



**Henrique Dinis**

# **INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA**

*Uma abordagem metodológica ao projeto de fundações*

**Blucher** Open Access

# INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA

*CONSELHO EDITORIAL*

André Luiz V. da Costa e Silva

Cecilia Consolo

Dijon De Moraes

Jarbas Vargas Nascimento

Luís Augusto Barbosa Cortez

Marco Aurélio Cremasco

Rogério Lerner

# INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA

Uma abordagem metodológica  
ao projeto de fundações

Henrique Dinis

*Interação solo-estrutura: uma abordagem metodológica ao projeto de fundações*

© 2024 Henrique Dinis

Editora Edgard Blücher Ltda.

*Publisher* Edgard Blücher

*Editor* Eduardo Blücher

*Pré-produção* Aline Flenic

*Coordenação editorial* Rafael Fulanetti

*Coordenação de produção* Andressa Lira

*Produção editorial* Helena Simões Miranda

*Preparação de texto* Lidiane Pedroso Gonçalves

*Diagramação* Alessandra de Proença

*Capa* Laércio Flenic

*Imagem de capa* Henrique Dinis

**Blucher**

Rua Pedroso Alvarenga, 1245, 4º andar

04531-934 – São Paulo – SP – Brasil

Tel.: 55 11 3078-5366

**contato@blucher.com.br**

**www.blucher.com.br**

Segundo o Novo Acordo Ortográfico, conforme 6. ed.  
do *Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa*,  
Academia Brasileira de Letras, julho de 2021.

É proibida a reprodução total ou parcial por quaisquer  
meios sem autorização escrita da editora.

Todos os direitos reservados pela Editora Edgard Blücher Ltda.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Angélica Ilacqua CRB-8/7057

Dinis, Henrique

Interação solo-estrutura: uma abordagem metodológica  
ao projeto de fundações / Henrique Dinis. – São Paulo:  
Blucher, 2024.

247 p. : il.

Bibliografia

ISBN 978-65-5550-316-6

1. Fundações (Engenharia) I. Título

24-5035

CDD 624.15

Índices para catálogo sistemático:

1. Fundações (Engenharia)

# Conteúdo

Agradecimentos. . . . .	7
Prefácio. . . . .	9
Apresentação . . . . .	11
1. Introdução. . . . .	15
2. Propagação das tensões no solo . . . . .	19
2.1 Componente vertical das tensões no solo. . . . .	23
2.2 Tensões de confinamento . . . . .	27
2.3 Tensões no solo em planos quaisquer – círculo de Mohr . . . . .	32
2.4 Propagação de tensões induzidas no solo. . . . .	43
2.5 Resistência ao cisalhamento do solo . . . . .	49
3. Relação tensão-deformação nos solos . . . . .	57
3.1 Deformabilidade dos solos – curvas tensão-deformação . . . . .	60
3.2 Estados limites de tensão . . . . .	67
3.3 Estados de plastificação de Rankine . . . . .	70

<b>4. Recalque das fundações . . . . .</b>	<b>83</b>
4.1 Comportamento das fundações diretas . . . . .	84
4.2 Comportamento das fundações em estacas . . . . .	99
<b>5. Estacas carregadas lateralmente . . . . .</b>	<b>127</b>
5.1 Comportamento das estacas ao deslocamento lateral. . . . .	127
5.2 Coeficiente de recalque horizontal ( $k_h$ ). . . . .	131
5.3 Rigidez relativa estaca-solo. . . . .	148
<b>6. Métodos de resolução do modelo teórico estaca-solo . . . . .</b>	<b>151</b>
6.1 Resolução analítica para estacas isoladas consideradas rígidas e carregadas lateralmente . . . . .	152
6.2 Método de Davison e Robinson aplicado às estacas flexíveis . . . . .	181
6.3 Método para discretização do solo por coeficientes de mola . . . . .	186
<b>7. Método da evolução das tensões. . . . .</b>	<b>219</b>
7.1 Método evolutivo de tensões aplicado a modelos planos . . . . .	223
7.2 Método evolutivo de tensões aplicado a estacas isoladas . . . . .	227
7.3 Simplificações voltadas a modelos unidimensionais . . . . .	228
<b>8. Segurança das estruturas e fundações . . . . .</b>	<b>231</b>
8.1 Fatores de segurança . . . . .	232
8.2 Estado limite de serviço . . . . .	239
<b>Referências bibliográficas. . . . .</b>	<b>243</b>
<b>Sobre o autor. . . . .</b>	<b>247</b>

## Agradecimentos

Aos professores da Escola de Engenharia Mackenzie, que me foram sempre fonte de inspiração ao pesquisar e produzir, motivando-me como docente.

Também a todos aqueles que, ao longo de minha vida profissional – professores, consultores, coordenadores, em suma, engenheiros civis –, contribuíram para minha trajetória por meio de oportunidades ou munindo-me de conhecimento técnico e experiências, tão importantes à minha formação. Agradeço, em especial, ao professor Marcel Mendes, a quem devo o privilégio de ter coordenado o curso de Engenharia Civil, e à professora Magda Aparecida Salgueiro Duro, pela condução das disciplinas Obras de Terra e Estradas.

Especial agradecimento às mensagens de apreciação a este livro, manifestadas:

*Este livro é resultado da experiência do autor tanto em sua trajetória profissional, na realização de projetos voltados a obras de infraestrutura, quanto em sua vida acadêmica, na Escola de Engenharia Mackenzie, na qual atuou no ensino e no campo de pesquisa, ministrando disciplinas como Pontes e Obras de Terra. Com a apresentação deste livro, o autor vem contribuir para o preenchimento de lacunas ainda existentes em duas importantes disciplinas da Engenharia Civil, Geotecnia e Grandes Estruturas. Parabênz o professor Henrique Dinis por esta excelente obra acadêmica.*

Prof. Dr. Marcos Massi  
Diretor da Escola de Engenharia da  
Universidade Presbiteriana Mackenzie

*Com uma abordagem própria do autor – primorosamente elaborada –, esta obra permite um embasamento dos princípios fundamentais relacionados à análise de interação solo-estrutura com a apresentação de problemas concisos, de complexidade crescente, abrangendo desde a escolha adequada do modelo de elementos finitos para análise de tensões até o método evolutivo aplicado às obras de contenção. Os problemas apresentados foram aperfeiçoados ao longo de quatro décadas do exercício da profissão e prática docente, dedicadas à formação de várias gerações de engenheiros – inclusive minha – junto à Universidade Presbiteriana Mackenzie.*

Prof. Dr. Alfonso Pappalardo Jr.  
Docente na Escola de Engenharia da  
Universidade Presbiteriana Mackenzie

*Muito honrado em me manifestar sobre este livro e sua importância no meio acadêmico. Profissionalmente, iniciei minha carreira e desenvolvi a paixão por estudos em integração solo-estrutura a partir das aulas do Prof. Dr. Henrique Dinis. Mesmo hoje, faço ainda uso do material didático da disciplina Pontes que ministrava. Expresso minha gratidão, na consciência de que grande parte da minha atividade profissional devo a estes conhecimentos iniciais. O conteúdo deste livro traz um importante aprofundamento à matéria. Espero que todos os profissionais que vierem a se inteirar de seu conteúdo, tenham a mesma sorte que tive e o utilizem com sabedoria.*

Prof. Eng. Ivan Joppert  
Engenheiro civil, consultor em fundações

## Prefácio

As obras de infraestrutura representam a espinha dorsal do desenvolvimento econômico brasileiro. Inclusive, quando urbanas, desempenham também papel social. Com a evolução da tecnologia, a concepção de projetos, não somente da infraestrutura propriamente, mas também das obras de escavação e contenção que envolvem o tema, tem exigido igual correspondência quanto ao planejamento dos processos de construção, seja pelas técnicas inovadoras que vêm sendo aplicadas, seja o tratamento analítico a ser dado no dimensionamento dos elementos estruturais e de fundação.

Nesse contexto, destaca-se a relevância deste livro, que trata dos conceitos relacionados aos projetos de fundações e obras de contenção de uma forma inovadora, aprofundando-se nos fundamentos que regem a interação entre o solo e as estruturas. Traz, ainda, uma visão diferenciada sobre o comportamento das estruturas de fundação e contenção, demonstrando a larga experiência do autor nesse tipo de obra da engenharia geotécnica.

Sobre o autor, Prof. Dr. Henrique Dinis, tive o privilégio de ter maior contato com ele quando ingressei como docente no curso Engenharia Civil do Mackenzie, porém já o conhecia quando aluna desta mesma Instituição, tendo-o como professor.

Aqui, cabe observar o papel fundamental que a UPM teve na formação do autor: a princípio, nela obteve bacharelado em Engenharia Civil; seguiu especializando-se na construção de pontes, pela agência Japan International Cooperation Agency, em Tóquio, o que o habilitou, a seguir, a ingressar no corpo docente da mesma escola de engenharia, na qual passou a lecionar a disciplina Pontes. Ao longo de sua vida profissional, o autor participou de diversos projetos na área de infraestrutura urbana.

Envolveu-se em questões que traziam intervenções urbanísticas em projetos de fundos de vale e de implantação de avenidas, razão pela qual decidiu-se por realizar seu doutorado em Arquitetura e Urbanismo, o que o fez pela Faculdade de Arquitetura e Urbanismo da UPM. Atualmente, Henrique Dinis leciona as disciplinas de Obras de Terra e Estradas, completando várias décadas como docente na instituição.

Portanto, sendo eu titulada com doutorado em Infraestrutura de Transportes pela Universidade de São Paulo, tenho grande satisfação em apresentar este livro, que traz contribuições deste renomado especialista na área, cujas experiências e conhecimentos ampliam a discussão sobre esse assunto tão relevante para a engenharia. Acredito que essa obra não apenas servirá como um guia prático, mas também como um convite à reflexão sobre a importância de um planejamento cuidadoso e de uma execução rigorosa na construção de estruturas e fundações que envolvem escavações, essencial para a segurança e durabilidade das nossas obras de infraestrutura.

Profa. Dra. Patrícia Barbosa  
Docente do curso de Engenharia Civil na  
Universidade Presbiteriana Mackenzie

# Apresentação

Várias obras tiveram um papel fundamental para a evolução da engenharia geotécnica e estrutural, em todo o mundo. A exemplo, no Brasil, obras como a Rodovia dos Imigrantes, Ponte Rio-Niterói e Ferrovia do Aço, na década de 1970, foram referências em seu tempo para o desenvolvimento e aplicação de novas técnicas, especialmente as voltadas a obras de estruturas e fundações de pontes, contenções de encostas, bem como a construção de túneis. Também, a partir de projetos de hidroelétricas como as de Ilha Solteira, Itaipu, entre outras que contribuíram para o desenvolvimento econômico brasileiro por estes anos, verificou-se um avanço significativo na tecnologia do concreto, além de grande desenvolvimento técnico em várias ciências aplicadas, como a de Mecânica dos Solos.

Nesse contexto, o autor, em 1978, no início de sua trajetória profissional, teve a oportunidade de envolver-se com tais temáticas, a partir de sua participação em projetos de viadutos da Ferrovia do Aço, no trecho entre Itutinga e Volta Redonda, em que se exigiu, para alguns deles, reforços de fundações para conter massas de talús. De forma pioneira, como método para obtenção dos esforços nas estruturas e fundações, recorreu-se à aplicação do então software STRUDL – do inglês *Structural Design Language* –, estabelecendo-se matrizes de flexibilidade com base em dados paramétricos do solo, de modo a representar a rigidez do solo nos vínculos com as fundações. Este recurso foi utilizado em razão da baixa capacidade de processamento dos computadores da época. Aplicações como esta, do MEF (método dos elementos finitos), ainda que incipientes para uma análise global, embasaram o desenvolvimento

de novos procedimentos em análise estrutural, com reflexos percebidos ainda na atualidade.

Em 1979, o autor, buscando se aprimorar na especialidade de projetos de pontes, realizou, por meio da agência JICA, em Tokio, o curso *Bridges Construction*, quando teve contato com técnicas especiais aplicadas a fundações, como encoframentos e *jet grouting*, o que contribuiu significativamente para seu aprofundamento em análises de fundações mediante interação solo-estrutura. Também, estudos sobre a contribuição do solo em sistemas pilar-estaca, em alternativa a métodos analíticos e semiempíricos, então em prática, foram fundamentais para sua evolução profissional. A partir de 1980, teve como foco a aplicação de vários métodos de análise em projetos de viadutos e aterros de travessia viária em represas de inundação de barragens da extinta Companhia Energética de São Paulo (Cesp), nas usinas Nova Avanhandava, Três Irmãos e Porto Primavera.

Acompanhando a constante evolução dos recursos voltados à análise estrutural, em 1987, atuando na empresa Figueiredo Ferraz, elaborou projetos de vários viadutos. Um destaque foi a proposta para uma passagem inferior da avenida Brasil sob a avenida Rebouças, com contenção lateral em paredes diafragma, quando teve contato com conceitos que foram fundamentais para aplicações futuras do método de evolução das tensões, utilizando nas análises o software de elementos finitos unidimensional próprio da empresa. Logo após, em 1988, ocupando o cargo de coordenador dos projetos de execução do Anel Viário Metropolitano de São Paulo, teve oportunidade de aplicar o software RHEO-STAU, programa desenvolvido pelo Instituto Federal de Tecnologia de Zurique, o qual é específico para análises em solo-estrutura por meio de modelos bidimensionais. Esse software, com licença de utilização pelo Metrô de São Paulo, foi precursor nesse tipo de análises, tendo sido aplicado pelo próprio autor na elaboração de projetos em que se utilizou paredes diafragma como fundação ou contenção, uma aplicação então inédita. Como resultado dessas propostas, em 1988, apresentou um trabalho técnico sobre o cálculo de paredes diafragma pelo MEF, no “Microgeo 88 – Simpósio sobre aplicações de microcomputadores em geotecnia”, em que trouxe resultados de análises realizadas em paredes diafragma, mais precisamente, uma passagem viária sob a Av. Lyons, em Rudge Ramos, e paredes de contenção lateral de um trecho de canalização do Ribeirão dos Couros, em uma região de solo argiloso mole.

Elaborou ainda, o autor, pessoalmente, na sequência de sua vida profissional, inúmeros trabalhos que envolveram estudos de fundações e contenções, muitos de relevância, como projetos de vários viadutos na cidade de São Paulo e pontes sobre os rios Tietê e Paraná; obras em paredes diafragma para canalizações de córregos e

passagens viárias inferiores; elaboração de processos construtivos e análise de fundações para várias obras de contenção, piers, estruturas enterradas, dentre outras.

Também, no âmbito acadêmico, no ensino na Escola de Engenharia Mackenzie, com disciplinas como Pontes e Obras de Terra, pode dedicar-se a pesquisas e ações extensionistas, que resultaram em muitos trabalhos em congressos e publicação de vários livros, a partir dos quais, desenvolveu erudição e adquiriu expertise para suas produções, como o presente trabalho.

