condição de proporcionalidade.

### EXEMPLO 2.3

Empuxo de repouso

Para o ângulo de atrito interno do solo  $\varphi' = 30^\circ$ , determinar o coeficiente de repouso  $K_0$

$$K_0 = 1 - \text{sen } 30^\circ = 0,5.$$

Para um substrato constituído por solo, meio semi-infinito, superfície plana, homogêneo e isótropo, as tensões de confinamento são homogêneas e variam com a profundidade, em perfeito equilíbrio estático, denominado de equilíbrio geostático ou estado de repouso. Assumem, assim, a denominação de empuxos de repouso, as tensões internas naturais de uma massa de solo, como decorrência da solicitação do próprio peso, somado a eventuais carregamentos uniformemente distribuídos aplicados em uma área de superfície com dimensão infinita. Constata-se que para esse estado de equilíbrio, as tensões de cisalhamento de qualquer elemento solo pertencente a essa massa, segundo ZX ou ZY, serão nulas. Assim, sendo o solo homogêneo, isótropo e elástico, para valores de tensões dentro do regime elástico, tem-se:

$$\sigma_x = \sigma_y = K_0 \cdot \sigma_z \quad (2.2.9)$$

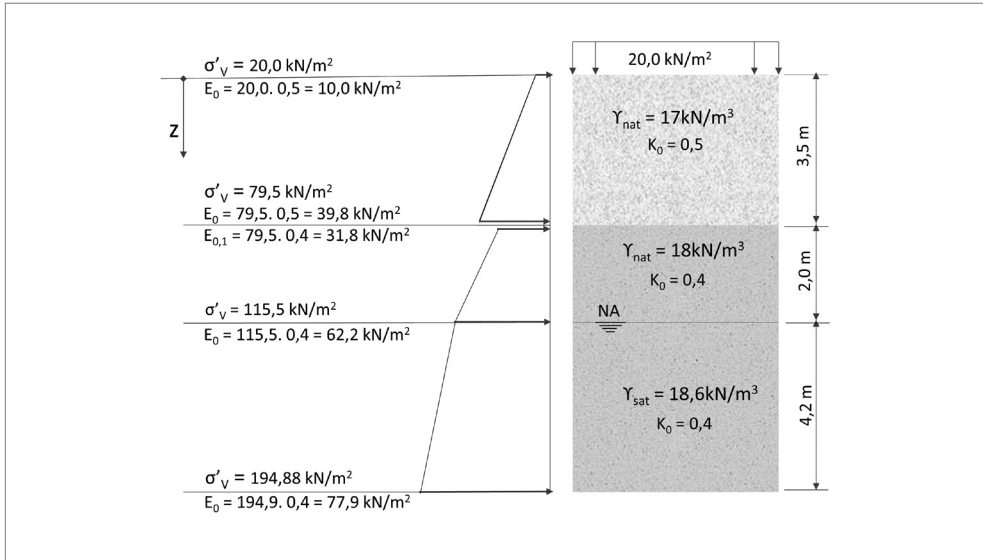
sendo:

- $K_0$ : coeficiente de empuxo de repouso.

## EXEMPLO 2.4

### Empuxos de repouso

Tomando o exemplo 2.1, a partir das tensões verticais já determinadas, calcular o valor do empuxo de repouso ao longo da profundidade em análise:



## 2.3 TENSÕES NO SOLO EM PLANOS QUALISQUER – CÍRCULO DE MOHR

Em métodos numéricos de resolução, por exemplo, o MEF, para modelos planos ou tridimensionais, que envolvem a propagação de carregamentos aplicados no solo, ou para casos de escavação, interessa o conhecimento das tensões nas duas ou três direções principais, respectivamente, ou, das tensões que ocorrem em planos quaisquer, com as respectivas tensões de cisalhamento de compatibilidade de equilíbrio.

As resultantes das tensões que atuam em um elemento infinitesimal do solo podem ser orientadas segundo os três planos ortogonais e se equilibram estaticamente, em seus pares de ação e reação. No entanto, no interior do elemento solo, as superfícies planas que seccionam o elemento, em inclinações quaisquer relativamente à base referencial, somente encontram equilíbrio ao se desenvolverem tensões reativas de cisalhamento no plano inclinado em análise. As *tensões tangenciais de cisalhamento* internas ao elemento, conjuntamente com as *tensões normais*, agindo em um plano específico que secciona o elemento solo, são as incógnitas das equações de equilíbrio interno do sistema em questão.

O solo rompe pelo efeito de cisalhamento. As *tensões normais* levam uma massa de solo à ruptura, no entanto, não por ultrapassar um limite particular de compressão, mas sim, por fazerem exceder a resistência limite ao cisalhamento do solo. Importa, assim, para o estudo da ruptura dos solos, determinar o estado de tensões nos vários planos de equilíbrio que seccionam o elemento em estudo.

### 2.3.1 Equilíbrio das tensões no solo a partir do estado de repouso

No *estado de repouso*, considerando um modelo plano referencial  $zy$ , o solo encontra-se em equilíbrio unicamente a partir de suas tensões principais, que atuam, em cada profundidade, nas direções  $z$  e  $y$ . No entanto, em planos com determinada inclinação  $\alpha$ , que seccionam o plano referencial  $zy$ , desenvolvem-se *tensões normais*  $\sigma_\alpha$  e de cisalhamento  $T_\alpha$ , como equilíbrio às *tensões normais*  $\sigma_z$  e  $\sigma_y$  que atuam nas referidas direções  $z$  e  $y$ .

O esquema básico para estudo da relação entre *tensões normais* e tensões de cisalhamento, em planos inclinados  $\alpha$  em um elemento solo, pode ser desenvolvido a partir das tensões que atuam segundo os eixos ordenados referenciais do elemento,  $z$  e  $y$ .

Se for considerado um sistema plano, caso em que se situam os problemas envolvendo uma massa de solo homogêneo, em repouso, com tensões direcionadas segundo os eixos  $z$  e  $y$ , a maior das *tensões normais* atuantes que ocorre em um de seus planos é denominada de  $\sigma_1$  e a menor, que ocorre em um plano ortogonal ao primeiro, de  $\sigma_3$ . Nos referidos planos, tangencialmente, não ocorrerão tensões de cisalhamento. Assim, em uma massa de solo em estado de tensão em repouso, na qual pares de tensões ortogonais que incidem nos planos principais se anulam, pode-se representar o elemento solo, como na Figura 2.6:

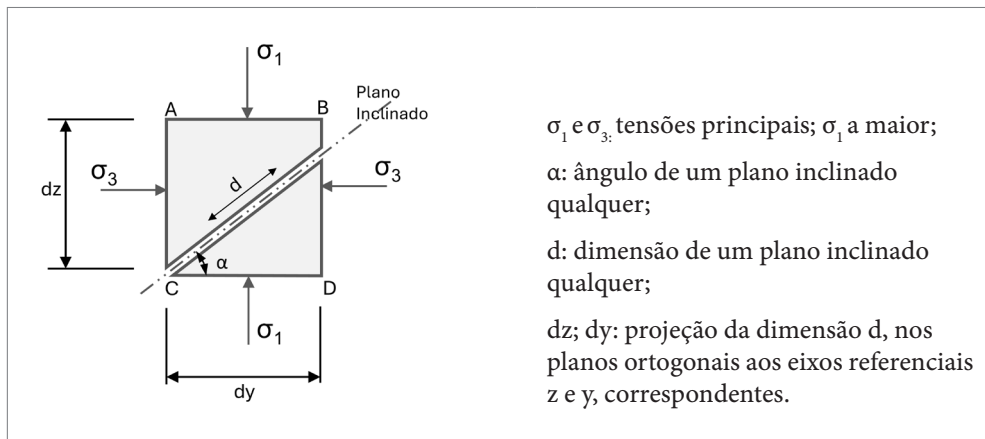


Figura 2.6 Representação das tensões principais em um elemento solo no estado plano.

Em análise à figura geométrica do elemento solo em questão, verifica-se que para haver equilíbrio, deve atuar no plano inclinado, tensões de equilíbrio às tensões principais  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$ , normais  $\sigma$  e tangenciais  $\tau$ , ambas atuando no plano  $\alpha$ . A partir desse estado de tensões, obtém-se as resultantes de equilíbrio do sistema de forças  $R$ ,  $R_1$  e  $R_3$ , como indicado na Figura 2.7.

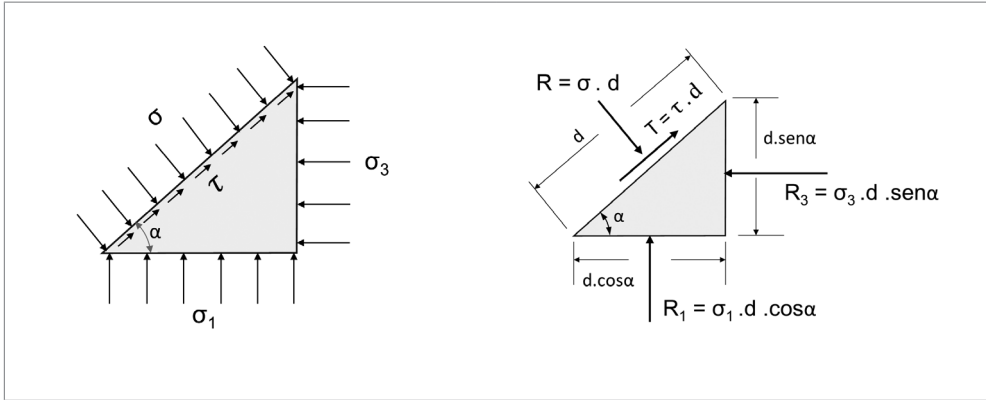


Figura 2.7 Equilíbrio das forças internas em um elemento solo.