Pessoalmente, tenho minha formação em solos, com doutorado pela Escola Politécnica da USP, mas sou bacharel em Engenharia Civil pela Universidade Presbiteriana Mackenzie, e tive a oportunidade de conhecer o professor Henrique Dinis, enquanto aluna. Avaliando a obra, vejo que seu conteúdo está intimamente relacionado a grandes obras civis, como estruturas e fundações de pontes, contenções e escavações. Portanto, possui um papel importante na formação dos engenheiros civis ao abordar a interação solo-estrutura com profundidade. Esse assunto é considerado não trivial e extremamente complexo, e a apresentação de situações-problema é de grande relevância para a construção do conhecimento e da atuação profissional com responsabilidade. De cunho teórico/prático, o autor leva o conhecimento técnico por meio de exemplos práticos, e destaca-se por apresentar métodos de resolução realistas, cujas demonstrações representam um importante instrumento para a análise de elementos estruturais e de fundações, o que faz desta obra, uma importante contribuição ao meio técnico e acadêmico. Aproveito para parabenizar o autor pela importante obra e pela dedicação e exercício da docência ao longo de décadas.

Profa. Dra. Kamila R. Cassares Seko  
Coordenadora do curso de Engenharia Civil da  
Universidade Presbiteriana Mackenzie



# CAPÍTULO 1

## Introdução

O solo, em seu estado natural, provém de formações diversas, resultante de fenômenos geológicos que envolvem os maciços rochosos, causa do contínuo remodelamento da superfície da crosta terrestre. As camadas mais superficiais do substrato, constituídas ainda pela rocha sã, encontram-se em constante alteração, apresentando, a massa rochosa, fraturas com fragmentos em decomposição, evoluindo, a partir da formação de resíduos, na formação da camada de cobertura das encostas. Por sua vez, a camada superficial de resíduos sofre ainda transformações, sob ação de diversos agentes, apresentando contínua desestruturação, o que resulta, no final desse processo, na formação de partículas minerais soltas, os solos residuais.

Esse processo, que se encontra em contínua evolução, denomina-se intemperismo. Se de origem química, por exemplo, pode agir por dissolução, causando a desassociação de partículas minerais ou, mais profundamente, alterando a estrutura cristalina das rochas de origem. A água é o agente mais poderoso do processo, e carrega ácidos orgânicos, sais minerais, ou dióxido de carbono, por exemplo, dissolvidos, ao penetrar pelas fraturas das rochas, ou por sua porosidade, altera sua constituição. Se for físico, o intemperismo provém da ação de efeitos externos, também provenientes de vários fatores, como a erosão superficial causada pela abrasão dos ventos e chuva; variações térmicas que provocam tensões internas e desagregação de sua estrutura básica; e o enraizamento de espécies arbóreas de porte, que causa a expansão do solo, entre

outros. Nesse contexto, as partículas minerais, que dão origem aos resíduos, são então submetidas a processos erosivos e, a seguir, carregadas pelas ações atmosféricas ou pelo escoamento das águas pluviais pelas vertentes, até sua deposição final, em cotas mais baixas, dando origem a outras formações, como os solos coluvionares, se depositados no sopé das encostas, ou os solos de várzeas, característicos dos fundos de vale. Ulbrich *et al.* (2023) descrevem os processos de formação dos solos a partir dos fenômenos de intemperismo. Há também outras formações inerentes ao processo, como os solos aluvionares provindos dos regimes fluviais dos rios, ou as deposições de partículas finas de sedimentos carregadas pelas ações atmosféricas, de cinzas vulcânicas, entre outros fenômenos. Assim, como decorrência dos fenômenos que envolvem seu processo de formação, são raros os casos em que os solos sejam encontrados na natureza como massas homogêneas e isotrópicas, dotadas de elevado índice de recuperação volumétrica pós descarregamento, o que torna complexas quaisquer análises relacionadas ao estado natural de tensões e deformações.

Por outro lado, os solos apresentam, mesmo na natureza, um comportamento físico-mecânico que assegura sua estabilidade diante de várias solicitações, seja pela acomodação dos esforços internos causados ao longo do processo de sua formação, ou pelas transformações geológicas e físicas que ocorrem a partir de seu estado natural inicial. Havendo instabilidade das massas de solo, as causas têm várias origens, podendo ser externas, como cargas aplicadas na superfície do terreno e alterações das vertentes; ou internas, causadas por infiltrações das águas superficiais, variações térmicas, entre outras, levando a vários tipos de movimento de massa. Massad (2010) descreve as causas que desencadeiam movimentos de massa, com destaque para escorregamentos, rastejo, deslizamentos de talus ou avalanches.

Mesmo em seu estado natural, como resultado de sua formação, internamente ao solo, desenvolve-se um estado de tensões em reação aos desequilíbrios causados pela conformação irregular do relevo ou pelas estratificações decorrentes dos fenômenos inerentes à sua própria formação. O estado interno de tensões em uma massa de solo provém também de suas propriedades, que interferem na compatibilidade entre as tensões e as deformações geradas internamente, em reação aos desequilíbrios causados pelas acomodações. Assim, a ciência que estuda o comportamento físico e mecânico das massas de solo denomina-se Mecânica dos Solos e é, portanto, fundamental para o desenvolvimento deste trabalho.

Para a engenharia, o estudo do comportamento das massas de solos e rochas tem papel fundamental no estabelecimento de métodos analíticos ou técnicas construtivas, como soluções para problemas relacionados à sua própria estabilidade natural ou àqueles decorrentes de alterações causadas por ações externas. Nesse aspecto, um dos principais capítulos da engenharia geotécnica é o estudo do estado interno de tensões das massas de solo, recorrendo-se a teorias e métodos voltados à determinação das *tensões normais* e de cisalhamento, compatíveis com um determinado estado de deformações.



## CAPÍTULO 2

# Propagação das tensões no solo

Para os solos, o conceito de tensão interna é similar ao utilizado na análise estrutural de sólidos, podendo ser interpretado como um caso particular. Os sólidos são compostos por partículas que apresentam, entre si, forças de ligação, decorrentes de sua composição atômica ou molecular, como no caso de metais, materiais cerâmicos ou mesmo, minerais, ou do efeito da cementação entre grãos minerais, como no caso das rochas, que de certa forma, são responsáveis pelas ligações de aglutinamento entre partículas. Este aglutinamento é responsável pela manutenção da condição de estado rígido da massa de um corpo sólido, mesmo que em processo de ruína, possibilitando o desenvolvimento de *tensões normais* e de cisalhamento em um plano qualquer do elemento sólido. Diferenciam-se os solos, deste contexto de análise, por não resistirem a forças de tração impostas por ações externas, ou pelo menos, em intensidade suficiente para a manutenção da condição de estado rígido diante das solicitações que levariam a massa do solo à ruptura. No entanto, mesmo na ausência de uma estrutura interna resistente, quando confinado, o solo apresenta um comportamento semelhante ao de um sólido, diferenciando-se pelo fato de que as tensões de equilíbrio não são internas, mas externas, as quais são impostas pela condição de confinamento. Valida-se, assim, nas análises dos efeitos da aplicação de carregamentos externos ou internos a uma massa de solo, a teoria da elasticidade. No entanto, *é importante ressaltar* que a aplicação da teoria da elasticidade aos solos limita-se a determinadas envoltórias limites. O principal condicionante para validar a teoria é

que, para os solos, o meio deverá estar confinado, sem o que, ao se desenvolver tensões de tração, não haverá reação, ou ao menos, esta não será suficiente para resistir a este efeito, o que causará descolamento entre as partículas. Esse efeito, em parte, é minimizado em solos argilosos, em razão da presença da coesão.

Além disso, nos solos, a necessária proporcionalidade entre tensões e deformações só se estabelece para níveis baixos de sollicitação, a partir do qual, estabelece-se um estado plástico. Especialmente quando há flutuação das tensões, na maioria dos casos, os solos apresentam baixa restituição volumétrica e pouca recuperação elástica, o que altera os modelos teóricos de análise a cada ciclo de recarregamento. Deverá assim, para uma correspondência com a teoria da elasticidade, haver uma tensão confinante pré-existente para absorver a descompressão decorrente da propagação e espraçamento das tensões internas no meio solo. Ainda, deve-se considerar que para aplicação da teoria da elasticidade, de forma prática, a massa de solo deveria ser homogênea. Não o sendo, para solos não homogêneos, dentro dos limites físicos de análise e havendo estratificações, é *necessário* recorrer a análises numéricas complexas, por exemplo, o método dos elementos finitos (MEF). Para as análises que envolvem problemas específicos e com limites de estudo bem definidos, a resolução por meio da teoria da elasticidade ainda é uma prática utilizada.

A denominação de “tensão” para qualquer meio material refere-se à ação de uma força por unidade métrica de área. Como o solo é um meio semi-infinito, para qualquer carregamento aplicado em sua superfície, por exemplo, por meio de uma placa, seja qual for a sua dimensão, haverá o espraçamento das tensões internas nos três eixos principais  $z$ ,  $x$  e  $y$ . Na condição de estabilidade da massa do solo, o confinamento equilibrará as reações aos deslocamentos do solo diante do espraçamento, até os limites em que se estabelecem tensões de tração. Essa tensão interna, de confinamento, denomina-se de estado de repouso. Assim, se tomarmos uma partícula em uma massa de solo em repouso, haverá sempre uma tensão no eixo vertical  $z$ , equilibrada por duas componentes horizontais, paralelas aos eixos  $x$  e  $y$ , como mostra a Figura 2.1.

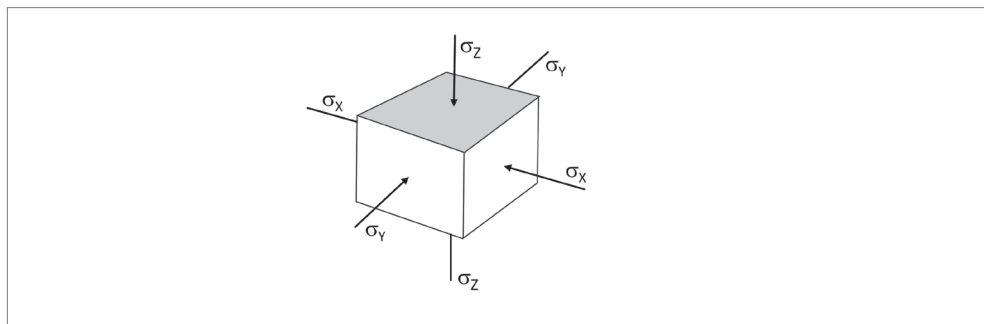
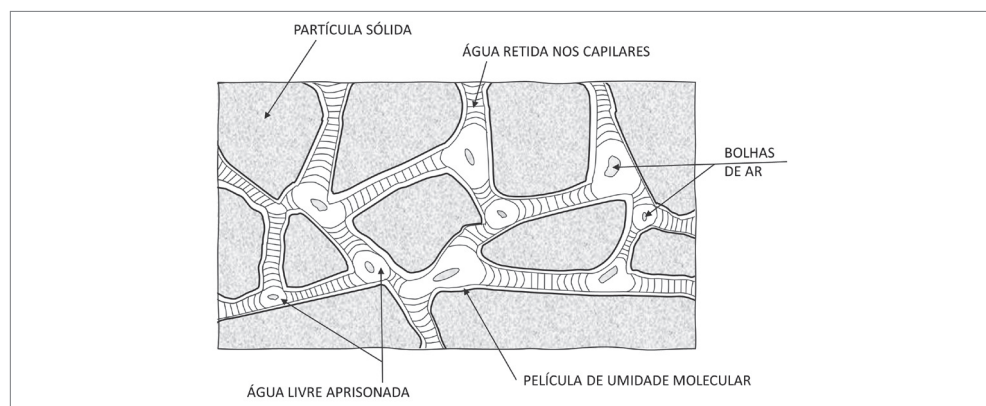


Figura 2.1 Tensões atuantes em um elemento solo.

Estando a massa do solo confinada, homogênea e isotrópica, e submetida unicamente ao próprio peso, com a superfície do terreno horizontal, essa massa de solo se encontrará em equilíbrio estático, ou seja, os esforços e deslocamentos se anulam em qualquer ponto situado no campo de análise e, particularmente, as tensões de cisalhamento nos planos referenciais  $x$ ,  $y$  e  $z$  se anulam.

Assim, evidencia-se, para que essa condição seja verdadeira, que internamente à massa de solo, desenvolvam-se tensões horizontais em equilíbrio com o estado de deformações formado, denominadas tensões de confinamento, as quais representam o estado de repouso do solo.

O meio solo é constituído de três fases: sólida, líquida e gasosa, como mostra a Figura 2.2. A fase sólida corresponde às partículas minerais que constituem o solo, apresentando volumetria, forma e vazios entre si. Os vazios são preenchidos pela fase líquida, que constitui a água contida, e pela fase gasosa, formada pelos gases que compõe a atmosfera.



**Figura 2.2** Fases de uma massa de solo.

Fonte: adaptada de Francis (1980).

A água contida em uma porção de solo pode preencher parcialmente ou plenamente seus vazios. Quando plenamente, define-se o solo como saturado; e, quando parcialmente, a água representa um teor de umidade. Assim, as várias fases em que pode se encontrar a água no meio solo, são descritas a seguir:

- *higroscópica*: película de umidade molecular. Não interfere significativamente com o teor de umidade da massa de solo, podendo ser desconsiderada.
- *adesiva*: película retida nos poros por forças eletrostáticas de atração entre as moléculas de água e os grãos minerais, que envolvem a massa de solo, responsáveis pela ascensão capilar e forças resistivas à percolação, denominadas de forças de adesão.

- *capilar*: água retida que preenche os capilares, podendo ocorrer, ou não, seu deslocamento. Para que se estabeleça um fluxo de percolação, deverá ocorrer pressão hidrostática que vença as forças de adesão nos capilares.
- *livre*: água não retida pelas forças capilares, encontra-se em estado de livre escoamento, sem resistência ao deslocamento, movida pelas forças gravitacionais, como no caso de um meio formado por cascalho.

Uma massa de solo pode encontrar-se nos estados: *seca*, que não é usual e pode ser obtida por processos de secagem em laboratório; *saturada*, quando os vazios estão plenamente preenchidos; ou na forma de *umidade natural*, assim encontrada na natureza, estado intermediário de umidade entre os dois anteriores.

Para cada uma dessas situações, define-se para o solo um peso específico: *natural*, diante da umidade natural; *seco* ou *saturado*. Seu peso específico  $\gamma_s$ , pode se referir aos três estados de teor de saturação.