Decompondo-se as resultantes  $R_1$  e  $R_3$  nas direções ortogonal e tangencial ao plano inclinado, obtém-se as equações de compatibilidade, como mostra a Figura 2.8.

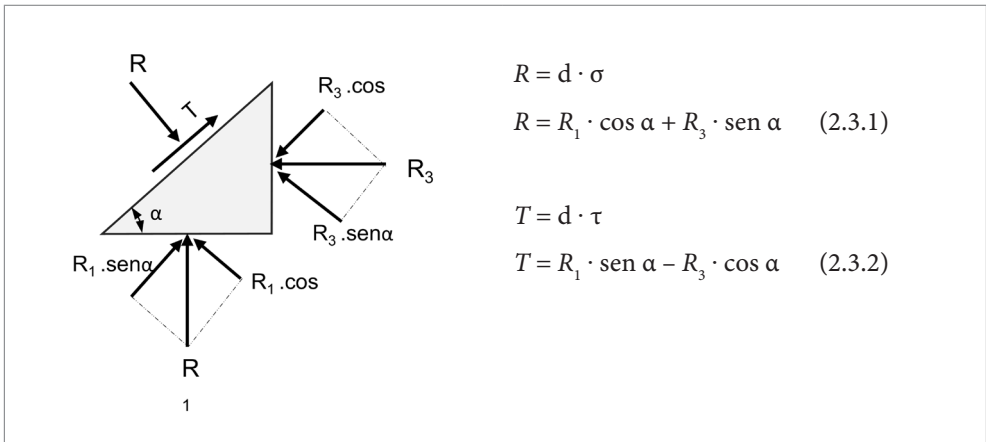


Figura 2.8 Equações de compatibilidade do equilíbrio interno no solo.

As equações (2.3.1) e (2.3.2) podem ser reescritas segundo as duas tensões principais  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$ , como a seguir:

$$R = R_1 \cdot \cos \alpha + R_3 \cdot \sin \alpha = \sigma_1 \cdot d \cdot \cos^2 \alpha + \sigma_3 \cdot d \cdot \sin^2 \alpha \quad (2.3.3)$$

e

$$T = R_1 \cdot \text{sen} \alpha - R_3 \cdot \cos \alpha = \sigma_1 \cdot d \cdot \text{sen} \alpha \cdot \cos \alpha - \sigma_3 \cdot d \cdot \text{sen} \alpha \cdot \cos \alpha \quad (2.3.4)$$

A partir de (2.3.3) e (2.3.4), efetuando-se as devidas transformações geométricas, obtém-se duas equações que representam graficamente um círculo em um plano cartesiano, tendo como eixo das abscissas a variação das *tensões normais*:  $\sigma_i$ , e no eixo das ordenadas, as *tensões de cisalhamento*  $\tau_i$  correspondentes, denominado de círculo de Mohr:

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \cos 2\alpha \quad (2.3.5)$$

(Abcissas) (centro) (raio) (variável)

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \text{sen} 2\alpha \quad (2.3.6)$$

(Ordenadas) (centro) (variável)

As equações (2.3.5) e (2.3.6) são independentes e fornecem valores para as incógnitas  $\sigma$  e  $\tau$ , a partir da variação de  $\alpha$ . Para cada valor de  $\alpha$ , resulta um par de valores,  $\sigma$  e  $\tau$ , que correspondem a um ponto do círculo.

Fazendo a varredura de  $\alpha$  de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , obtém-se no gráfico, um semicírculo, como mostra a Figura 2.9.

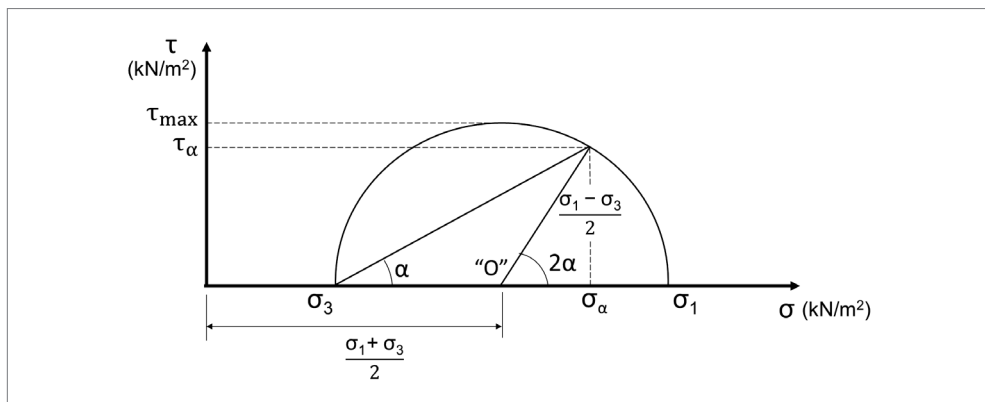


Figura 2.9 Representação do círculo de Mohr.

O ângulo  $\alpha$  estabelece a inclinação de um plano transversal que secciona o elemento solo, em que se deseja determinar as tensões que atuam neste plano de inclinação  $\alpha$ ,  $\sigma_\alpha$  e  $\tau_\alpha$ . Verifica-se:

→ para  $\alpha = 90^\circ$  e  $\alpha = 0^\circ$ , a tensão de cisalhamento:  $\tau = 0$ .

→ para  $\alpha = 45^\circ$ , a tensão de cisalhamento:  $\tau = \text{máxima}$ , é assim determinada:

$$\tau_{\max} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2}$$

→ se  $\sigma_1$  for a tensão vertical no solo e  $\sigma_3$ , a tensão de confinamento,  $\sigma_3$  é determinada como a seguir:

$$\sigma_3 = \left( \frac{\nu}{1-\nu} \right) \sigma_1$$

Tem-se que, sendo  $\sigma_1$  a tensão vertical, a tensão máxima de cisalhamento no solo  $\tau_{\max}$ , será determinada como a seguir:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1}{2} \left( 1 - \frac{\nu}{1-\nu} \right) \quad (2.3.7)$$

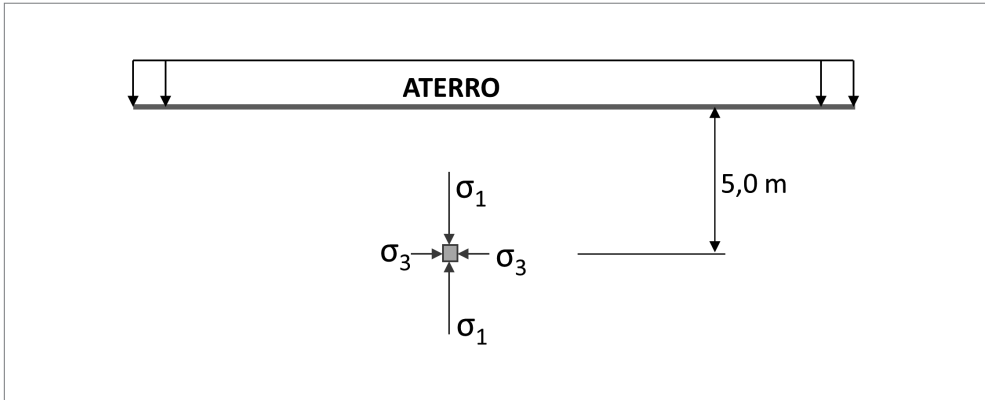
Em análise à expressão 2.3.7, verifica-se que para  $\nu = 0,5$ , o que corresponde à argila saturada,  $\sigma_1 = \sigma_3$  e  $\tau_{\max} = 0$ . Em outro extremo, para uma argila não saturada, porosa, média e muito compressível, admitindo-se  $\nu = 0,1$ , tem-se que:  $\tau_{\max} = 0,44 \sigma_1$ , o que corresponde a um material de comportamento semelhante a um sólido.

## EXEMPLO 2.5

Aplicação círculo de Mohr

Supondo um aterro com 10,0 m de altura, cujo peso específico do solo é  $\gamma_a = 18 \text{ kN/m}^3$  e as dimensões horizontais do aterro indeterminadas (extensão considerada contínua). O solo de base do aterro tem peso específico  $\gamma_s = 19 \text{ kN/m}^3$  e  $\nu = 0,35$ .

- a) Determinar a máxima tensão de cisalhamento, que atua a uma profundidade de 5,0 m, durante a aplicação do carregamento, sabendo-se que as tensões de confinamento no subsolo, ao término da implantação do aterro, terão mobilizado somente 70% da tensão produzida pelo aterro, mais a que existia inicialmente no solo natural.