Assim, o peso específico do solo  $\gamma_s$ , corresponde a um valor de força por unidade métrica cúbica, que envolve o peso da massa que representa as partículas sólidas e o peso da água contida em seus vazios. Quando denominado de  $\gamma_{nat}$ , representa o peso específico na forma em que se encontra na natureza, sem controle sobre a umidade.

Quando o solo estiver saturado, mas em estado de repouso, a água contida nos poros não causa poropressão, sendo este estado de tensão denominado de *pressão neutra*. Havendo percolação induzida por uma diferença de potencial hidráulico ou poropressão causada por alteração na matriz estrutural do solo, o estado de *pressão neutra* de repouso do solo sofre variações, podendo ocorrer alterações por poropressões, tanto negativas como positivas, no interior da massa de solo.

O peso específico dos solos pode ser obtido em laboratório, por ensaio próprio, que relaciona o peso de uma amostra de solo relativamente ao seu volume envoltório. A seguir, seguem duas tabelas indicativas de prováveis pesos específicos de vários solos *in situ*, quando relacionados ao índice de resistência à penetração  $N_{SPT}$ .

**Tabela 2.1** Valores prováveis do peso específico para solos coesivos

Argila / Argila pouco arenosa	$N_{SPT}$	Peso específico (kN/m <sup>3</sup> )	
		$\gamma_{natural}$	$\gamma_{saturado}$
Muito mole	$\leq 2$	15	16
Mole	3 a 5	16	18
Média	6 a 10	18	19
Rija	11 a 19	19	19
Dura	$\geq 20$	20	20

**Tabela 2.1** Valores prováveis do peso específico para solos coesivos

Argila / Argila pouco arenosa	$N_{SPT}$	Peso específico (kN/m <sup>3</sup> )	
		$\gamma_{natural}$	$\gamma_{saturado}$
Argila porosa média	8	16	18
Argila orgânica arenosa	1 a 2	15	15
Turfa	$\leq 1$	12	12

**Tabela 2.2** Valores prováveis do peso específico para solos arenosos

Areia / Areia pouco argilosa	$N_{SPT}$	Peso específico (kN/m <sup>3</sup> )		
		$\gamma_{seco}$	$\gamma_{natural}$	$\gamma_{saturado}$
Fofa	$\leq 5$	15	17	18
Pouco compacta	5 a 8	16	18	19
Med. compacta	9 a 18	17	19	20
Compacta	19 a 40	18	20	21
Muito compacta	$\geq 40$	18	20	21
Areia siltosa fofa	$\leq 5$	16	18	19
Areia siltosa med. compacta	9 a 18	19	20	21

Neste trabalho, adota-se a seguinte convenção para a nomenclatura do peso específico:

- $\gamma_{seco}$  – seco;
- $\gamma_s$ ;  $\gamma_{nat}$  – em umidade natural;
- $\gamma_{sat}$  – saturado.

## 2.1 COMPONENTE VERTICAL DAS TENSÕES NO SOLO

O solo se encontra permanentemente submetido a uma pressão vertical  $P_z$ , que corresponde ao seu peso próprio por unidade de área em que atua. Quando a massa do solo é homogênea, em situação de isotropia, sob superfície horizontal do terreno, essa será a componente de tensão vertical a que o solo estará submetido, em determinada profundidade específica. Havendo, no entanto, irregularidades no relevo, cargas acidentais aplicadas na superfície, anisotropia, não homogeneidade das massas de solo, a cada profundidade, haverá um equilíbrio específico para o arranjo das tensões que atuam nas três direções. Como fatores de desequilíbrio ao estado de tensões, pode-se citar alguns exemplos, como a variação altimétrica do relevo (vertentes), estratificações não horizontais, variações térmicas, tensões induzidas por carregamentos parciais na superfície, entre outros.

Em geral, as tensões internas no solo decorrem da transmissão de componentes de força por meio do contato entre as arestas das partículas do solo, transmitidas de grão a grão, podendo resultar em arranjos variados por acomodação das pressões verticais, que causam compressibilidade também variadas à massa de solo. Desse modo, é essencial que haja compatibilidade no arranjo das tensões, quanto ao equilíbrio, considerando tanto as componentes de confinamento vertical e horizontal como as tensões de cisalhamento.

### Pressão vertical no solo

Em solos depositados em estratos horizontais contínuos, em um meio homogêneo e isótropo, sem interferência de efeitos desestabilizadores do equilíbrio natural de tensões, a componente de tensão vertical resulta exclusivamente da pressão exercida pelo peso próprio do solo e eventuais cargas acidentais, que sejam constantes e contínuas na superfície. Horizontalmente, as tensões de confinamento atuam para manter esse equilíbrio. Ver tensões de repouso na seção 2.2.

Em situação de repouso, ou seja, atuando no elemento solo unicamente os efeitos da pressão exercida pelo peso da massa de solo e cargas acidentais distribuídas, tem-se que a tensão total  $\sigma_v$ , atuante em um elemento solo, considerada a uma profundidade  $H_s$ , decorrente do efeito gravitacional da massa de solo, atuando nessa profundidade, será:

$$\sigma_v = \gamma_{\text{nat}} \cdot H_s \quad (2.1.1)$$

sendo:

$\gamma_{\text{nat}}$ : peso específico natural do solo.

### Efeito da água contida nos poros

Como resultado da presença de água contida nos vazios do solo, há três situações distintas para se analisar:

1. Tensão total ( $\sigma_v$ ): a água contida no solo não preenche plenamente seus vazios, correspondendo às águas higroscópicas e adesivas, retidas por capilaridade, referindo-se à umidade capilar. Nesse caso, a tensão interna corresponde ao peso da massa de solo e da água contida em seus vazios, como em (2.1.1).
2. Tensão efetiva ( $\sigma_v'$ ) [solo em repouso]: refere-se ao solo saturado, em que a água contida no solo preenche plenamente os vazios. Nesse caso, a água presente no meio solo, em sua continuidade, encontra reação no meio externo. Interna-

mente à estrutura do solo, as componentes das pressões hidrostáticas encontram-se em equilíbrio, não contribuindo assim na formação da componente  $P_z$ . Por outro lado, a água atua como *pressão neutra*, ou seja, como alívio das pressões de contato entre as partículas do solo, reduzindo a tensão vertical interna em proporção à pressão hidrostática exercida. No entanto, em um plano externo vinculado, que não pertença à massa de solo, serão computadas as componentes  $P_z$  correspondentes à massa do solo e da água contida em seus vazios.

3. Tensão efetiva ( $\sigma_v'$ ) [solo sob poropressão]: a água contida no solo pode se encontrar sob pressão negativa ou positiva. Na ausência de drenagem, ou no caso de atuarem carregamentos rápidos em solos pouco permeáveis, desenvolve-se poropressão. Nesse caso, ocorre alteração na pressão de contato entre os grãos, em proporção à variação da pressão interna a que os poros estão submetidos. As causas podem ser internas, por exemplo, devido à variação térmica ou contração da massa de solo, com consequente redução do índice de vazios, efeito transitório, que tende ao alívio mediante drenagem. Se externas, como a existência de diferença de potencial hidráulico, a poropressão decorre das forças de resistência à percolação.

Distingue-se, assim, como definição do estado de tensão efetiva do solo ( $\sigma_v'$ ), a conceituação que tem como base, a tensão atuante em um elemento de solo, considerada a uma profundidade  $H_s$ , decorrente do efeito gravitacional da massa de solo atuando nessa profundidade, sob ação do efeito da água em repouso contida na massa de solo. A tensão efetiva  $\sigma_v'$  pode ser determinada segundo a expressão (2.1.2)

$$\sigma_v' = (Y_{\text{sat}} - Y_w) \cdot H_s = Y_{\text{sat}} \cdot H_s - u \quad (2.1.2)$$

sendo:

$Y_s$  = peso específico natural do solo;

$Y_{\text{sat}}$  = peso específico do solo quando saturado;

$Y_w$  = peso específico da água;

$u$  = pressão hidrostática interna =  $Y_w \cdot H_s$

No esquema da Figura 2.3, pode-se verificar a composição do diagrama de variação da tensão efetiva  $\sigma_v'$  ao longo da profundidade  $H_s$ , para estado hidrostático de pressão.

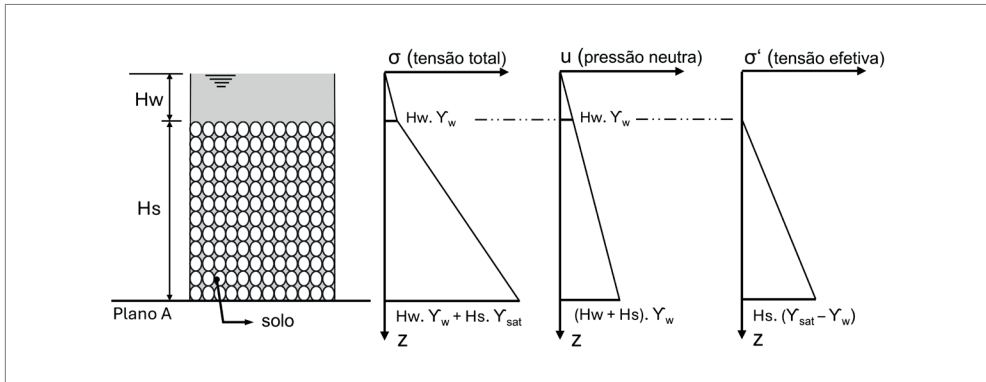


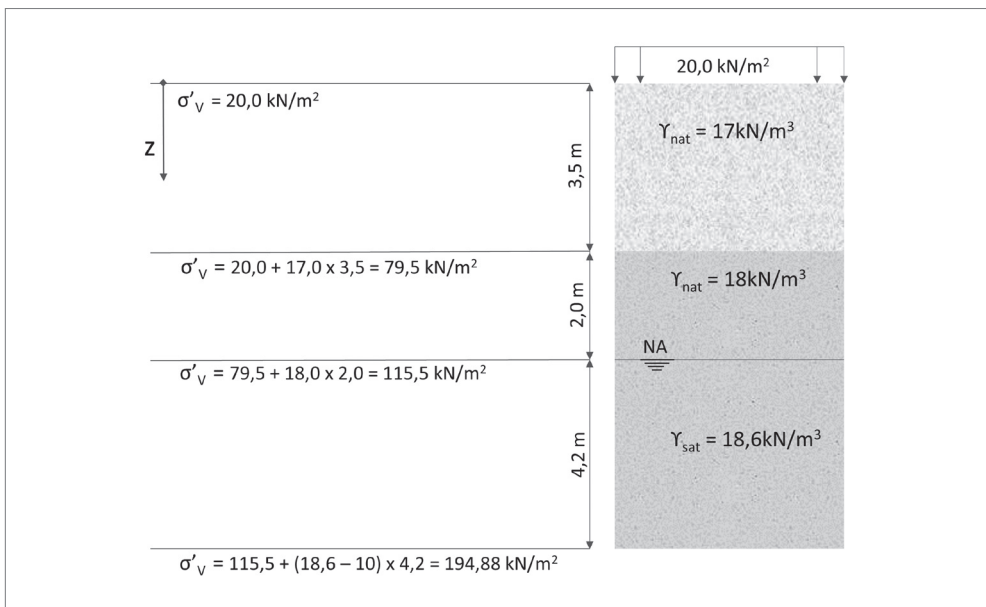
Figura 2.3 Variação da pressão efetiva em uma massa de solo.

Verifica-se, no *Plano A*, que, sendo este um vínculo externo ao sistema solo, a tensão atuante nesse plano será a tensão total  $\sigma_v$ .

## EXEMPLO 2.1

Tensão efetiva no solo

Determinar as tensões efetivas em uma massa de solo ao longo das profundidades indicadas no esquema a seguir representado:



sendo:

$$\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$$

## 2.2 TENSÕES DE CONFINAMENTO

Pela resistência dos materiais, em um elemento sólido, uma vez mobilizada uma deformação principal, ortogonalmente ao plano da solicitação, desenvolvem-se deformações de compatibilidade em proporção à deformação principal, cuja proporcionalidade é dada pelo coeficiente de Poisson  $\nu$ .

$$\varepsilon_y = \varepsilon_x = \nu \cdot \varepsilon_{z,0} \quad (2.2.1)$$

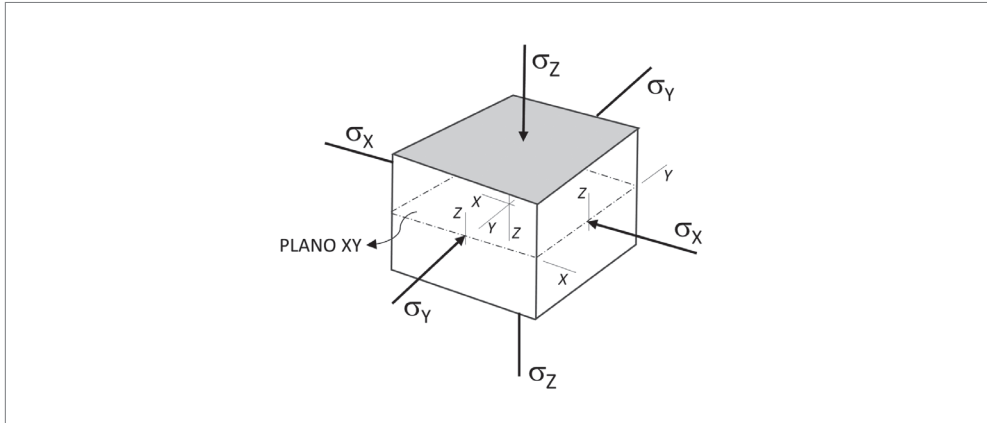
sendo:

- $\varepsilon_{z,0}$ : deformação específica decorrente da atuação das tensões verticais  $\sigma_z$ , no elemento solo.

Tratando-se de uma massa de solo pertencente a um meio semi-infinito, para um carregamento superficial infinito, seja qual for o plano ortogonal ao plano principal horizontal da solicitação, este estará confinado. Isso significa que, considerando que o sistema se encontra em estado de repouso, as deformações horizontais se anulam. Haverá, assim, uma tensão horizontal de compatibilidade, de modo a equilibrar e anular as deformações horizontais.