Para o coeficiente de Poisson  $\nu = 0,35$ , o coeficiente de repouso  $K_0$ , será:

$$K_0 = \frac{0,35}{1 - 0,35} = 0,54$$

Tendo em conta que para cargas aplicadas na superfície com dimensões contínuas, o coeficiente de propagação das cargas, na vertical, no centro de sua aplicação é aproximadamente 1,0, tem-se:

$$\sigma_1 = 19,0 \cdot 5,0 + 18,0 \cdot 10,0 = 275,0 \text{ kN/m}^2$$

Sabendo-se, como dados do problema, que:  $\sigma_3 = K_0 (\gamma_s + 0,7 \cdot \gamma_a)$

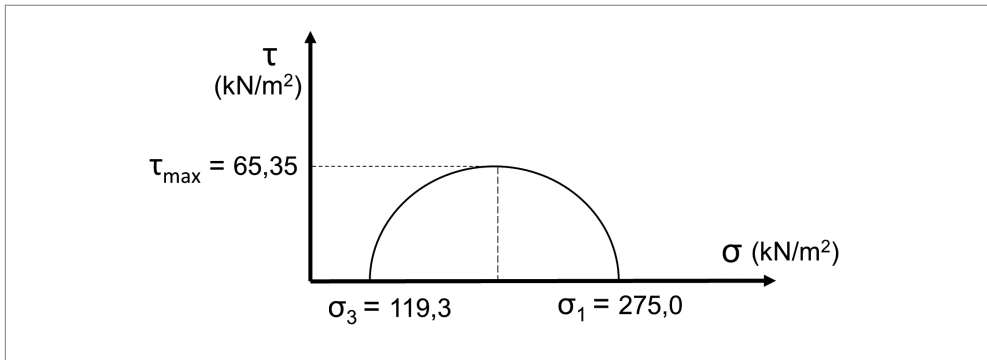
$$\sigma_3 = 0,54 (19,0 \cdot 5,0 + 0,7 \cdot 18,0 \cdot 10,0) = 119,3 \text{ kN/m}^2$$

Sabe-se que a máxima tensão de cisalhamento ocorre no plano inclinado de  $45^\circ$ , o que corresponde, no círculo de Mohr, à altura máxima do semicírculo, ou seja, ao valor do Raio.

$$\tau_{\max} = R = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2}$$

$$\tau_{\max} = R = \frac{(275,0 - 119,3)}{2}$$

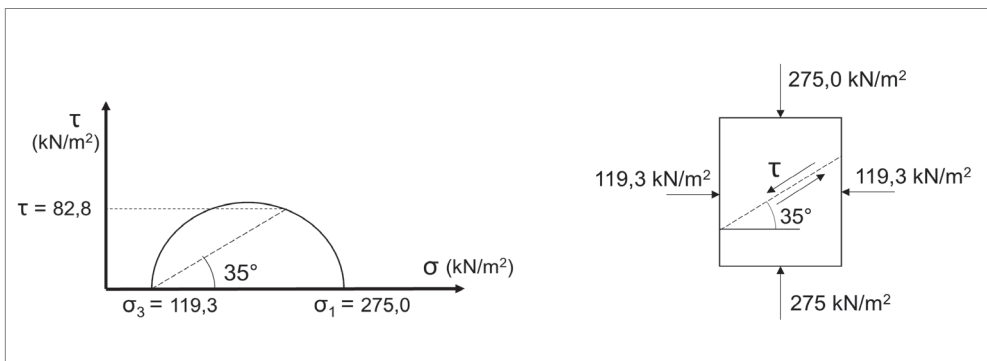
$$\tau_{\max} = 65,35 \text{ kN/m}^2$$



- b) Determinar, por meio da formulação, a tensão de cisalhamento que ocorrerá na mesma profundidade de 5,0 m, considerando um plano inclinado de 35°.

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \text{sen}2\alpha$$

$$\tau = \frac{(275 - 119,3)}{2} \cdot \text{sen}(2 \cdot 35) = 82,8 \text{ kN/m}^2$$



### 2.3.2 Equilíbrio das tensões no solo em um plano qualquer

Tendo como referência, atuando no elemento solo, um estado de tensões que não seja o de repouso, por exemplo, causado por cargas descontínuas aplicadas na superfície, ou decorrentes de estratificações no subsolo, ondulações do terreno, ou outros, que causem desarranjo do equilíbrio interno das tensões, desenvolve-se, nos planos referenciais ortogonais do elemento solo, considerando um modelo plano, um estado de tensões  $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{yz}$ , responsáveis por seu equilíbrio geral. A partir desse estado de tensões, pode-se determinar as tensões principais  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$ , as inclinações dos respectivos planos principais e a tensão de cisalhamento máxima  $\tau_{yz, max}$ . Ver Figura 2.10.

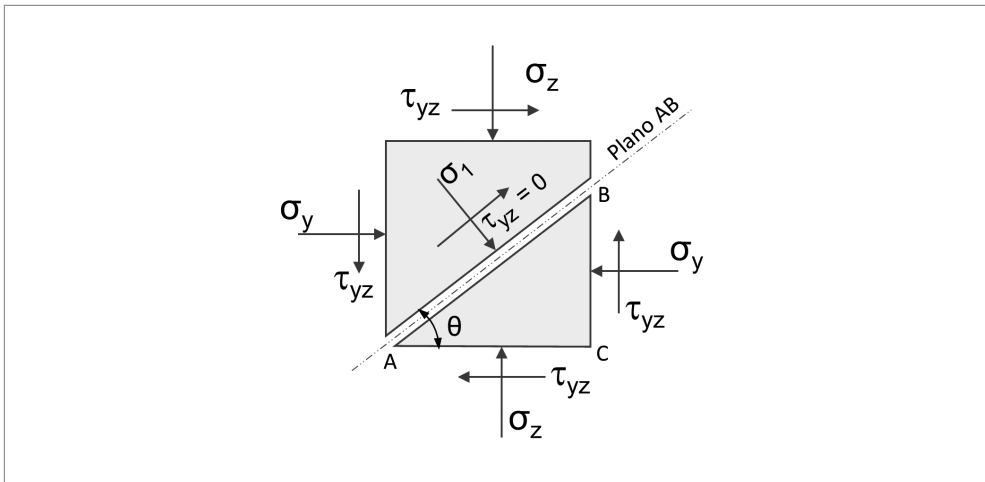


Figura 2.10 Equilíbrio de forças em um elemento solo referenciado pelos planos y e z.

Considerando as *tensões normais* e de *cisalhamento* que atuam nos planos referenciais y e z, da Figura 2.10, e representando-as no esquema do círculo de Mohr, pode-se, por meio de relações geométricas, determinar as tensões principais  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$ , como indicado na Figura 2.11:

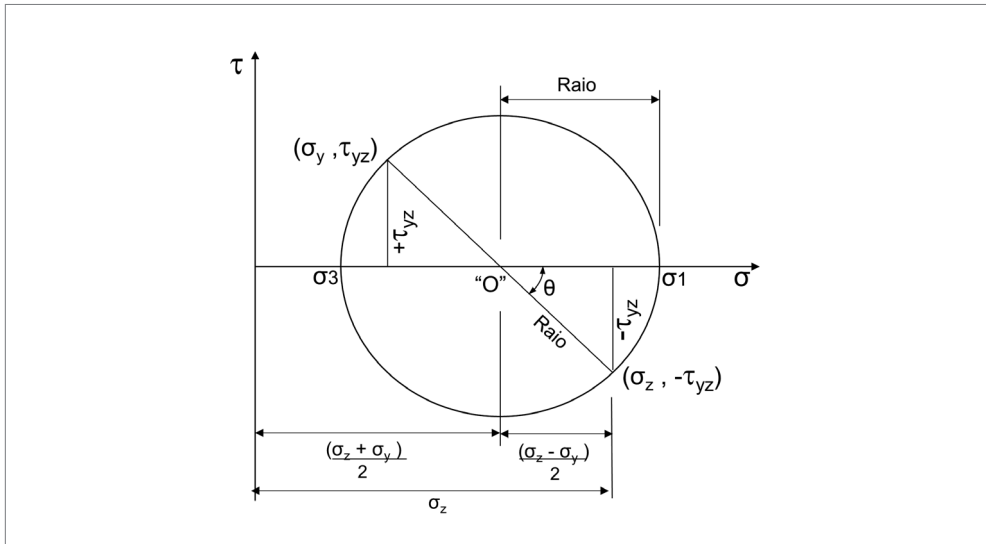


Figura 2.11 Solução geral para determinação das tensões principais em um elemento solo.

$$\text{Raio} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{yz})^2} \quad (2.3.8)$$

As tensões principais  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$ , serão:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_y + \sigma_z}{2} + \text{Raio} \quad (2.3.9)$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_y + \sigma_z}{2} - \text{Raio} \quad (2.3.10)$$

## EXEMPLO 2.6

Tensões no solo em planos quaisquer

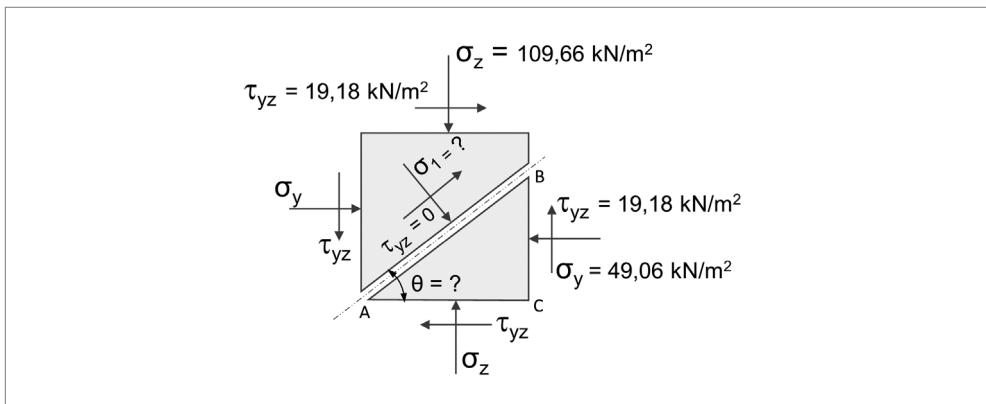
Considerando um elemento solo como indicado no esquema a seguir, correspondendo a um elemento pertencente a uma malha para processamento segundo o MEF, modelo plano, obteve-se como resultado, o estado de tensões indicado no referido esquema:

$$\sigma_y = 49,06 \text{ kN/m}^2 ; \sigma_z = 109,66 \text{ kN/m}^2 ; \tau_{yz} = 19,18 \text{ kN/m}^2$$

Dados do solo:

$$\varphi = 28^\circ$$

$$c = 20 \text{ kN/m}^2$$



Determinar:

- tensões principais e a inclinação do plano principal maior, relativamente ao eixo referencial orientado segundo  $Y$ ;
- máxima tensão de *cisalhamento*  $\tau_{yz,max}$  e a *tensão normal* concomitante  $\sigma_\alpha$ , atuantes, e a inclinação, segundo a horizontal, da respectiva superfície, com referência a esse estado de tensão.