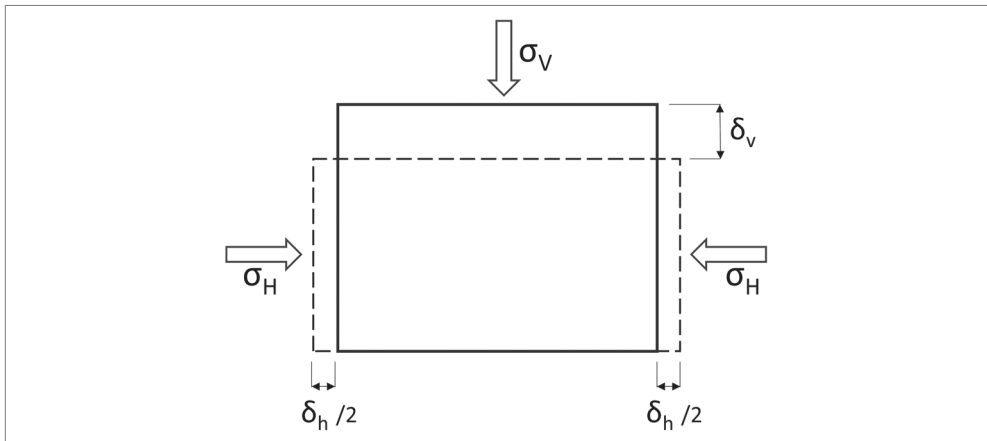
Tendo em conta as constantes elásticas do solo, o módulo de elasticidade  $E_s$  e o coeficiente de Poisson  $\nu$ , o equilíbrio tensão-deformação que formula o problema tem solução a partir da teoria da elasticidade.

Retomando ao elemento solo tridimensional da Figura 2.1, com as faces alinhadas aos eixos X, Y e Z, submetido às tensões  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ , como representado na Figura 2.4:



**Figura 2.4** Tensões internas atuantes em um elemento solo.

A partir da teoria da elasticidade, têm-se que as tensões  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ , que atuam nos planos ZY e ZX, respectivamente, ortogonais ao plano principal horizontal XY, que contém o eixo de carregamento Z, serão tensões de compatibilidade, ou de confinamento, que anulam as deformações induzidas nos eixos X e Y. Considerando um meio homogêneo e isótropo, em repouso, as tensões que atuarão nas direções X e Y deverão ser iguais, como mostra a Figura 2.5.



**Figura 2.5** Propagação das deformações e equilíbrio entre as tensões correspondentes, em uma massa de solo em repouso.

Assim:

$$\sigma_x = \sigma_y \quad (2.2.2)$$

Além disso, de acordo com o conceito de repouso do solo, as tensões de confinamento representam um estado de tensão gerado para que as deformações nos eixos  $X$  e  $Y$ , ortogonais ao principal  $Z$ , sejam nulas.

Dessa forma:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0 \quad (2.2.3)$$

Considerando o efeito de Poisson  $\nu$ , é válida a igualdade:

$$\varepsilon_z = \varepsilon_{z,0} - \nu(\varepsilon_y + \varepsilon_x) \quad (2.2.4)$$

É válida também:

$$\varepsilon_y - \nu(\varepsilon_{z,0} + \varepsilon_x) = 0 \quad (2.2.5)$$

De (2.2.3) em (2.2.5), tem-se:

$$(1 - \nu) \cdot \varepsilon_y = \nu \varepsilon_{z,0} \quad (2.2.6)$$

O que resulta, para ambas as direções,  $X$  e  $Y$ :

$$K_0 = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_{z,0}} = \frac{\nu}{(1 - \nu)} \quad (2.2.7)$$

sendo:

- $K_0$  – coeficiente de repouso do solo.

$K_0$  representa o coeficiente de proporcionalidade entre as tensões horizontais de confinamento, ou de repouso, que atuam segundo os eixos  $X$  e  $Y$ , com as verticais sollicitantes, que atuam segundo o eixo  $Z$ . Do produto entre  $K_0$  e as tensões verticais  $\sigma_z$ , obtém-se as tensões confinantes  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ , a cada profundidade do eixo  $Z$ , também denominadas de empuxo de repouso  $e_0$ .

O coeficiente de Poisson  $\nu$  pode ser obtido em ensaio *triaxial*, corrigido de forma interativa, com auxílio de formulações da teoria da elasticidade. Para obtenção do valor do peso específico dos solos para análise em estudos preliminares, sugere-se o

uso dos parâmetros apresentados na Tabela 2.3, correspondendo a valores prováveis para os solos indicados:

**Tabela 2.3** Valores prováveis para o coeficiente de Poisson  $\nu$

Tipo de solo	$\nu$
Argila saturada	0,40 a 0,50
Argila não saturada	0,10 a 0,30
Argila arenosa	0,20 a 0,30
Silte	0,30 a 0,45
Areia grossa pouco compacta	0,15 a 0,25
Areia média	0,25 a 0,35
Areia média a compacta	0,30 a 0,40
Rocha	0,20 a 0,40

## EXEMPLO 2.2

Empuxo de repouso

Para o coeficiente de Poisson  $\nu = 0,3$ , determinar o coeficiente de repouso  $K_0$

$$K_0 = \frac{0,3}{1 - 0,3} = 0,43$$

Na condição de  $\nu = 0,5$ , tem-se que  $K_0 = 1,0$ , ou seja, o solo encontra-se na condição de saturado e não drenado, gerando empuxos ocasionados pela predominância da água contida nos interstícios do solo.

As pressões no repouso, como apresentadas, não dependem da resistência ao cisalhamento do solo, mas somente de suas constantes elásticas. No entanto, apresenta-se a expressão (2.2.8), a seguir, obtida empiricamente, para determinação dos empuxos de repouso, para solos normalmente adensados, em função do ângulo de atrito interno drenado do solo  $\varphi'$ , segundo Jacky (1944, *apud* Pinto, 2006).

$$K_0 = 1 - \text{sen } \varphi' \quad (2.2.8)$$

Justifica-se a expressão ao se verificar que, para solos normalmente adensados, sendo o valor do ângulo de atrito interno  $\varphi$  relativamente alto e o intercepto na relação  $\sigma_v \times \tau$  basicamente nulo, conduz a esta condição de proporcionalidade.

### EXEMPLO 2.3

#### Empuxo de repouso

Para o ângulo de atrito interno do solo  $\varphi' = 30^\circ$ , determinar o coeficiente de repouso  $K_0$

$$K_0 = 1 - \tan^2 30^\circ = 0,5.$$

Para um substrato constituído por solo, meio semi-infinito, superfície plana, homogêneo e isótropo, as tensões de confinamento são homogêneas e variam com a profundidade, em perfeito equilíbrio estático, denominado de equilíbrio geostático ou estado de repouso. Assumem, assim, a denominação de empuxos de repouso, as tensões internas naturais de uma massa de solo, como decorrência da solicitação do próprio peso, somado a eventuais carregamentos uniformemente distribuídos aplicados em uma área de superfície com dimensão infinita. Constata-se que para esse estado de equilíbrio, as tensões de cisalhamento de qualquer elemento solo pertencente a essa massa, segundo ZX ou ZY, serão nulas. Assim, sendo o solo homogêneo, isótropo e elástico, para valores de tensões dentro do regime elástico, tem-se:

$$\sigma_x = \sigma_y = K_0 \cdot \sigma_z \quad (2.2.9)$$

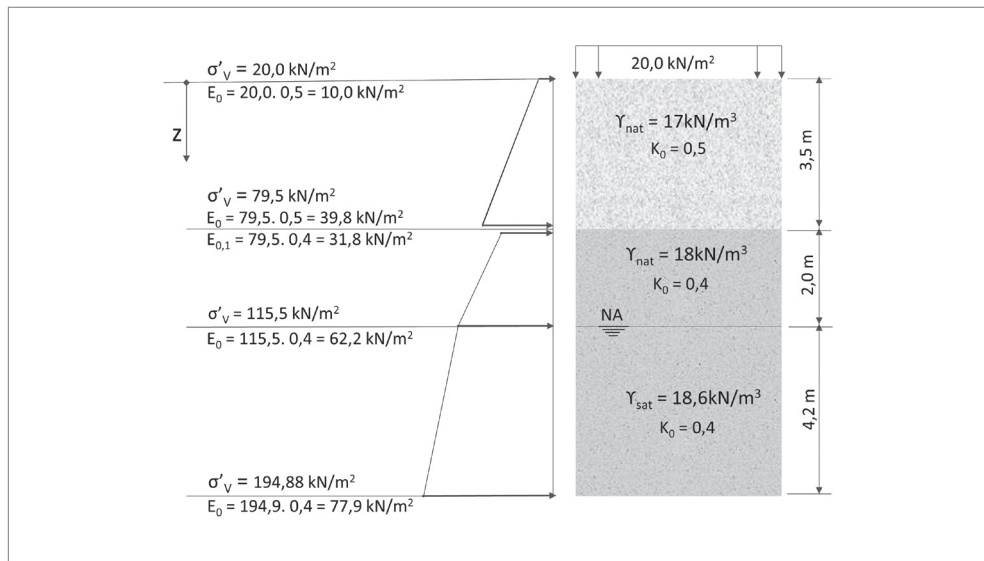
sendo:

- $K_0$ : coeficiente de empuxo de repouso.

## EXEMPLO 2.4

### Empuxos de repouso

Tomando o exemplo 2.1, a partir das tensões verticais já determinadas, calcular o valor do empuxo de repouso ao longo da profundidade em análise:



## 2.3 TENSÕES NO SOLO EM PLANOS QUALQUER – CÍRCULO DE MOHR

Em métodos numéricos de resolução, por exemplo, o MEF, para modelos planos ou tridimensionais, que envolvem a propagação de carregamentos aplicados no solo, ou para casos de escavação, interessa o conhecimento das tensões nas duas ou três direções principais, respectivamente, ou, das tensões que ocorrem em planos quaisquer, com as respectivas tensões de cisalhamento de compatibilidade de equilíbrio.

As resultantes das tensões que atuam em um elemento infinitesimal do solo podem ser orientadas segundo os três planos ortogonais e se equilibram estaticamente, em seus pares de ação e reação. No entanto, no interior do elemento solo, as superfícies planas que seccionam o elemento, em inclinações quaisquer relativamente à base referencial, somente encontram equilíbrio ao se desenvolverem tensões reativas de cisalhamento no plano inclinado em análise. As *tensões tangenciais de cisalhamento* internas ao elemento, conjuntamente com as *tensões normais*, agindo em um plano específico que secciona o elemento solo, são as incógnitas das equações de equilíbrio interno do sistema em questão.

O solo rompe pelo efeito de cisalhamento. As *tensões normais* levam uma massa de solo à ruptura, no entanto, não por ultrapassar um limite particular de compressão, mas sim, por fazerem exceder a resistência limite ao cisalhamento do solo. Importa, assim, para o estudo da ruptura dos solos, determinar o estado de tensões nos vários planos de equilíbrio que seccionam o elemento em estudo.

### 2.3.1 Equilíbrio das tensões no solo a partir do estado de repouso

No *estado de repouso*, considerando um modelo plano referencial  $zy$ , o solo encontra-se em equilíbrio unicamente a partir de suas tensões principais, que atuam, em cada profundidade, nas direções  $z$  e  $y$ . No entanto, em planos com determinada inclinação  $\alpha$ , que seccionam o plano referencial  $zy$ , desenvolvem-se *tensões normais*  $\sigma_\alpha$  e de cisalhamento  $T_\alpha$ , como equilíbrio às *tensões normais*  $\sigma_z$  e  $\sigma_y$  que atuam nas referidas direções  $z$  e  $y$ .

O esquema básico para estudo da relação entre *tensões normais* e tensões de cisalhamento, em planos inclinados  $\alpha$  em um elemento solo, pode ser desenvolvido a partir das tensões que atuam segundo os eixos ordenados referenciais do elemento,  $z$  e  $y$ .

Se for considerado um sistema plano, caso em que se situam os problemas envolvendo uma massa de solo homogêneo, em repouso, com tensões direcionadas segundo os eixos  $z$  e  $y$ , a maior das *tensões normais* atuantes que ocorre em um de seus planos é denominada de  $\sigma_1$  e a menor, que ocorre em um plano ortogonal ao primeiro, de  $\sigma_3$ . Nos referidos planos, tangencialmente, não ocorrerão tensões de cisalhamento. Assim, em uma massa de solo em estado de tensão em repouso, na qual pares de tensões ortogonais que incidem nos planos principais se anulam, pode-se representar o elemento solo, como na Figura 2.6:

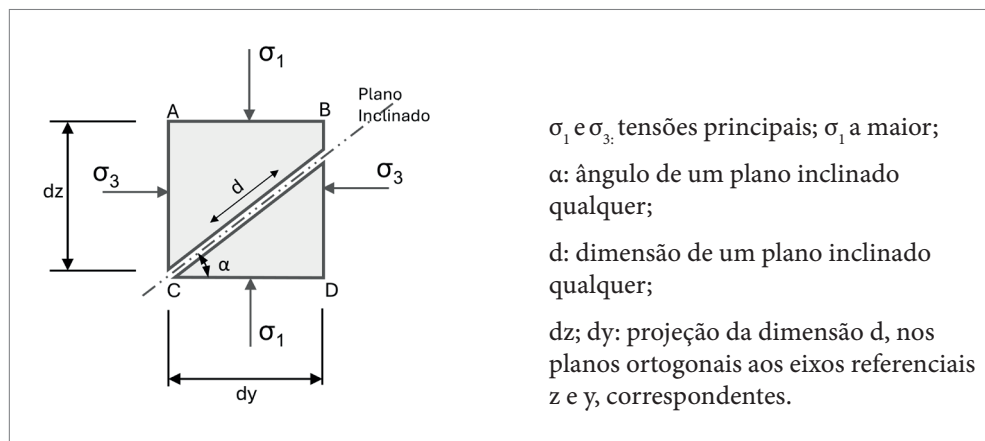


Figura 2.6 Representação das tensões principais em um elemento solo no estado plano.

Em análise à figura geométrica do elemento solo em questão, verifica-se que para haver equilíbrio, deve atuar no plano inclinado, tensões de equilíbrio às tensões principais  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$ , normais  $\sigma$  e tangenciais  $\tau$ , ambas atuando no plano  $\alpha$ . A partir desse estado de tensões, obtém-se as resultantes de equilíbrio do sistema de forças  $R$ ,  $R_1$  e  $R_3$ , como indicado na Figura 2.7.

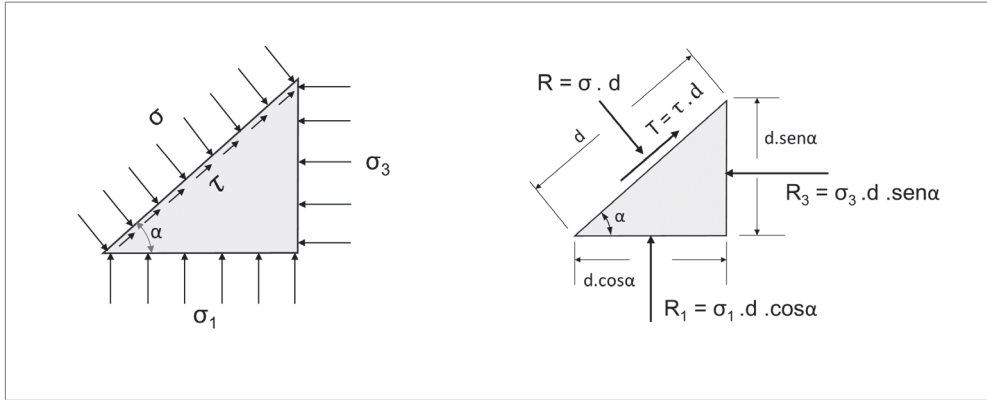


Figura 2.7 Equilíbrio das forças internas em um elemento solo.