Determinar o fator de segurança contra a ruptura ao cisalhamento para a tensão máxima  $\tau_{yz,max}$  encontrada.

Tensões principais

$$\text{Raio} = \sqrt{\frac{(\sigma_z - \sigma_y)^2}{2} + (\tau_{yz})^2}$$

$$\text{Raio} = \sqrt{\frac{(109,66 - 49,06)^2}{2} + (19,18)^2} = 35,86 \text{ kN/m}^2$$

de (2.3.9) e (2.3.10)

$$\sigma_1 = \frac{109,66 + 49,06}{2} + 35,86 = 115,22 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_3 = \frac{109,66 + 49,06}{2} - 35,86 = 43,5 \text{ kN/m}^2$$

$$\theta = \text{arc sen} \left( \tau_{yz} / \text{Raio} \right)$$

$$\theta = \text{arc sen} \left( \frac{19,18}{35,86} \right) = 32,57^\circ$$

Tensão de cisalhamento máxima

$$\tau_{yz,\max} = \text{Raio} = 35,86 \text{ kN/m}^2$$

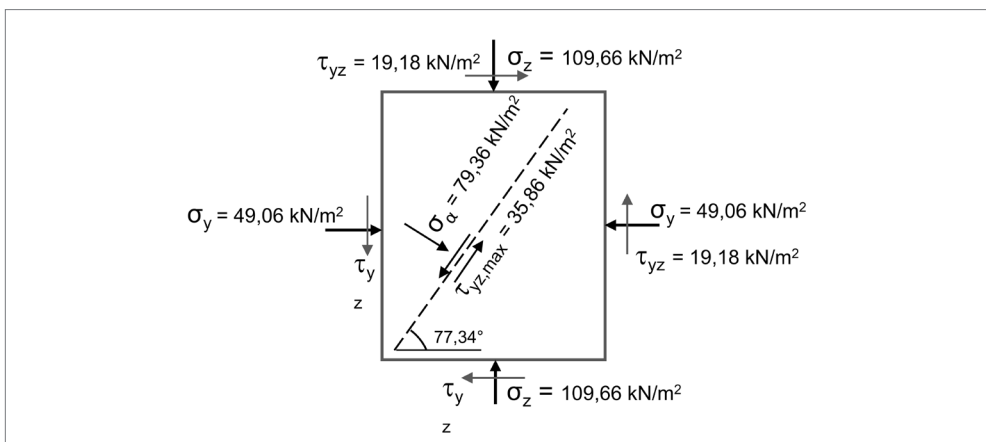
$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{115,22 + 43,5}{2} = 79,36 \text{ kN/m}^2$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\theta = 32,34^\circ$$

$$\theta + \alpha = 45^\circ + 32,34^\circ = 77,34^\circ$$

Esquema final de tensões



Para a determinação do fator de segurança contra a ruptura por cisalhamento, para a tensão máxima  $\tau_{yz,max}$  encontrada, aplica-se a expressão 2.5.2, como a seguir:

$$\tau_{lim} = \sigma \cdot \operatorname{tg}\varphi + c \quad (2.5.2)$$

$$\tau_{lim} = 79,36 \cdot \operatorname{tg}28 + 20,0 = 62,19 \text{ kN/m}^2$$

$$FS = \frac{62,19}{35,86} = 1,73$$

## 2.4 PROPAGAÇÃO DE TENSÕES INDUZIDAS NO SOLO

Qualquer carregamento não contínuo aplicado na superfície de uma massa de solo ou em seu interior, a partir do estado de repouso, induz a um estado de tensões não uniformes, que se propagam pelo solo. A propagação dessas tensões, assim induzidas, pode ser determinada com base na teoria da elasticidade. No contato direto entre o carregamento com o solo, ocorrem deformações que se propagam segundo os preceitos da energia da deformação, reduzindo sua magnitude ao longo da trajetória de caminhamento, em decorrência da mobilização crescente de camadas subjacentes. São preponderantes na determinação da propagação das deformações e consequente distribuição das tensões na massa de solo, a forma da superfície de aplicação do carregamento e sua intensidade, como também as propriedades, heterogeneidade e anisotropias do solo. O comportamento do solo diante dos limites de proporcionalidade na curva tensão-deformação também é relevante para o resultado da acomodação das deformações. Outros fatores podem interferir, em função de casos particulares aplicáveis.

A resolução de um problema genérico pode ter tratamento por meio de métodos numéricos, como o MEF, modelando-se o solo por meio de uma malha de elementos discretos arrançados de modo a reproduzir o comportamento do solo mediante a aplicação de determinado carregamento. Para problemas de aplicação usual, na prática, vários autores apresentaram formulações obtidas por análises efetuadas pela teoria da elasticidade, limitando-se suas aplicações, no entanto, a casos particulares, cuja validade se restringe aos solos homogêneos, isótopos e dentro do limite elástico. A seguir, apresenta-se algumas das soluções propostas.

### 2.4.1 Modelo para carga pontual aplicada

Boussinesq, em 1885, elaborou um modelo analítico para determinação das formulações para a propagação e determinação das tensões no interior de uma massa de solo, decorrentes da aplicação de uma carga concentrada  $P$  aplicada na superfície do solo. Nesse modelo, o solo foi considerado homogêneo e isótropo, em meio semi-infinito, com comportamento linear para a relação tensão-deformação.

Além disso, Boussinesq apresentou formulações para a propagação do acréscimo de tensões segundo a orientação do eixo vertical  $Z$ , a partir do qual considera-se o espreadimento na horizontal, fornecendo, então, segundo as coordenadas polares, o acréscimo de *tensões normais* e de cisalhamento causado pela carga concentrada aplicada. Esse modelo foi posteriormente adaptado para o translado do sistema coordenado polar para eixos ortogonais  $Z$ ,  $X$  e  $Y$ , como apresenta Das (2011), conforme mostra a Figura 2.12, referindo-se às *tensões normais*.

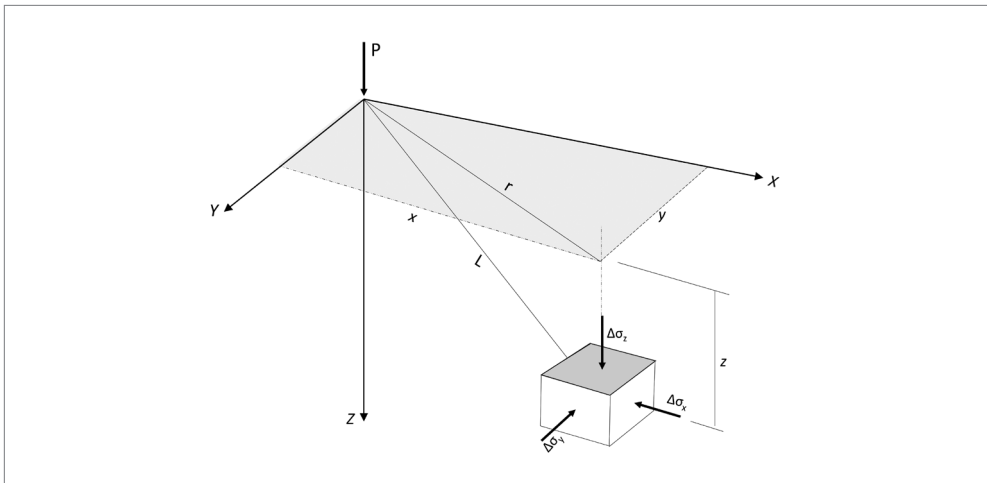


Figura 2.12 Representação da solução de Boussinesq para distribuição de um carregamento pontual no solo.

O acréscimo de *tensão normal* em um elemento infinitesimal do solo de coordenadas  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , será:

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{L^5} \quad (2.4.1)$$

$$\Delta\sigma_x = \frac{P}{2\pi} \left[ \frac{3x^2 \cdot z}{L^5} - (1-2\nu) \cdot \left( \frac{x^2 - y^2}{L \cdot r^2 (L+z)} + \frac{y^2 \cdot z}{L^3 \cdot r^2} \right) \right] \quad (2.4.2)$$

$$\Delta\sigma_y = \frac{P}{2\pi} \left[ \frac{3y^2 \cdot z}{L^5} - (1-2\nu) \cdot \left( \frac{y^2 - x^2}{L \cdot r^2 (L+z)} + \frac{x^2 \cdot z}{L^3 \cdot r^2} \right) \right] \quad (2.4.3)$$

sendo:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2.4.4)$$

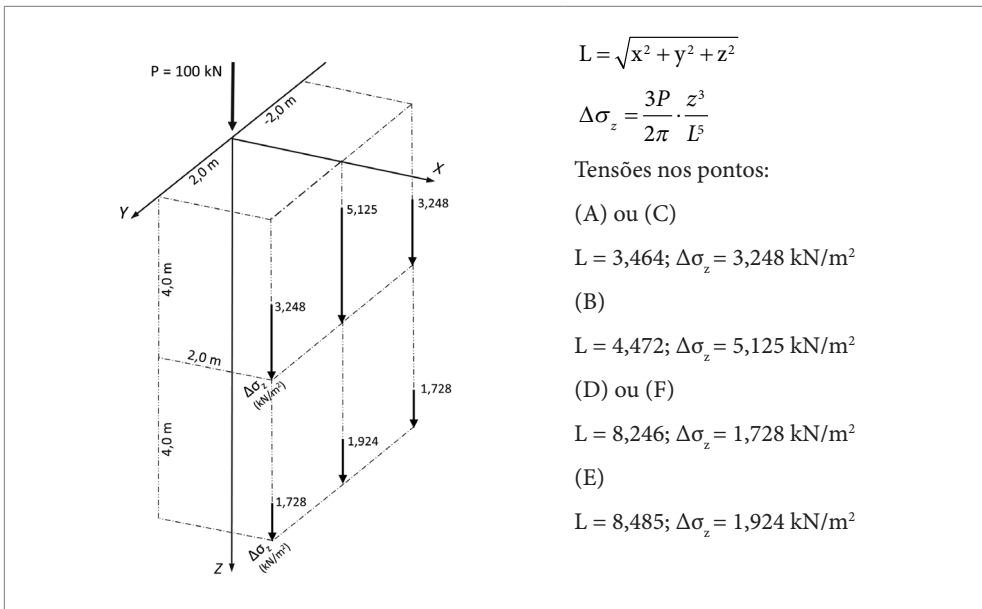
$$L = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (2.4.5)$$

$\nu$  = coeficiente de Poisson

### EXEMPLO 2.7

Tensões normais decorrentes de carregamento pontual aplicado na superfície do solo

Para um carregamento pontual de 100 kN aplicado em uma superfície do solo com coeficiente de Poisson,  $\nu = 0,45$ , determinar os acréscimos de tensões verticais nos pontos coordenados  $(x, y, z)$ : A (2,0, 2,0, 4,0); B (2,0, 0,0, 4,0); C (2,0, -2,0, 4,0); D (2,0, 2,0, 8,0); E (2,0, 0,0, 8,0); F (2,0, -2,0, 8,0).



$$L = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{L^5}$$

Tensões nos pontos:

(A) ou (C)

$$L = 3,464; \Delta\sigma_z = 3,248 \text{ kN/m}^2$$

(B)

$$L = 4,472; \Delta\sigma_z = 5,125 \text{ kN/m}^2$$

(D) ou (F)

$$L = 8,246; \Delta\sigma_z = 1,728 \text{ kN/m}^2$$

(E)

$$L = 8,485; \Delta\sigma_z = 1,924 \text{ kN/m}^2$$

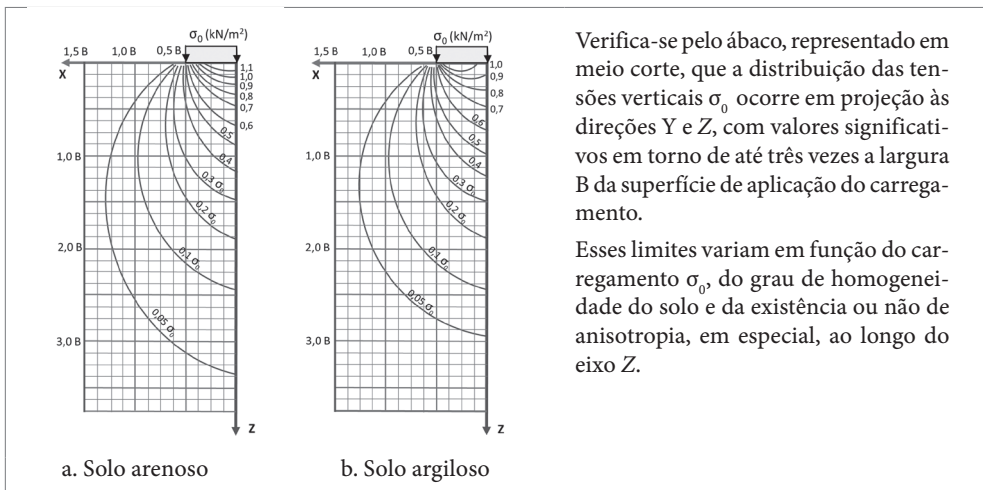
Verifica-se, por esse exemplo, que à medida que um plano de incidência das tensões resultantes da distribuição da carga torna-se mais distante da aplicação da carga, a variação das tensões no plano torna-se mais homogênea.

A solução de Boussinesq foi adaptada para várias aplicações frequentes de carregamento sobre o solo, com contribuições de vários autores, para casos como: carregamentos em linha, em área de dimensões restritas, de largura restrita e comprimento contínuo, em taludes, entre outros.

Uma aplicação imediata da solução de cargas pontuais aplicadas na superfície refere-se à determinação de curvas isóbaras, que expressam os valores das tensões no caminhamento da propagação pelo solo, para o traçado de bulbos de tensão. Nesse caso, ao se assumir uma largura  $B$ , para uma placa em análise, a profundidade a ser pesquisada para determinar o limite do bulbo de tensões, com suficiente precisão, pelas formulações, deve atender a relação a seguir:

$$Z > 3B$$

Como procedimento para o traçado geométrico das curvas, considera-se genericamente a determinação da tensão em pontos coordenados em uma malha regular, com linhas verticais e horizontais equidistantes, interpolando-se então os resultados para a formação de curvas isóbaras, de igual tensão, como mostra a Figura 2.13. Normalmente, adota-se curvas intercaladas de décimos da máxima tensão aplicada diretamente sob a placa, considerando-se o limite de 5% para a última, a partir do qual, a evolução da variação das tensões se torna desprezível para fins práticos.

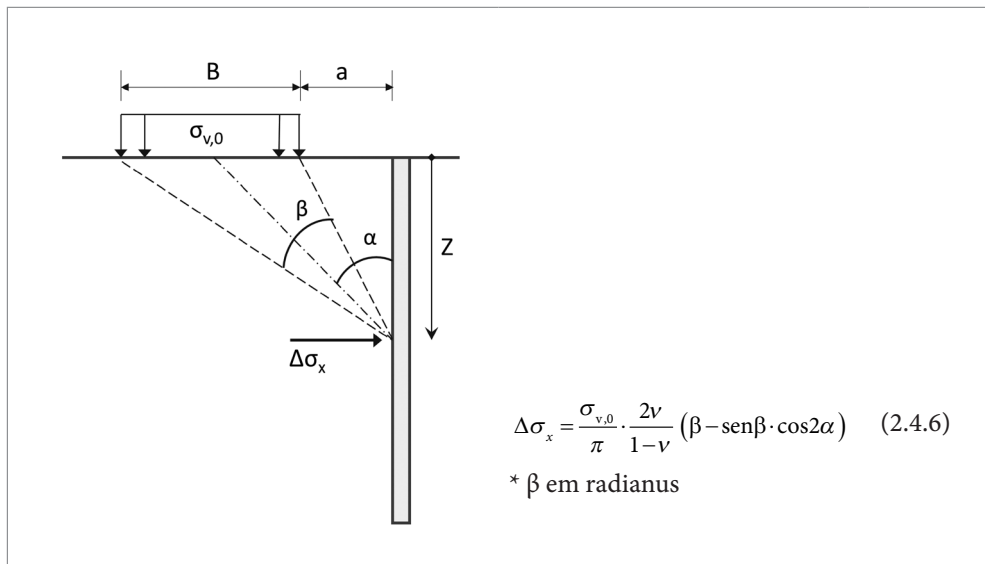


**Figura 2.13** Representação esquemática em meia seção de prováveis bulbos de tensões a partir de curvas isóbaras, para solos arenosos e argilosos.

Para placas com áreas que excedem o limite dessa relação, quanto a profundidades de interesse, deve-se recorrer a aplicações de formulações mais exatas, por exemplo, utilizando-se a solução de Newmark, como demonstra Pinto (2006), que se utiliza dos ábacos elaborados por Fadum (1948), para permitir a construção das curvas a partir de carregamentos aplicados na superfície do solo em áreas de superfícies discretas.

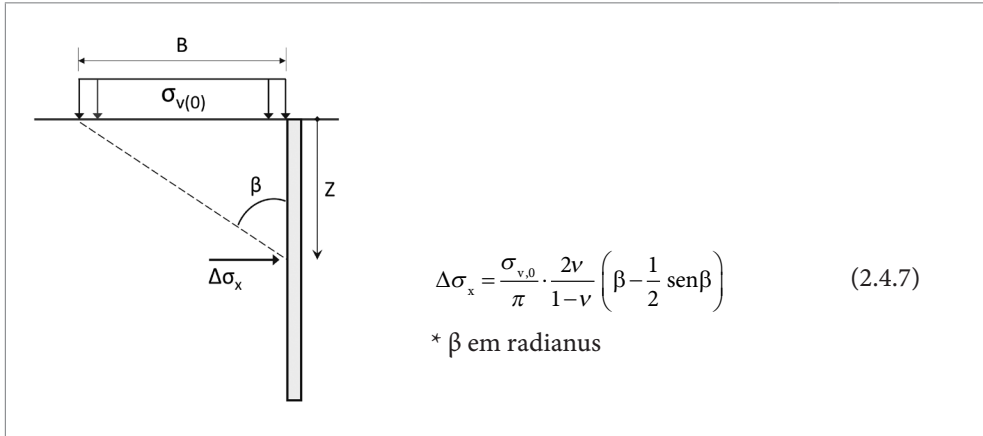
#### 2.4.2 Modelo para propagação de carga parcialmente distribuída aplicada na superfície do solo

Esse caso de carregamento é muito utilizado na determinação das pressões horizontais que atuam em um paramento vertical, em projetos de obras de contenção, em que não tenha ocorrido o desconfinamento do solo no lado do terrapleno, como no caso de obras em paredes diafragma, cortinas atirantadas ou cortinas de estacas. Como aplicação adaptada do modelo de Boussinesq, pode-se determinar a pressão horizontal que incide em uma parede ao longo de sua profundidade, desconsiderando-se o atrito entre o solo e a parede, a partir da expressão da Figura 2.14:



**Figura 2.14** Solução para pressões horizontais em uma parede considerando carregamentos horizontais aplicados em superfície discreta.