Decompondo-se as resultantes  $R_1$  e  $R_3$  nas direções ortogonal e tangencial ao plano inclinado, obtém-se as equações de compatibilidade, como mostra a Figura 2.8.

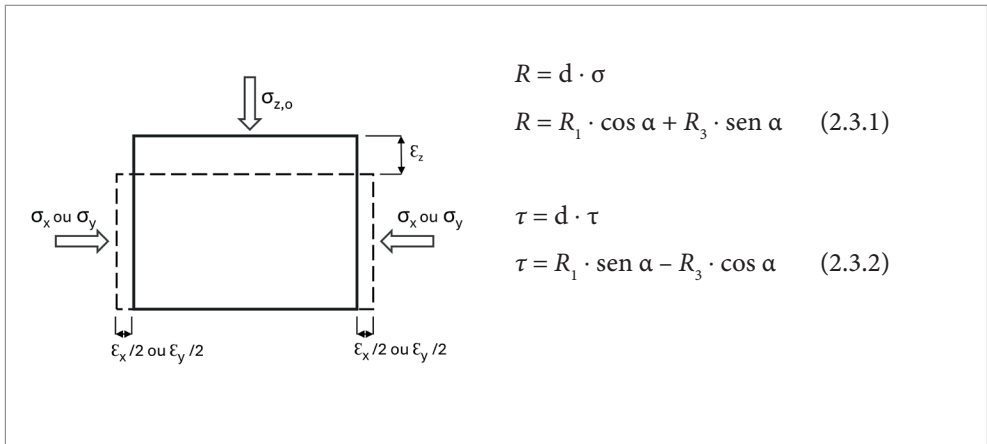


Figura 2.8 Equações de compatibilidade do equilíbrio interno no solo.

As equações (2.3.1) e (2.3.2) podem ser reescritas segundo as duas tensões principais  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$ , como a seguir:

$$R = R_1 \cdot \cos \alpha + R_3 \cdot \sin \alpha = \sigma_1 \cdot d \cdot \cos^2 \alpha + \sigma_3 \cdot d \cdot \sin^2 \alpha \quad (2.3.3)$$

e

$$\tau = R_1 \cdot \text{sen} \alpha - R_3 \cdot \cos \alpha = \sigma_1 \cdot d \cdot \text{sen} \alpha \cdot \cos \alpha - \sigma_3 \cdot d \cdot \text{sen} \alpha \cdot \cos \alpha \quad (2.3.4)$$

A partir de (2.3.3) e (2.3.4), efetuando-se as devidas transformações geométricas, obtém-se duas equações que representam graficamente um círculo em um plano cartesiano, tendo como eixo das abscissas a variação das *tensões normais*:  $\sigma_i$ , e no eixo das ordenadas, as *tensões de cisalhamento*  $\tau_i$  correspondentes, denominado de círculo de Mohr:

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \cos 2\alpha \quad (2.3.5)$$

(Abcissas) (centro) (raio) (variável)

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \text{sen} 2\alpha \quad (2.3.6)$$

(Ordenadas) (centro) (variável)

As equações (2.3.5) e (2.3.6) são independentes e fornecem valores para as incógnitas  $\sigma$  e  $\tau$ , a partir da variação de  $\alpha$ . Para cada valor de  $\alpha$ , resulta um par de valores,  $\sigma$  e  $\tau$ , que correspondem a um ponto do círculo.

Fazendo a varredura de  $\alpha$  de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , obtém-se no gráfico, um semicírculo, como mostra a Figura 2.9.

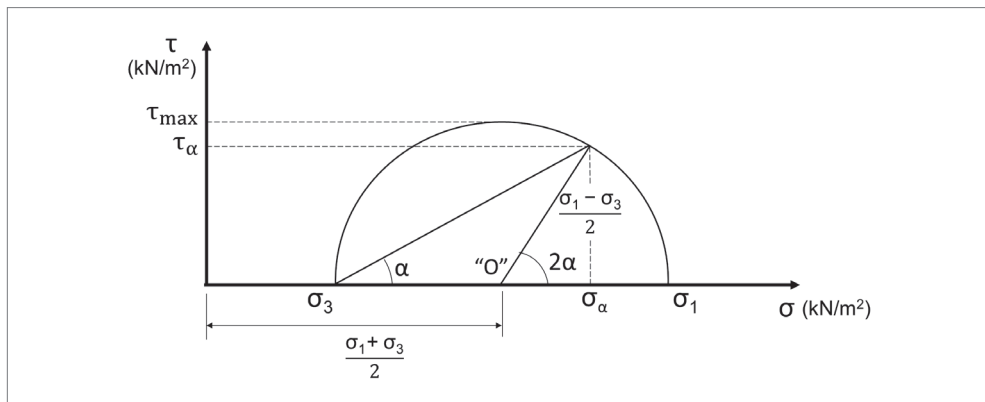


Figura 2.9 Representação do círculo de Mohr.

O ângulo  $\alpha$  estabelece a inclinação de um plano transversal que secciona o elemento solo, em que se deseja determinar as tensões que atuam neste plano de inclinação  $\alpha$ ,  $\sigma_\alpha$  e  $\tau_\alpha$ . Verifica-se:

→ para  $\alpha = 90^\circ$  e  $\alpha = 0^\circ$ , a tensão de cisalhamento:  $\tau = 0$ .

→ para  $\alpha = 45^\circ$ , a tensão de cisalhamento:  $\tau = \text{máxima}$ , é assim determinada:

$$\tau_{\max} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2}$$

→ se  $\sigma_1$  for a tensão vertical no solo e  $\sigma_3$ , a tensão de confinamento,  $\sigma_3$  é determinada como a seguir:

$$\sigma_3 = \left( \frac{\nu}{1 - \nu} \right) \sigma_1$$

Tem-se que, sendo  $\sigma_1$  a tensão vertical, a tensão máxima de cisalhamento no solo  $\tau_{\max}$ , será determinada como a seguir:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1}{2} \left( 1 - \frac{\nu}{1 - \nu} \right) \quad (2.3.7)$$

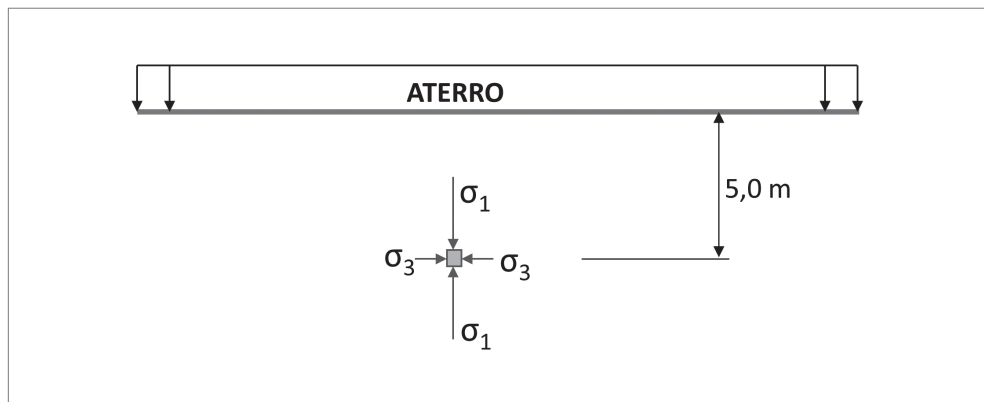
Em análise à expressão 2.3.7, verifica-se que para  $\nu = 0,5$ , o que corresponde à argila saturada,  $\sigma_1 = \sigma_3$  e  $\tau_{\max} = 0$ . Em outro extremo, para uma argila não saturada, porosa, média e muito compressível, admitindo-se  $\nu = 0,1$ , tem-se que:  $\tau_{\max} = 0,44 \sigma_1$ , o que corresponde a um material de comportamento semelhante a um sólido.

## EXEMPLO 2.5

Aplicação círculo de Mohr

Supondo um aterro com 10,0 m de altura, cujo peso específico do solo é  $\gamma_a = 18 \text{ kN/m}^3$  e as dimensões horizontais do aterro indeterminadas (extensão considerada contínua). O solo de base do aterro tem peso específico  $\gamma_s = 19 \text{ kN/m}^3$  e  $\nu = 0,35$ .

- a) Determinar a máxima tensão de cisalhamento, que atua a uma profundidade de 5,0 m, durante a aplicação do carregamento, sabendo-se que as tensões de confinamento no subsolo, ao término da implantação do aterro, terão mobilizado somente 70% da tensão produzida pelo aterro, mais a que existia inicialmente no solo natural.



Para o coeficiente de Poisson  $\nu = 0,35$ , o coeficiente de repouso  $K_0$ , será:

$$K_0 = \frac{0,35}{1 - 0,35} = 0,54$$

Tendo em conta que para cargas aplicadas na superfície com dimensões contínuas, o coeficiente de propagação das cargas, na vertical, no centro de sua aplicação é aproximadamente 1,0, tem-se:

$$\sigma_1 = 19,0 \cdot 5,0 + 18,0 \cdot 10,0 = 275,0 \text{ kN/m}^2$$

Sabendo-se, como dados do problema, que:  $\sigma_3 = K_0 (\gamma_s + 0,7 \cdot \gamma_a)$

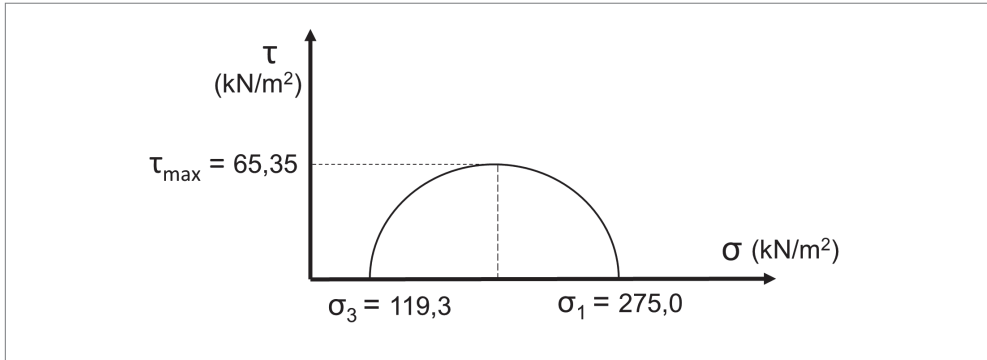
$$\sigma_3 = 0,54 (19,0 \cdot 5,0 + 0,7 \cdot 18,0 \cdot 10,0) = 119,3 \text{ kN/m}^2$$

Sabe-se que a máxima tensão de cisalhamento ocorre no plano inclinado de  $45^\circ$ , o que corresponde, no círculo de Mohr, à altura máxima do semicírculo, ou seja, ao valor do Raio.

$$\tau_{\max} = R = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2}$$

$$\tau_{\max} = R = \frac{(275,0 - 119,3)}{2}$$

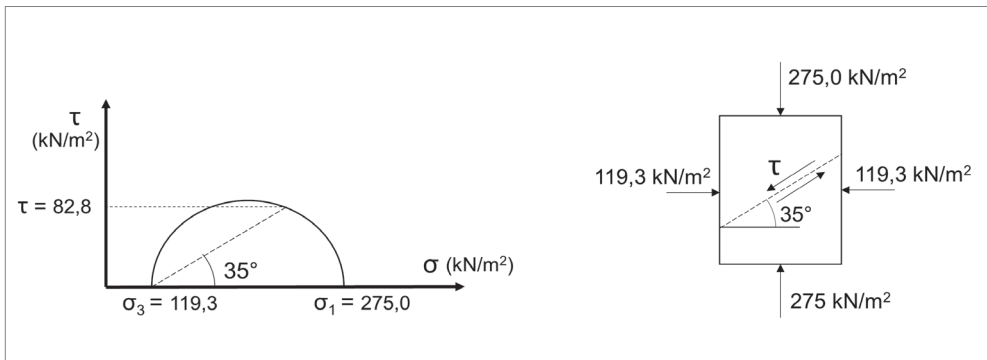
$$\tau_{\max} = 65,35 \text{ kN/m}^2$$



- b) Determinar, por meio da formulação, a tensão de cisalhamento que ocorrerá na mesma profundidade de 5,0 m, considerando um plano inclinado de  $35^\circ$ .

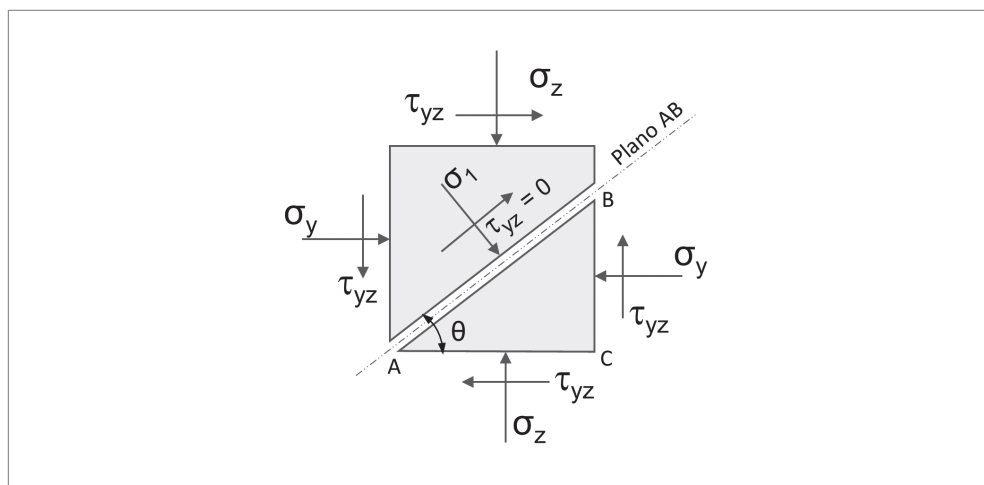
$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \sin 2\alpha$$

$$\tau = \frac{(275 - 119,3)}{2} \cdot \sin(2 \cdot 35) = 82,8 \text{ kN/m}^2$$



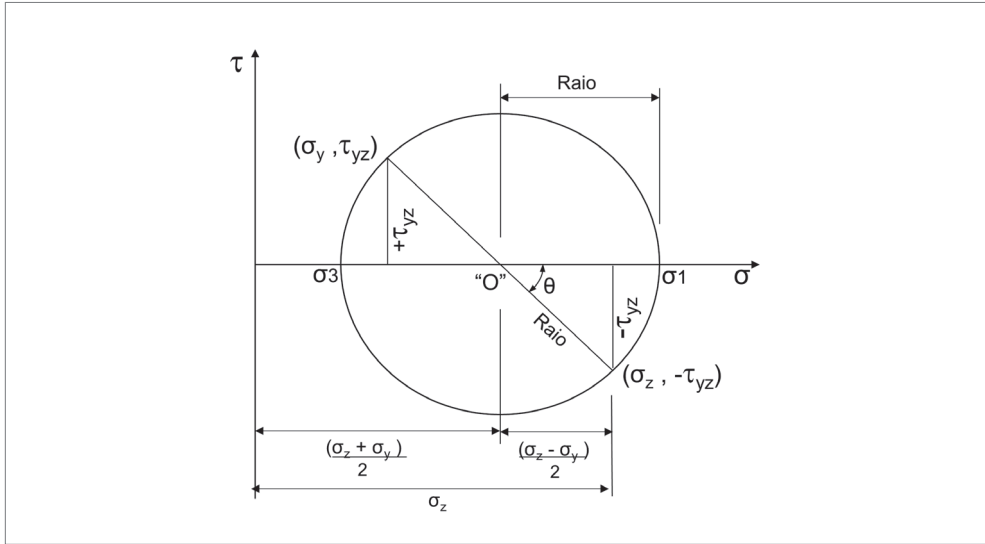
### 2.3.2 Equilíbrio das tensões no solo em um plano qualquer

Tendo como referência, atuando no elemento solo, um estado de tensões que não seja o de repouso, por exemplo, causado por cargas descontínuas aplicadas na superfície, ou decorrentes de estratificações no subsolo, ondulações do terreno, ou outros, que causem desarranjo do equilíbrio interno das tensões, desenvolve-se, nos planos referenciais ortogonais do elemento solo, considerando um modelo plano, um estado de tensões  $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{yz}$ , responsáveis por seu equilíbrio geral. A partir desse estado de tensões, pode-se determinar as tensões principais  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$ , as inclinações dos respectivos planos principais e a tensão de cisalhamento máxima  $\tau_{yz, max}$ . Ver Figura 2.10.



**Figura 2.10** Equilíbrio de forças em um elemento solo referenciado pelos planos y e z.

Considerando as *tensões normais* e de *cisalhamento* que atuam nos planos referenciais y e z, da Figura 2.10, e representando-as no esquema do círculo de Mohr, pode-se, por meio de relações geométricas, determinar as tensões principais  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$ , como indicado na Figura 2.11:



**Figura 2.11** Solução geral para determinação das tensões principais em um elemento solo.

$$\text{Raio} = \sqrt{\frac{(\sigma_z - \sigma_y)^2}{2} + (\tau_{yz})^2} \quad (2.3.8)$$

As tensões principais  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$ , serão:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_y + \sigma_z}{2} + \text{Raio} \quad (2.3.9)$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_y + \sigma_z}{2} - \text{Raio} \quad (2.3.10)$$

## EXEMPLO 2.6

Tensões no solo em planos quaisquer

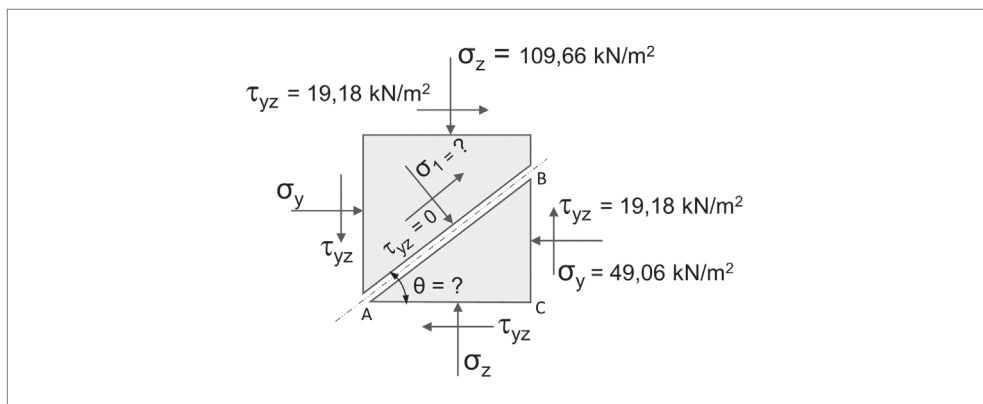
Considerando um elemento solo como indicado no esquema a seguir, correspondendo a um elemento pertencente a uma malha para processamento segundo o MEF, modelo plano, obteve-se como resultado, o estado de tensões indicado no referido esquema:

$$\sigma_y = 49,06 \text{ kN/m}^2 ; \sigma_z = 109,66 \text{ kN/m}^2 ; \tau_{yz} = 19,18 \text{ kN/m}^2$$

Dados do solo:

$$\varphi = 28^\circ$$

$$c = 20 \text{ kN / m}^2$$



Determinar:

- tensões principais e a inclinação do plano principal maior, relativamente ao eixo referencial orientado segundo Y;
- máxima tensão de *cisalhamento*  $\tau_{yz,max}$  e a *tensão normal* concomitante  $\sigma_\alpha$ , atuantes, e a inclinação, segundo a horizontal, da respectiva superfície, com referência a esse estado de tensão.

Determinar o fator de segurança contra a ruptura ao cisalhamento para a tensão máxima  $\tau_{yz,max}$  encontrada.

Tensões principais

$$\text{Raio} = \sqrt{\frac{(\sigma_z - \sigma_y)^2}{2} + (\tau_{yz})^2}$$

$$\text{Raio} = \sqrt{\frac{(109,66 - 49,06)^2}{2} + (19,18)^2} = 35,86 \text{ kN / m}^2$$

de (2.3.9) e (2.3.10)

$$\sigma_1 = \frac{109,66 + 49,06}{2} + 35,86 = 115,22 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_3 = \frac{109,66 + 49,06}{2} - 35,86 = 43,5 \text{ kN/m}^2$$

$$\theta = \arcsen \left( \tau_{yz} / \text{Raio} \right)$$

$$\theta = \arcsen \left( \frac{19,18}{35,86} \right) = 32,57^\circ$$

Tensão de cisalhamento máxima

$$\tau_{yz, \max} = \text{Raio} = 35,86 \text{ kN/m}^2$$

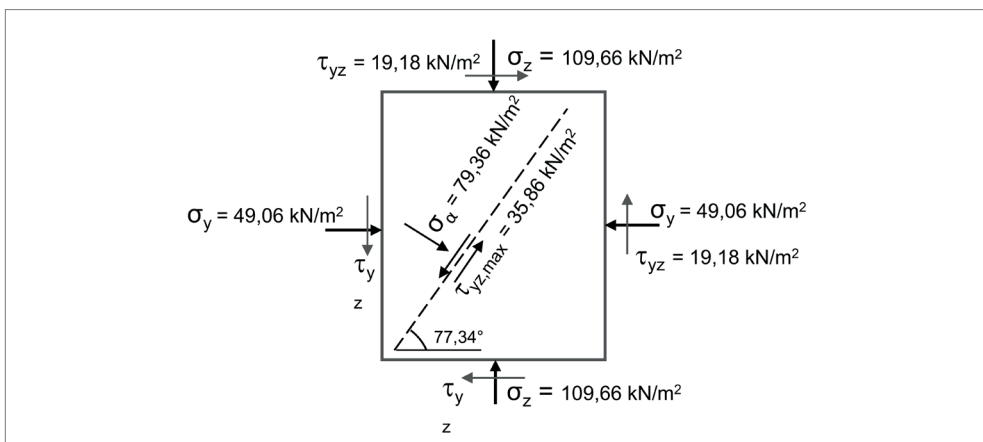
$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{115,22 + 43,5}{2} = 79,36 \text{ kN/m}^2$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\theta = 32,34^\circ$$

$$\theta + \alpha = 45^\circ + 32,34^\circ = 77,34^\circ$$

Esquema final de tensões



Para a determinação do fator de segurança contra a ruptura por cisalhamento, para a tensão máxima  $\tau_{yz,max}$  encontrada, aplica-se a expressão 2.5.2, como a seguir:

$$\tau_{lim} = \sigma \cdot \operatorname{tg} \varphi + c \quad (2.5.2)$$

$$\tau_{lim} = 79,36 \cdot \operatorname{tg} 28 + 20,0 = 62,19 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$FS = \frac{62,19}{35,86} = 1,73$$

## 2.4 PROPAGAÇÃO DE TENSÕES INDUZIDAS NO SOLO

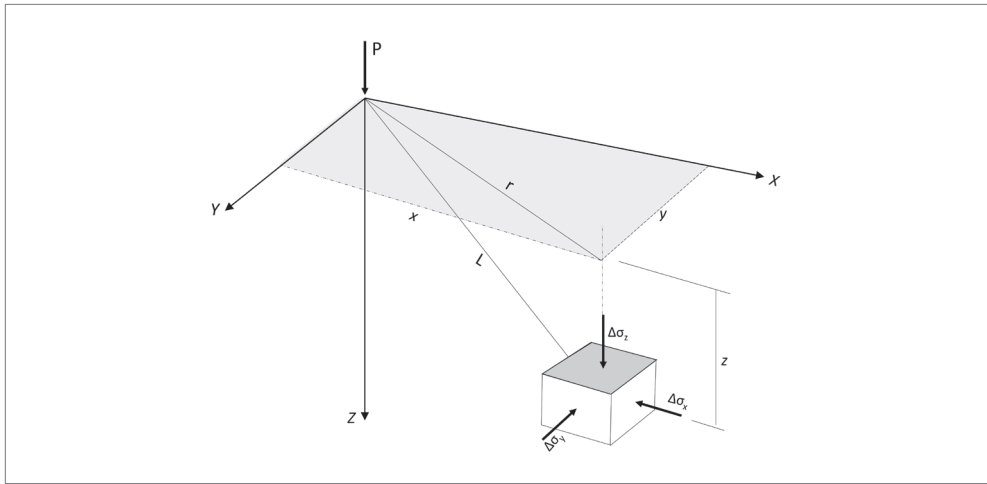
Qualquer carregamento não contínuo aplicado na superfície de uma massa de solo ou em seu interior, a partir do estado de repouso, induz a um estado de tensões não uniformes, que se propagam pelo solo. A propagação dessas tensões, assim induzidas, pode ser determinada com base na teoria da elasticidade. No contato direto entre o carregamento com o solo, ocorrem deformações que se propagam segundo os preceitos da energia da deformação, reduzindo sua magnitude ao longo da trajetória de caminhamento, em decorrência da mobilização crescente de camadas subjacentes. São preponderantes na determinação da propagação das deformações e consequente distribuição das tensões na massa de solo, a forma da superfície de aplicação do carregamento e sua intensidade, como também as propriedades, heterogeneidade e anisotropias do solo. O comportamento do solo diante dos limites de proporcionalidade na curva tensão-deformação também é relevante para o resultado da acomodação das deformações. Outros fatores podem interferir, em função de casos particulares aplicáveis.

A resolução de um problema genérico pode ter tratamento por meio de métodos numéricos, como o MEF, modelando-se o solo por meio de uma malha de elementos discretos arranjados de modo a reproduzir o comportamento do solo mediante a aplicação de determinado carregamento. Para problemas de aplicação usual, na prática, vários autores apresentaram formulações obtidas por análises efetuadas pela teoria da elasticidade, limitando-se suas aplicações, no entanto, a casos particulares, cuja validade se restringe aos solos homogêneos, isótropos e dentro do limite elástico. A seguir, apresenta-se algumas das soluções propostas.

### 2.4.1 Modelo para carga pontual aplicada

Boussinesq, em 1885, elaborou um modelo analítico para determinação das formulações para a propagação e determinação das tensões no interior de uma massa de solo, decorrentes da aplicação de uma carga concentrada  $P$  aplicada na superfície do solo. Nesse modelo, o solo foi considerado homogêneo e isótropo, em meio semi-infinito, com comportamento linear para a relação tensão-deformação.

Além disso, Boussinesq apresentou formulações para a propagação do acréscimo de tensões segundo a orientação do eixo vertical  $Z$ , a partir do qual considera-se o espreadimento na horizontal, fornecendo, então, segundo as coordenadas polares, o acréscimo de *tensões normais* e de cisalhamento causado pela carga concentrada aplicada. Esse modelo foi posteriormente adaptado para o traslado do sistema coordenado polar para eixos ortogonais  $Z$ ,  $X$  e  $Y$ , como apresenta Das (2011), conforme mostra a Figura 2.12, referindo-se às *tensões normais*.



**Figura 2.12** Representação da solução de Boussinesq para distribuição de um carregamento pontual no solo.

O acréscimo de *tensão normal* em um elemento infinitesimal do solo de coordenadas  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , será:

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{L^5} \quad (2.4.1)$$

$$\Delta\sigma_x = \frac{P}{2\pi} \left[ \frac{3x^2 \cdot z}{L^5} - (1-2\nu) \cdot \left( \frac{x^2 - y^2}{L \cdot r^2 (L+z)} + \frac{y^2 \cdot z}{L^3 \cdot r^2} \right) \right] \quad (2.4.2)$$

$$\Delta\sigma_y = \frac{P}{2\pi} \left[ \frac{3y^2 \cdot z}{L^5} - (1-2\nu) \cdot \left( \frac{y^2 - x^2}{L \cdot r^2 (L+z)} + \frac{x^2 \cdot z}{L^3 \cdot r^2} \right) \right] \quad (2.4.3)$$

sendo:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2.4.4)$$

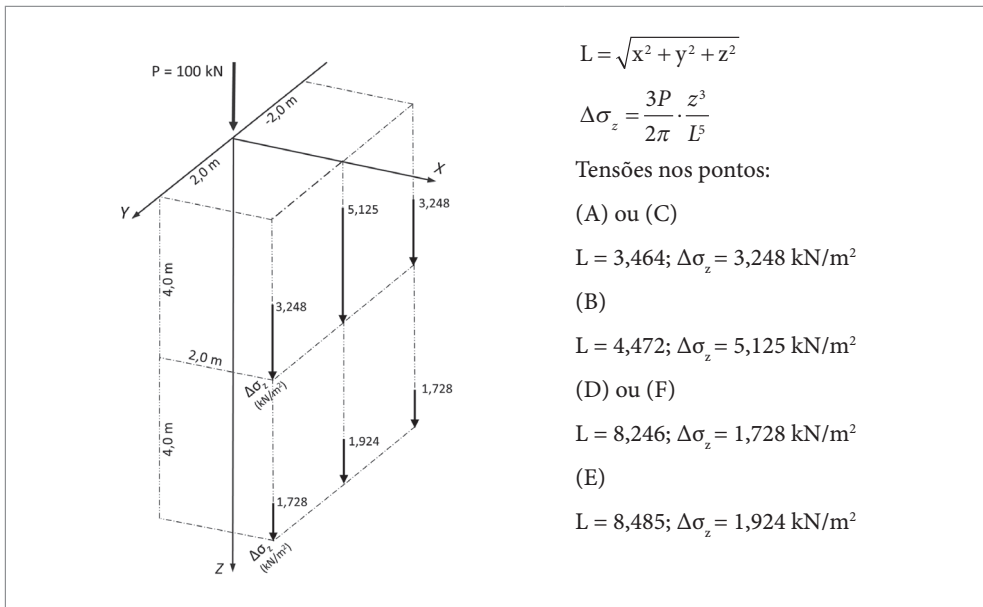
$$L = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (2.4.5)$$