Se a distância  $a$  for igual a zero, a faixa de carregamento se situará junto à parede e a expressão para determinar a pressão horizontal que incide na parede, pode ser considerada como na Figura 2.15:



**Figura 2.15** Solução para esforços horizontais em uma parede para carregamentos horizontais na superfície aplicados em faixas contíguas à borda da parede.

Verifica-se que se \$B\$ tender a um valor infinito, \$\beta\$ tende a \$90^\circ\$ e o valor de \$\Delta\sigma\_x\$ poderá ser tratado diretamente como acréscimo de tensão calculado pelo coeficiente:

$$K_0 = \frac{\nu}{1-\nu}$$

## EXEMPLO 2.8

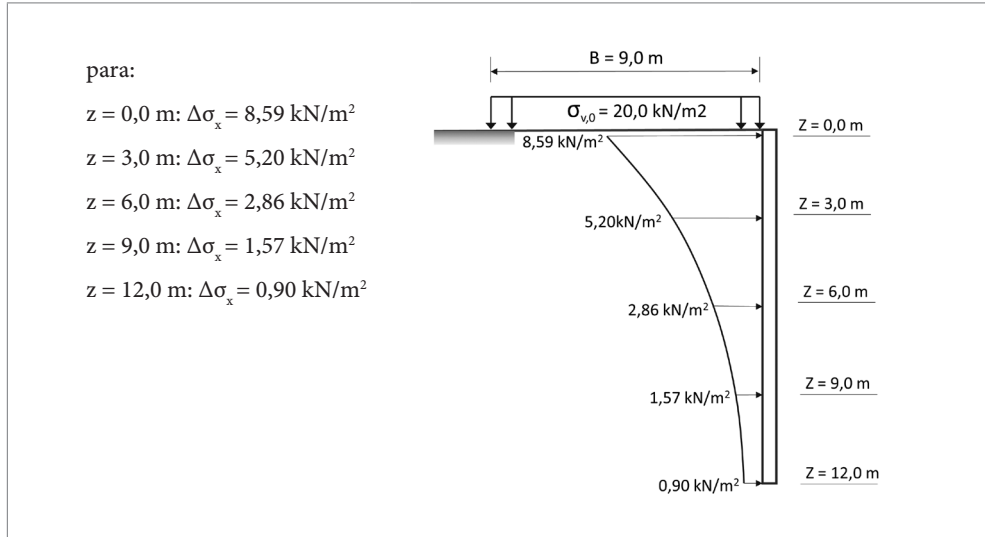
Tensões induzidas por carregamento distribuído aplicado na superfície

Para esboçar o diagrama de acréscimo de tensões decorrente de um carregamento uniformemente distribuído de \$20,0 \text{ kN/m}^2\$, em uma faixa com largura de \$9,0 \text{ m}\$, aplicado na superfície do solo e junto a uma parede enterrada, de rigidez considerada infinita, com profundidade, \$Z = 12,0 \text{ m}\$, calcular \$\Delta\sigma\_x\$ para cada \$\frac{1}{4}\$ da profundidade \$Z\$. Sabe-se que o coeficiente de Poisson, \$\nu = 0,3\$.

$$\Delta\sigma_x = \frac{\sigma_{v,0}}{\pi} \cdot \frac{2\nu}{1-\nu} \left( \beta - \frac{1}{2} \text{sen}\beta \right)$$

Têm-se para os dados:

$$\Delta\sigma_x = \frac{20,0}{\pi} \cdot \frac{2 \cdot 0,3}{1 - 0,3} \left( \beta - \frac{1}{2} \operatorname{sen}\beta \right)$$



## 2.5 RESISTÊNCIA AO CISLHAMENTO DO SOLO

A capacidade dos solos em resistir ao efeito de cargas sob ação tangencial, denomina-se de resistência ao cisalhamento. Esta propriedade dos solos não está somente relacionada às suas características físicas e mecânicas, mas também é resultante de inúmeros fatores, como o tipo de carregamento atuante, do confinamento e do grau de liberdade para se deformar. A resistência ao cisalhamento, propriamente, é diretamente proporcional a dois fatores: o primeiro refere-se ao engripamento entre os grãos, especialmente no caso de solos granulares; e o segundo diz respeito à contribuição da coesão existente entre as partículas finas que compõe a massa de determinados solos. Agindo diretamente na porção mais granular dos solos, a ação da *tensão normal* efetiva é preponderante para a resistência ao cisalhamento, tendo em vista ser relevante o efeito ocasionado pelo engripamento entre os grãos. A resistência ao cisalhamento dos solos é definida como a sollicitação tangencial limite que atua em um plano interno a uma massa de solo, tendo como expressão:

$$\tau_{\text{lim}}' = (\sigma - u) \cdot \operatorname{tg}\phi' + c \quad (2.5.1)$$

sendo:

- $\tau_{\text{lim}}'$ : tensão limite de cisalhamento obtida por ensaio não drenado;

- $\sigma$ : tensão normal aplicada;

u: poropressão desenvolvida durante o ensaio;

$\varphi'$ : ângulo de atrito interno obtido por ensaio não drenado do solo;

c: coesão.

Ou, genericamente, para ensaios drenados:

$$\tau_{\text{lim}} = \sigma \cdot \text{tg}\varphi + c \quad (2.5.2)$$

A expressão (2.5.2) é decorrente de uma envoltória de resultados de ensaios de corpos de prova à ruptura ao cisalhamento em laboratório, plotados em um gráfico cartesiano, tendo no eixo das ordenadas as tensões de ruptura ao cisalhamento do corpo de prova, aplicadas concomitantemente às *tensões normais*  $\sigma$ , plotadas no eixo das abscissas. A forma do gráfico está representada na Figura 2.16:

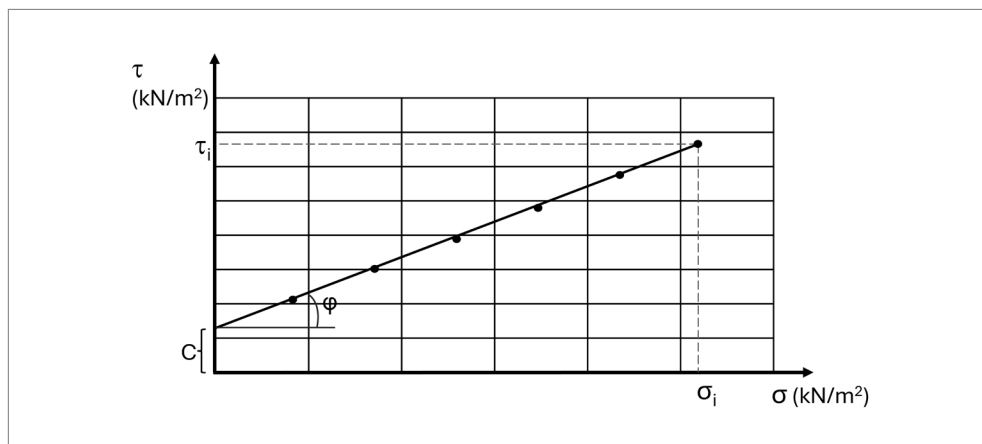


Figura 2.16 Representação esquemática da reta envoltória de ruptura ao cisalhamento do solo.

Observa-se, pelo gráfico de cisalhamento, que o ângulo  $\varphi$ , denominado de ângulo de atrito interno de solo, corresponde ao coeficiente angular da reta envoltória dos resultados dos ensaios de ruptura dos corpos de prova ao cisalhamento direto, e  $c$ , à defasagem da ordenada no intercepto da reta envoltória com a origem dos eixos coordenados, conceitualmente, esse valor é atribuído à ocorrência de coesão para o solo ensaiado.

Em campo, a resistência ao cisalhamento dos solos pode ser obtida diretamente por meio de critérios semiempíricos, utilizando-se de ensaios, como *deep sounding*, *vane test* e o pressiométrico, descritos em sua execução e aplicação por Schnaid e Odebrecht (2012). Vale-se de correlações típicas a cada um deles, para obtenção de

resultados. Por ensaios de campo, entretanto, só é possível uma única tomada de resultados para determinada amostragem do solo, não sendo possível desenvolver uma correlação que permita extrapolar os resultados a outros valores de projeto.

Assim, para gerar um gráfico cartesiano que represente uma expressão analítica para interpretação do comportamento de uma amostra de solo à resistência ao cisalhamento, em referência à Figura 2.16, deve-se recorrer a ensaios de laboratório, realizados em corpos de prova obtidos de uma mesma amostra de solo. Os ensaios normalmente utilizados para este fim são: *cisalhamento direto* e *compressão triaxial*.