$\nu$  = coeficiente de Poisson

## EXEMPLO 2.7

*Tensões normais decorrentes de carregamento pontual aplicado na superfície do solo*

Para um carregamento pontual de 100 kN aplicado em uma superfície do solo com coeficiente de Poisson,  $\nu = 0,45$ , determinar os acréscimos de tensões verticais nos pontos coordenados  $(x, y, z)$ : A (2,0, 2,0, 4,0); B (2,0, 0,0, 4,0); C (2,0, -2,0, 4,0); D (2,0, 2,0, 8,0); E (2,0, 0,0, 8,0); F (2,0, -2,0, 8,0).



$$L = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{L^5}$$

Tensões nos pontos:

(A) ou (C)

$$L = 3,464; \Delta\sigma_z = 3,248 \text{ kN/m}^2$$

(B)

$$L = 4,472; \Delta\sigma_z = 5,125 \text{ kN/m}^2$$

(D) ou (F)

$$L = 8,246; \Delta\sigma_z = 1,728 \text{ kN/m}^2$$

(E)

$$L = 8,485; \Delta\sigma_z = 1,924 \text{ kN/m}^2$$

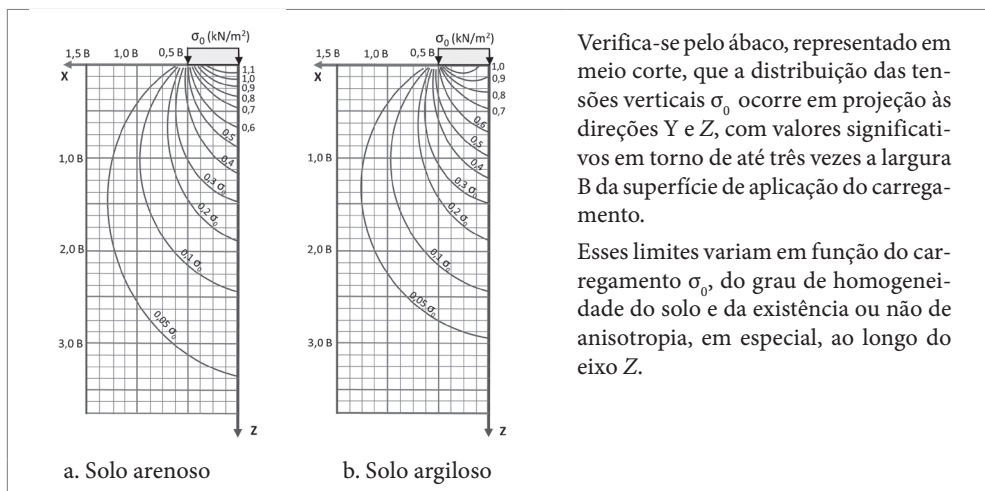
Verifica-se, por esse exemplo, que à medida que um plano de incidência das tensões resultantes da distribuição da carga torna-se mais distante da aplicação da carga, a variação das tensões no plano torna-se mais homogênea.

A solução de Boussinesq foi adaptada para várias aplicações frequentes de carregamento sobre o solo, com contribuições de vários autores, para casos como: carregamentos em linha, em área de dimensões restritas, de largura restrita e comprimento contínuo, em taludes, entre outros.

Uma aplicação imediata da solução de cargas pontuais aplicadas na superfície refere-se à determinação de curvas isóbaras, que expressam os valores das tensões no caminhamento da propagação pelo solo, para o traçado de bulbos de tensão. Nesse caso, ao se assumir uma largura  $B$ , para uma placa em análise, a profundidade a ser pesquisada para determinar o limite do bulbo de tensões, com suficiente precisão, pelas formulações, deve atender a relação a seguir:

$$Z > 3B$$

Como procedimento para o traçado geométrico das curvas, considera-se genericamente a determinação da tensão em pontos coordenados em uma malha regular, com linhas verticais e horizontais equidistantes, interpolando-se então os resultados para a formação de curvas isóbaras, de igual tensão, como mostra a Figura 2.13. Normalmente, adota-se curvas intercaladas de décimos da máxima tensão aplicada diretamente sob a placa, considerando-se o limite de 5% para a última, a partir do qual, a evolução da variação das tensões se torna desprezível para fins práticos.

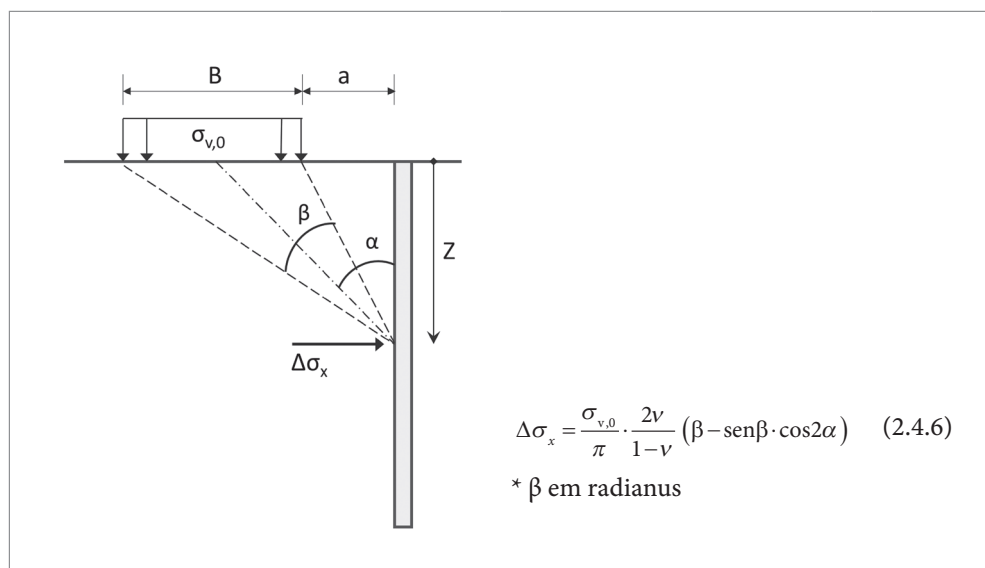


**Figura 2.13** Representação esquemática em meia seção de prováveis bulbos de tensões a partir de curvas isóbaras, para solos arenosos e argilosos.

Para placas com áreas que excedem o limite dessa relação, quanto a profundidades de interesse, deve-se recorrer a aplicações de formulações mais exatas, por exemplo, utilizando-se a solução de Newmark, como demonstra Pinto (2006), que se utiliza dos ábacos elaborados por Fadum (1948), para permitir a construção das curvas a partir de carregamentos aplicados na superfície do solo em áreas de superfícies discretas.

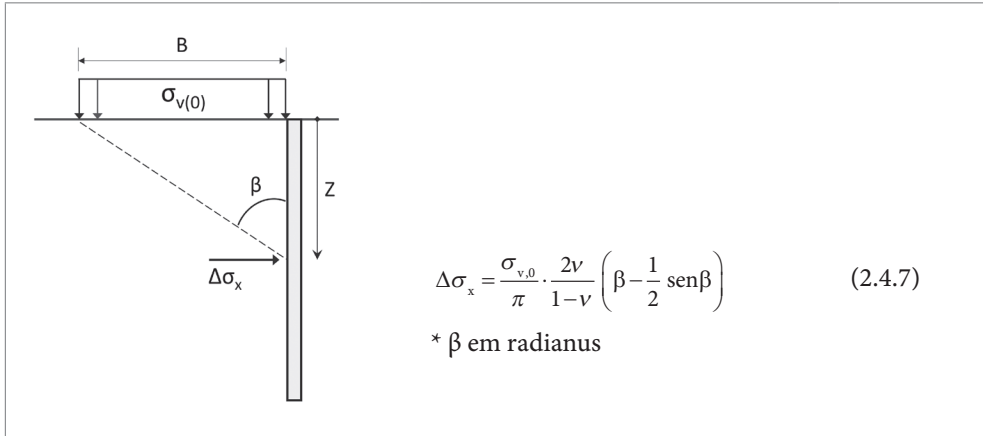
#### 2.4.2 Modelo para propagação de carga parcialmente distribuída aplicada na superfície do solo

Esse caso de carregamento é muito utilizado na determinação das pressões horizontais que atuam em um paramento vertical, em projetos de obras de contenção, em que não tenha ocorrido o desconfinamento do solo no lado do terrapleno, como no caso de obras em paredes diafragma, cortinas atirantadas ou cortinas de estacas. Como aplicação adaptada do modelo de Boussinesq, pode-se determinar a pressão horizontal que incide em uma parede ao longo de sua profundidade, desconsiderando-se o atrito entre o solo e a parede, a partir da expressão da Figura 2.14:



**Figura 2.14** Solução para pressões horizontais em uma parede considerando carregamentos horizontais aplicados em superfície discreta.

Se a distância  $a$  for igual a zero, a faixa de carregamento se situará junto à parede e a expressão para determinar a pressão horizontal que incide na parede, pode ser considerada como na Figura 2.15:



**Figura 2.15** Solução para esforços horizontais em uma parede para carregamentos horizontais na superfície aplicados em faixas contíguas à borda da parede.

Verifica-se que se  $B$  tender a um valor infinito,  $\beta$  tende a  $90^\circ$  e o valor de  $\Delta\sigma_x$  poderá ser tratado diretamente como acréscimo de tensão calculado pelo coeficiente:

$$K_0 = \frac{\nu}{1-\nu}$$

## EXEMPLO 2.8

Tensões induzidas por carregamento distribuído aplicado na superfície

Para esboçar o diagrama de acréscimo de tensões decorrente de um carregamento uniformemente distribuído de  $20,0 \text{ kN/m}^2$ , em uma faixa com largura de  $9,0 \text{ m}$ , aplicado na superfície do solo e junto a uma parede enterrada, de rigidez considerada infinita, com profundidade,  $Z = 12,0 \text{ m}$ , calcular  $\Delta\sigma_x$  para cada  $\frac{1}{4}$  da profundidade  $Z$ . Sabe-se que o coeficiente de Poisson,  $\nu = 0,3$ .

$$\Delta\sigma_x = \frac{\sigma_{v,0}}{\pi} \cdot \frac{2\nu}{1-\nu} \left( \beta - \frac{1}{2} \text{sen}\beta \right)$$

Têm-se para os dados:

$$\Delta\sigma_x = \frac{20,0}{\pi} \cdot \frac{2 \cdot 0,3}{1 - 0,3} \left( \beta - \frac{1}{2} \operatorname{sen}\beta \right)$$

para:

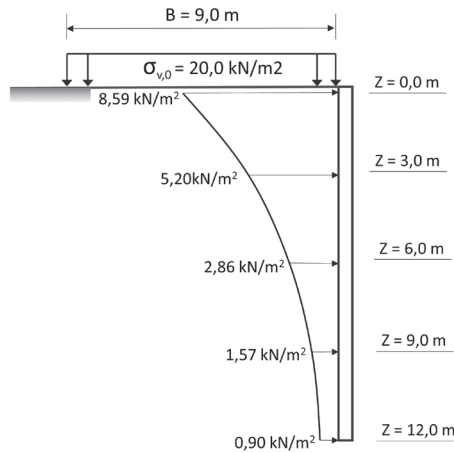
$$z = 0,0 \text{ m: } \Delta\sigma_x = 8,59 \text{ kN/m}^2$$

$$z = 3,0 \text{ m: } \Delta\sigma_x = 5,20 \text{ kN/m}^2$$

$$z = 6,0 \text{ m: } \Delta\sigma_x = 2,86 \text{ kN/m}^2$$

$$z = 9,0 \text{ m: } \Delta\sigma_x = 1,57 \text{ kN/m}^2$$

$$z = 12,0 \text{ m: } \Delta\sigma_x = 0,90 \text{ kN/m}^2$$



## 2.5 RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DO SOLO

A capacidade dos solos em resistir ao efeito de cargas sob ação tangencial, denomina-se de resistência ao cisalhamento. Esta propriedade dos solos não está somente relacionada às suas características físicas e mecânicas, mas também é resultante de inúmeros fatores, como o tipo de carregamento atuante, do confinamento e do grau de liberdade para se deformar. A resistência ao cisalhamento, propriamente, é diretamente proporcional a dois fatores: o primeiro refere-se ao engripamento entre os grãos, especialmente no caso de solos granulares; e o segundo diz respeito à contribuição da coesão existente entre as partículas finas que compõe a massa de determinados solos. Agindo diretamente na porção mais granular dos solos, a ação da *tensão normal* efetiva é preponderante para a resistência ao cisalhamento, tendo em vista ser relevante o efeito ocasionado pelo engripamento entre os grãos. A resistência ao cisalhamento dos solos é definida como a sollicitação tangencial limite que atua em um plano interno a uma massa de solo, tendo como expressão:

$$\tau_{\text{lim}}' = (\sigma - u) \cdot \operatorname{tg}\varphi' + c \quad (2.5.1)$$

sendo:

- $\tau_{\text{lim}}'$ : tensão limite de cisalhamento obtida por ensaio não drenado;

- $\sigma$ : tensão normal aplicada;

u: poropressão desenvolvida durante o ensaio;

$\varphi'$ : ângulo de atrito interno obtido por ensaio não drenado do solo;

c: coesão.