### 2.5.1 Relações diretas obtidas por ensaio de cisalhamento direto

O ensaio de cisalhamento direto, o mais antigo, simples e comum, consiste em acomodar em uma caixa bipartida na horizontal, um corpo de prova que represente uma amostra de solo. Essa caixa é acoplada a uma prensa que aplica uma pressão normal vertical  $\sigma$  à superfície superior do corpo de prova. Como procedimento, a parte superior da caixa é deslocada horizontalmente relativamente à inferior, e de forma contínua, pela aplicação de uma força horizontal  $T$ , até provocar a ruptura por cisalhamento  $\tau$  do corpo de prova, por corte puro, registrando-se o avanço da força até atingir o valor da ruptura. Ver Figura 2.17. Mede-se, assim, a tensão cisalhante  $\tau$  a que foi submetida o solo, do início do ensaio até sua ruptura, relativamente à *tensão normal* aplicada, registrando-se os valores limites da tensão tangencial  $\tau_{lim}$ .

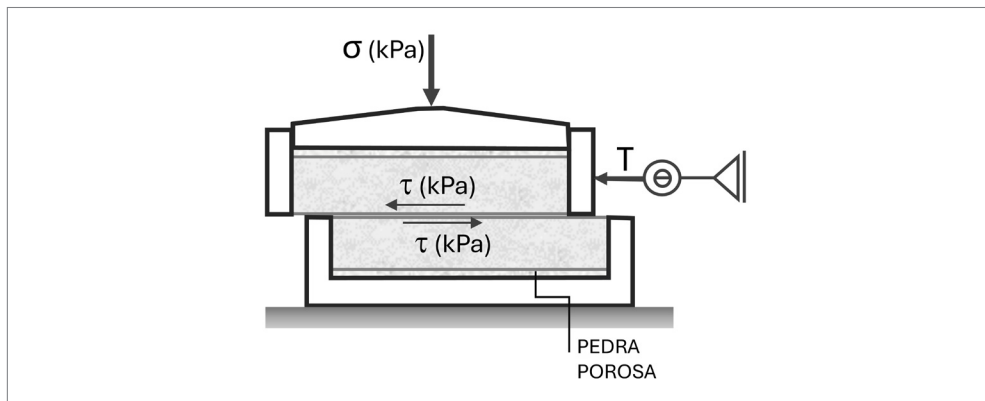


Figura 2.17 Esquema do aparelho para ensaio de cisalhamento direto em laboratório.

A estabilização da tensão tangencial, que tende a um valor constante, representa em seu valor residual, a tensão de plastificação, ou limite ao cisalhamento. Em alguns tipos de solo, aqueles mais compactos ou rijos, pode ocorrer uma ruptura frágil, após um pico de tensão. Nesses casos, a tensão residual pode não representar perfeitamente o valor da tensão de plastificação referencial, comprometendo a interpretação dos

resultados. Normalmente, para os solos de consistência média, a ruptura é progressiva até a plastificação. Ver Figura 2.18.

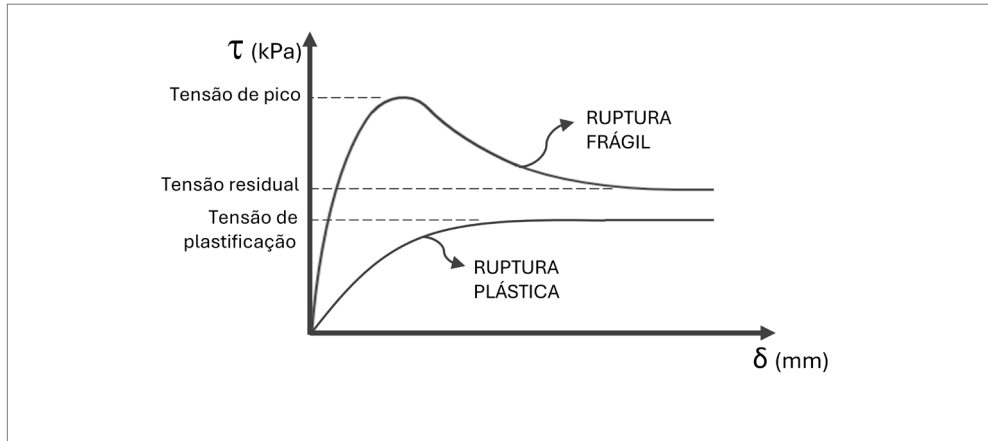


Figura 2.18 Esquema de resultados típicos em ensaio de corpo de prova ao cisalhamento direto.

O procedimento é efetuado em vários corpos de prova de uma amostra, alterando-se o valor da *tensão normal*. Obtém-se, assim, uma envoltória de pontos que possibilita traçar um gráfico cartesiano, como o da Figura 2.16, do qual se obtém os valores do ângulo de atrito interno do solo  $\varphi$  e a constante representativa da coesão  $c$ , que definem a expressão de ruptura que compõe a envoltória Mohr-Coulomb, representada em (2.5.1) e (2.5.2).

Os resultados do ensaio podem sofrer interferências de diversos fatores, como o formato dos grãos, que podem causar o desarranjo da amostra durante o ensaio, estado de adensamento do solo, que em função das possibilidades de drenagem, podem apresentar variações. As condições de controle da drenagem nesse ensaio são pouco precisas, apesar de o equipamento prever que o ensaio seja efetuado com a previsão da drenagem, a partir de duas pedras porosas dispostas nas faces superior e inferior do corpo de prova, no entanto, para ensaios não drenados, há dificuldade em vedar totalmente a câmara de acomodação e medir a *pressão neutra*. Simulações de várias situações existentes em campo também são difíceis de reproduzir, tendo em vista as limitações de recursos do equipamento.

Assim, esse ensaio, devido aos fatores mencionados, tem sido substituído frequentemente pelo ensaio *triaxial*, mesmo sendo sua utilização mais apropriada para ensaios em obras que demandam análise da estabilidade ao deslizamento entre superfícies cisalhantes de uma massa de solo, ou com outro material, como é o caso de ruptura por escorregamento de taludes ou deslizamento de muros de contenção.

Para estudos preliminares de projetos que utilizem a equação de Mohr-Coulomb, ou para outras aplicações, que considerem os parâmetros  $\varphi$  e  $c$ , estão sugeridos valores na Tabela 2.4.

**Tabela 2.4** Valores prováveis para parâmetros do solo  $\varphi$  e  $c$

$\varphi$ - ângulo de atrito interno (°) graus		$c$ - coesão (kN/m <sup>2</sup> )	
Areia fofa	25 a 30	Argila muito mole	<10 a 15
pouco compacta	27 a 35	mole	12 a 25
mediana compacta	30 a 38	média	20 a 50
compacta	33 a 40	rija	50 a 150
muito compacta	35 a 45	muito rija	100 a 200
argilosa	25 a 35	dura	>200
Pedregulhos	30 a 40	Argila porosa	30 a 50
Argila arenosa	18 a 20	Argila arenosa	20 a 40
Areia argilosa	22 a 30	Areia argilosa	10 a 20
Areia siltosa	25 a 30	Areia siltosa	10 a 15
Turfa	10 a 15	Turfa	15 a 20

### 2.5.2 Situações específicas para ensaios ao cisalhamento por compressão *triaxial*

Esses ensaios, mesmo quando realizados de forma convencional, são efetuados por equipamento adequado a atender a várias situações demandadas em projeto, apresentando recursos que possibilitam três tipos padrões de procedimentos, visando reproduzir situações específicas de campo. Fornece resultados com boa aproximação à realidade em que se encontram vários tipos de solos existentes na natureza, ou a que serão submetidos em projeto, como quanto à própria confiabilidade dos resultados.

O ensaio *triaxial*, com referência à sua denominação, compreende submeter um corpo de prova de uma amostra de solo, indeformada, a carregamentos com pares simétricos em todas as direções. O aparelho consiste em uma câmara de ensaio vedada, dotado de uma prensa com a finalidade de aplicar uma *tensão normal* axial ao corpo de prova. Lateralmente, o corpo de prova, envolto em uma membrana de borracha, é submetido a pressões hidrostáticas controladas, simulando tensões de confinamento  $\sigma_3$ . A pressão de confinamento  $\sigma_3$  atua sobre todas as superfícies do corpo de prova, inclusive sobre as faces superior e inferior. Aplica-se, a seguir, fazendo variar seu valor, uma pressão axial, a ser denominada de pressão desviadora,  $p_d$ , por uma prensa externa, sobre a face superior do corpo de prova, em velocidade de deformação controlada. Essa pressão axial,  $P_d$ , atua diretamente sobre o corpo de prova

em composição a  $\sigma_3$ , para a formação da tensão principal  $\sigma_1$ . Assim,  $\sigma_1$  refere-se a soma de  $\sigma_3 + p_d$ . Os dispositivos de drenagem do aparelho de ensaio preveem a imersão do corpo de prova na câmara de pressão hidrostática, isolando-o por meio de uma membrana de borracha que possibilita o controle da água incorporada, o que permite a drenagem plena durante o ensaio, elimina efeitos de poropressão, ou mantém o solo saturado, efetuando medições de *pressão neutra*, ou casos intermediários, quando for de interesse. Assim, conforme as possibilidades de controle da drenagem durante o ensaio, pode-se determinar o estado de tensão do solo, seja a efetiva ou a total.

O ensaio fornece, ao contrário do ensaio de cisalhamento direto, a pressão  $P_d$  que levou o corpo de prova a romper ao cisalhamento, sem fornecer, no entanto, a inclinação da superfície de ruptura, como tão pouco, a tensão cisalhante. Fornece também as curvas de variação tensão x deformação x variação do volume. Para se obter o comportamento do solo aos esforços cisalhantes, inclusive, para obter a tensão de cisalhamento de ruptura em um ensaio, é necessário traçar a reta de ruptura que compõe a envoltória Mohr-Coulomb. Para o traçado do gráfico são necessários ao menos três ensaios. O esquema do equipamento pode ser visto na Figura 2.19.

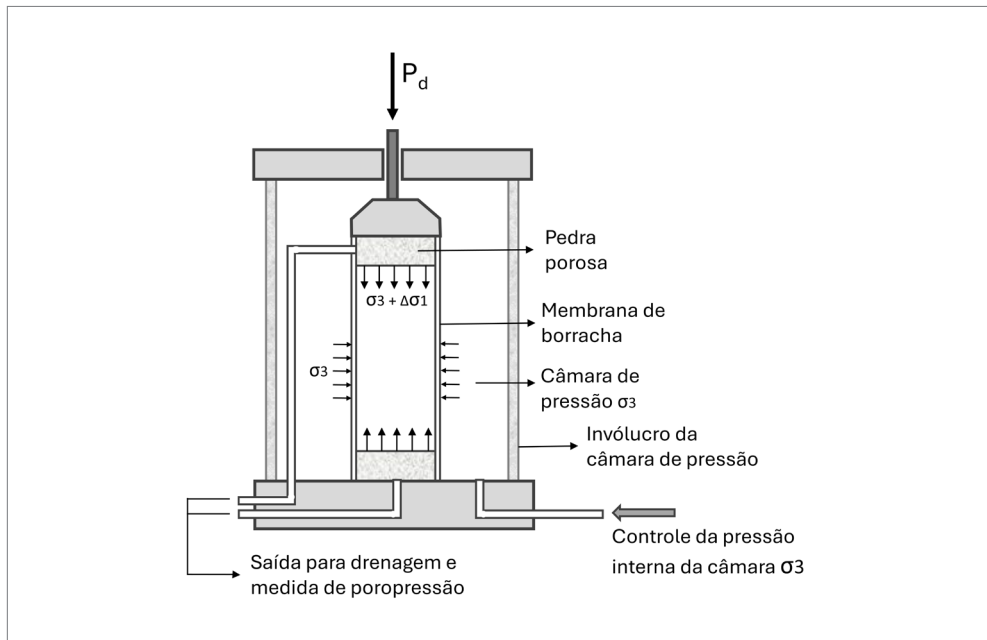


Figura 2.19 Esquema do aparelho para ensaios triaxiais em laboratório.

Os tipos de procedimentos usualmente utilizados caracterizam três tipos de ensaios: *S slow* (lento ou CD – consolidado e drenado); *R rapid* (rápido ou CU – consolidado não drenado); e *Q quick* (imediatos ou UU – não consolidado não drenado).

O ensaio S/CD é realizado a partir da consolidação das tensões de confinamento, ou seja, permitindo que a ação de  $\sigma_3$  atue no corpo de prova até que se desenvolva a reação interna do solo. Para isso, deve haver a possibilidade de drenagem, a fim de que seja dissipada a *pressão neutra* durante o procedimento. A pressão desviadora axial  $P_d$  é também aplicada em velocidade controlada, de modo a se dissipar, durante sua aplicação, a *pressão neutra*, apresentando, assim, como base para os resultados, a ocorrência de tensões efetivas. Esse tipo de ensaio não é de uso corrente, pois, para solos argilosos, sua duração pode levar alguns dias, até que a poropressão seja dissipada. Aplicado no caso de ações de longa duração, normalmente em situações de solo saturado, em que a mobilização da reação ao cisalhamento do solo pode apresentar valores representativos ao longo da dissipação da *pressão neutra*. De forma geral, é mais utilizado em solos com predominância granular. A representação de resultados típicos pode ser observada na Figura 2.20.

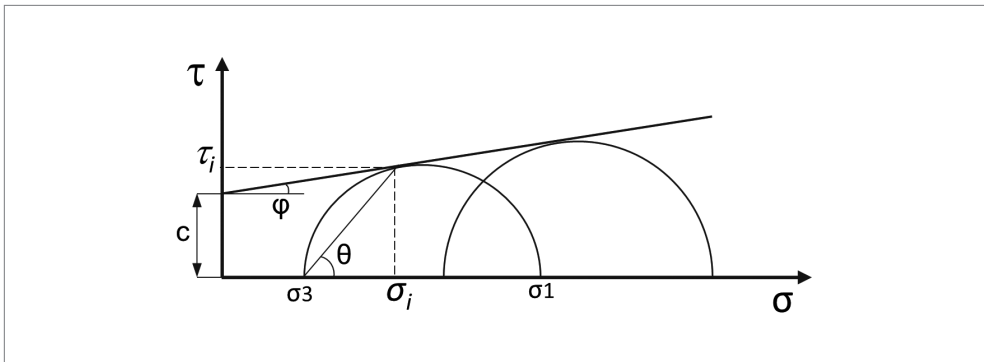


Figura 2.20 Representação da envoltória típica de ruptura em ensaios triaxiais CD.

O ensaio R/CU também é realizado a partir da consolidação das tensões de confinamento, garantindo o contato entre os grãos do solo. No entanto, a pressão desviadora axial  $p_d$  é aplicada de forma rápida, de modo a levar à ruptura o corpo de prova, sem que possibilite a drenagem da água incorporada na amostra. Com a amostra saturada, ocorre a compressibilidade do solo mesmo com o aumento da poropressão, tendo em vista ocorrer parcialmente a percolação lateral da água incorporada, devido à expansão da membrana de envolvimento do corpo de prova, suficientemente a mobilizar a compressão entre os grãos do solo. Há assim, durante a aplicação da tensão desviadora, aumento da poropressão, mas concomitantemente, à compressão do solo. Se efetua a medição da poropressão, o que possibilita a determinação da pressão efetiva. Esse tipo de ensaio é utilizado com frequência, substituindo o CD, especialmente, em se tratando de solos argilosos, em que o tempo de realização do ensaio é muito lento. Aplicado, também, além da substituição do CD,

na verificação da estabilidade de obras com grande variação da linha freática, como no caso de taludes naturais de encostas. Os resultados típicos na realização do ensaio, são mostrados na Figura 2.21.

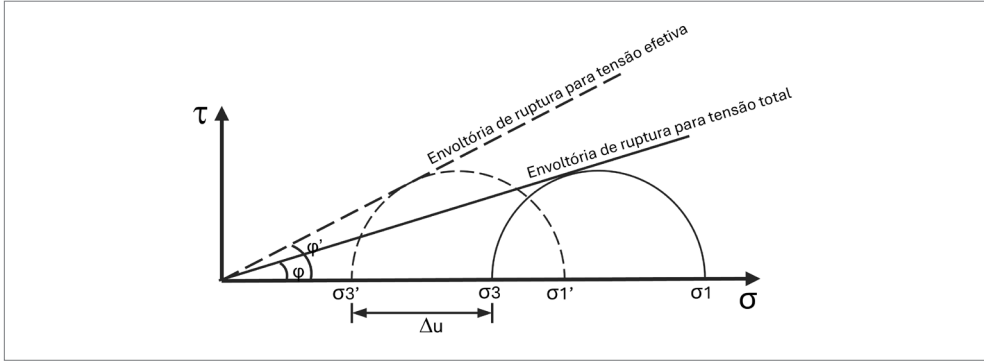


Figura 2.21 Resultados típicos para envoltória de ruptura de solos em ensaios triaxiais CU.

No ensaio Q/UU não se efetua a consolidação da pressão confinante. Ao contrário do ensaio tipo R, nesse ensaio se reproduz o efeito de *pressão neutra*. Como o peso do solo da amostra é desprezível em proporção à tensão desviadora aplicada, e sua aplicação ocorre também de forma não drenada, não se estabelece o contato entre os grãos, o que leva à resistência ao cisalhamento alegada unicamente às ligações coesivas entre as partículas dos solos finos ( $\varphi = 0$ ). Esse ensaio traz resultados especialmente às argilas moles saturadas, medindo-se, como mostra a Figura 2.22, o valor da coesão do solo, mediante coeficiente de atrito interno do solo nulo. Esse tipo de ensaio é utilizado, especialmente, para projetos de aterros sobre solos moles.

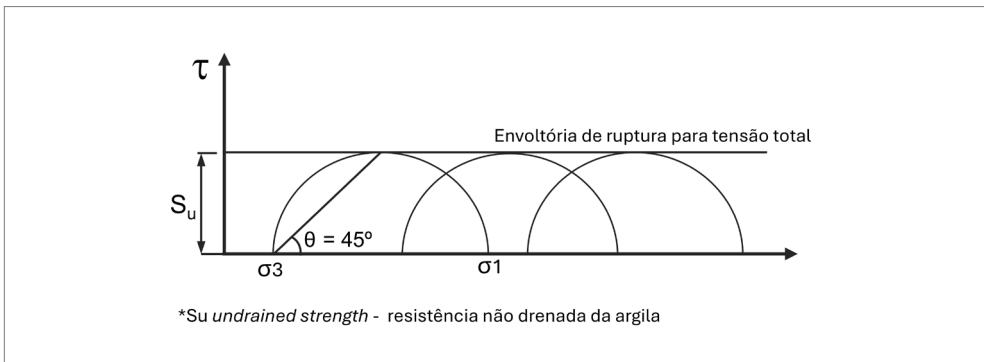


Figura 2.22 Resultados típicos para envoltória de ruptura de solos em ensaios triaxiais UU.