Ou, genericamente, para ensaios drenados:

$$\tau_{\text{lim}} = \sigma \cdot \text{tg}\varphi + c \quad (2.5.2)$$

A expressão (2.5.2) é decorrente de uma envoltória de resultados de ensaios de corpos de prova à ruptura ao cisalhamento em laboratório, plotados em um gráfico cartesiano, tendo no eixo das ordenadas as tensões de ruptura ao cisalhamento do corpo de prova, aplicadas concomitantemente às *tensões normais*  $\sigma$ , plotadas no eixo das abscissas. A forma do gráfico está representada na Figura 2.16:

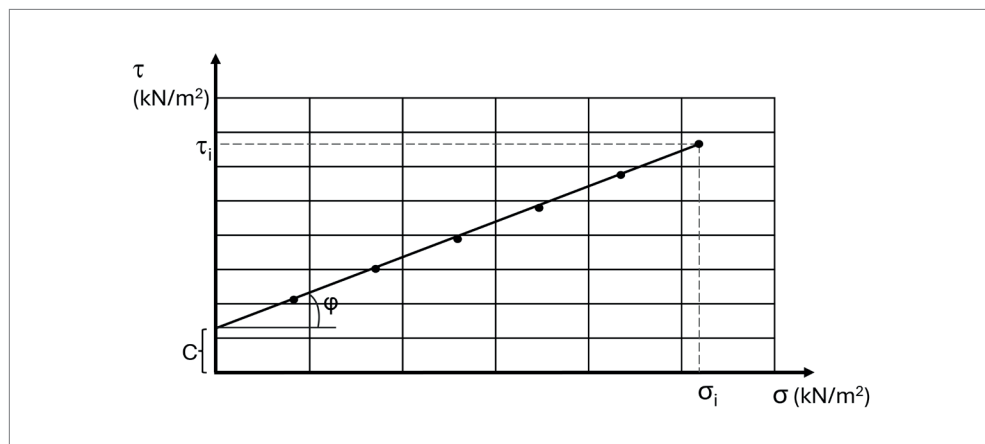


Figura 2.16 Representação esquemática da reta envoltória de ruptura ao cisalhamento do solo.

Observa-se, pelo gráfico de cisalhamento, que o ângulo  $\varphi$ , denominado de ângulo de atrito interno de solo, corresponde ao coeficiente angular da reta envoltória dos resultados dos ensaios de ruptura dos corpos de prova ao cisalhamento direto, e c, à defasagem da ordenada no intercepto da reta envoltória com a origem dos eixos coordenados, conceitualmente, esse valor é atribuído à ocorrência de coesão para o solo ensaiado.

Em campo, a resistência ao cisalhamento dos solos pode ser obtida diretamente por meio de critérios semiempíricos, utilizando-se de ensaios, como *deep sounding*, *vane test* e o pressiométrico, descritos em sua execução e aplicação por Schnaid e Odebrecht (2012). Vale-se de correlações típicas a cada um deles, para obtenção de

resultados. Por ensaios de campo, entretanto, só é possível uma única tomada de resultados para determinada amostragem do solo, não sendo possível desenvolver uma correlação que permita extrapolar os resultados a outros valores de projeto.

Assim, para gerar um gráfico cartesiano que represente uma expressão analítica para interpretação do comportamento de uma amostra de solo à resistência ao cisalhamento, em referência à Figura 2.16, deve-se recorrer a ensaios de laboratório, realizados em corpos de prova obtidos de uma mesma amostra de solo. Os ensaios normalmente utilizados para este fim são: *cisalhamento direto* e *compressão triaxial*.

### 2.5.1 Relações diretas obtidas por ensaio de cisalhamento direto

O ensaio de cisalhamento direto, o mais antigo, simples e comum, consiste em acomodar em uma caixa bipartida na horizontal, um corpo de prova que represente uma amostra de solo. Essa caixa é acoplada a uma prensa que aplica uma pressão normal vertical  $\sigma$  à superfície superior do corpo de prova. Como procedimento, a parte superior da caixa é deslocada horizontalmente relativamente à inferior, e de forma contínua, pela aplicação de uma força horizontal  $T$ , até provocar a ruptura por cisalhamento  $\tau$  do corpo de prova, por corte puro, registrando-se o avanço da força até atingir o valor da ruptura. Ver Figura 2.17. Mede-se, assim, a tensão cisalhante  $\tau$  a que foi submetida o solo, do início do ensaio até sua ruptura, relativamente à *tensão normal* aplicada, registrando-se os valores limites da tensão tangencial  $\tau_{lim}$ .

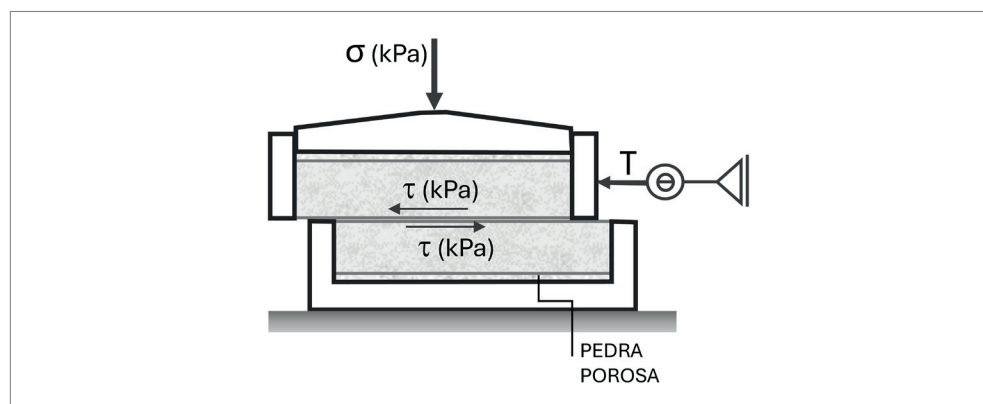


Figura 2.17 Esquema do aparelho para ensaio de cisalhamento direto em laboratório.

A estabilização da tensão tangencial, que tende a um valor constante, representa em seu valor residual, a tensão de plastificação, ou limite ao cisalhamento. Em alguns tipos de solo, aqueles mais compactos ou rijos, pode ocorrer uma ruptura frágil, após um pico de tensão. Nesses casos, a tensão residual pode não representar perfeitamente o valor da tensão de plastificação referencial, comprometendo a interpretação dos

resultados. Normalmente, para os solos de consistência média, a ruptura é progressiva até a plastificação. Ver Figura 2.18.

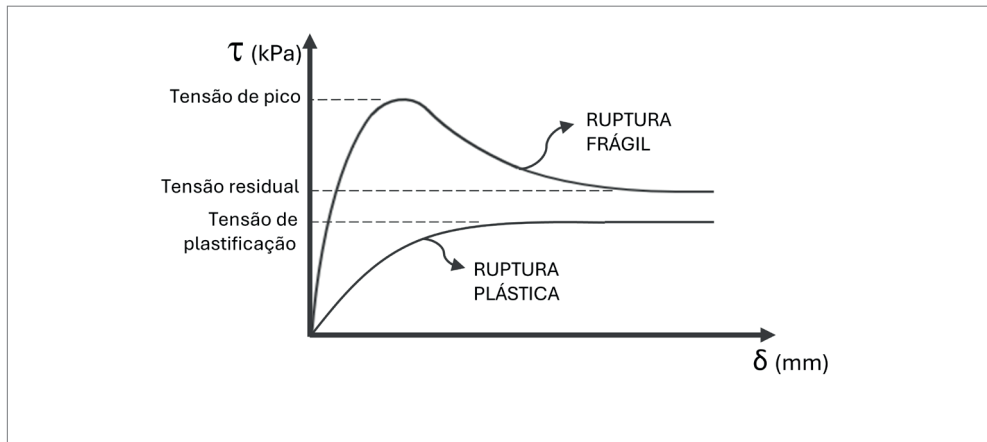


Figura 2.18 Esquema de resultados típicos em ensaio de corpo de prova ao cisalhamento direto.

O procedimento é efetuado em vários corpos de prova de uma amostra, alterando-se o valor da *tensão normal*. Obtém-se, assim, uma envoltória de pontos que possibilita traçar um gráfico cartesiano, como o da Figura 2.16, do qual se obtém os valores do ângulo de atrito interno do solo  $\varphi$  e a constante representativa da coesão  $c$ , que definem a expressão de ruptura que compõe a envoltória Mohr-Coulomb, representada em (2.5.1) e (2.5.2).

Os resultados do ensaio podem sofrer interferências de diversos fatores, como o formato dos grãos, que podem causar o desarranjo da amostra durante o ensaio, estado de adensamento do solo, que em função das possibilidades de drenagem, podem apresentar variações. As condições de controle da drenagem nesse ensaio são pouco precisas, apesar de o equipamento prever que o ensaio seja efetuado com a previsão da drenagem, a partir de duas pedras porosas dispostas nas faces superior e inferior do corpo de prova, no entanto, para ensaios não drenados, há dificuldade em vedar totalmente a câmara de acomodação e medir a *pressão neutra*. Simulações de várias situações existentes em campo também são difíceis de reproduzir, tendo em vista as limitações de recursos do equipamento.

Assim, esse ensaio, devido aos fatores mencionados, tem sido substituído frequentemente pelo ensaio *triaxial*, mesmo sendo sua utilização mais apropriada para ensaios em obras que demandam análise da estabilidade ao deslizamento entre superfícies cisalhantes de uma massa de solo, ou com outro material, como é o caso de ruptura por escorregamento de taludes ou deslizamento de muros de contenção.

Para estudos preliminares de projetos que utilizem a equação de Mohr-Coulomb, ou para outras aplicações, que considerem os parâmetros  $\varphi$  e  $c$ , estão sugeridos valores na Tabela 2.4.

**Tabela 2.4** Valores prováveis para parâmetros do solo  $\varphi$  e  $c$

$\varphi$ – ângulo de atrito interno (°) graus		$c$ – coesão (kN/m <sup>2</sup> )	
Areia fofa	25 a 30	Argila muito mole	<10 a 15
pouco compacta	27 a 35	mole	12 a 25
mediana compacta	30 a 38	média	20 a 50
compacta	33 a 40	rija	50 a 150
muito compacta	35 a 45	muito rija	100 a 200
argilosa	25 a 35	dura	>200
Pedregulhos	30 a 40	Argila porosa	30 a 50
Argila arenosa	18 a 20	Argila arenosa	20 a 40
Areia argilosa	22 a 30	Areia argilosa	10 a 20
Areia siltosa	25 a 30	Areia siltosa	10 a 15
Turfa	10 a 15	Turfa	15 a 20

## 2.5.2 Situações específicas para ensaios ao cisalhamento por compressão *triaxial*

Esses ensaios, mesmo quando realizados de forma convencional, são efetuados por equipamento adequado a atender a várias situações demandadas em projeto, apresentando recursos que possibilitam três tipos padrões de procedimentos, visando reproduzir situações específicas de campo. Fornece resultados com boa aproximação à realidade em que se encontram vários tipos de solos existentes na natureza, ou a que serão submetidos em projeto, como quanto à própria confiabilidade dos resultados.

O ensaio *triaxial*, com referência à sua denominação, compreende submeter um corpo de prova de uma amostra de solo, indeformada, a carregamentos com pares simétricos em todas as direções. O aparelho consiste em uma câmara de ensaio vedada, dotado de uma prensa com a finalidade de aplicar uma *tensão normal* axial ao corpo de prova. Lateralmente, o corpo de prova, envolto em uma membrana de borracha, é submetido a pressões hidrostáticas controladas, simulando tensões de confinamento  $\sigma_3$ . A pressão de confinamento  $\sigma_3$  atua sobre todas as superfícies do corpo de prova, inclusive sobre as faces superior e inferior. Aplica-se, a seguir, fazendo variar seu valor, uma pressão axial, a ser denominada de pressão desviadora,  $p_d$ , por uma prensa externa, sobre a face superior do corpo de prova, em velocidade de deformação controlada. Essa pressão axial,  $P_d$ , atua diretamente sobre o corpo de prova

em composição a  $\sigma_3$ , para a formação da tensão principal  $\sigma_1$ . Assim,  $\sigma_1$  refere-se a soma de  $\sigma_3 + p_d$ . Os dispositivos de drenagem do aparelho de ensaio preveem a imersão do corpo de prova na câmara de pressão hidrostática, isolando-o por meio de uma membrana de borracha que possibilita o controle da água incorporada, o que permite a drenagem plena durante o ensaio, elimina efeitos de poropressão, ou mantém o solo saturado, efetuando medições de *pressão neutra*, ou casos intermediários, quando for de interesse. Assim, conforme as possibilidades de controle da drenagem durante o ensaio, pode-se determinar o estado de tensão do solo, seja a efetiva ou a total.

O ensaio fornece, ao contrário do ensaio de cisalhamento direto, a pressão  $P_d$  que levou o corpo de prova a romper ao cisalhamento, sem fornecer, no entanto, a inclinação da superfície de ruptura, como tão pouco, a tensão cisalhante. Fornece também as curvas de variação tensão x deformação x variação do volume. Para se obter o comportamento do solo aos esforços cisalhantes, inclusive, para obter a tensão de cisalhamento de ruptura em um ensaio, é necessário traçar a reta de ruptura que compõe a envoltória Mohr-Coulomb. Para o traçado do gráfico são necessários ao menos três ensaios. O esquema do equipamento pode ser visto na Figura 2.19.

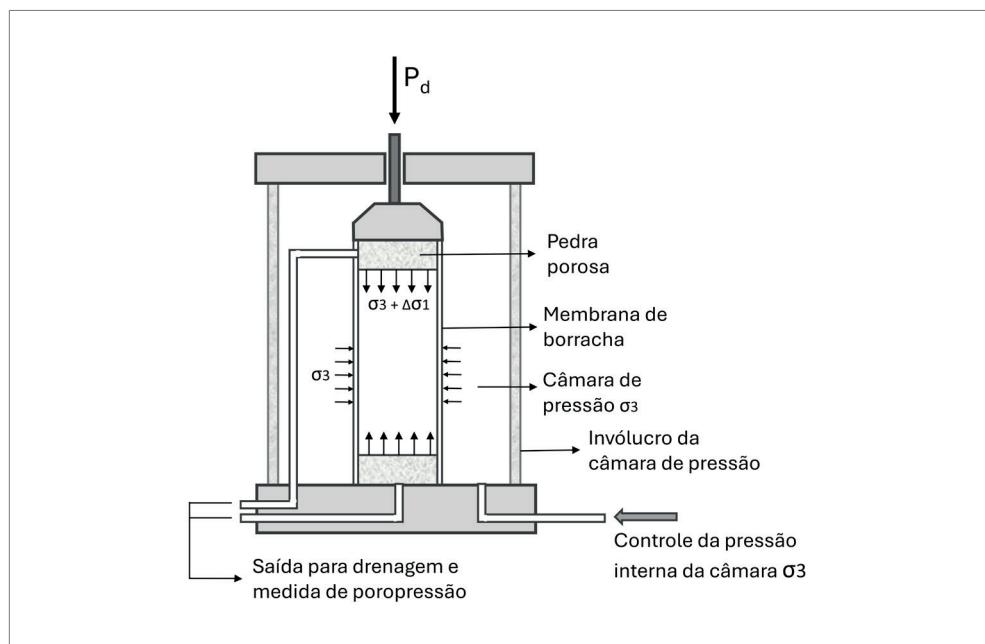


Figura 2.19 Esquema do aparelho para ensaios triaxiais em laboratório.

Os tipos de procedimentos usualmente utilizados caracterizam três tipos de ensaios: *S slow* (lento ou CD – consolidado e drenado); *R rapid* (rápido ou CU – consolidado não drenado); e *Q quick* (imediato ou UU – não consolidado não drenado).

O ensaio S/CD é realizado a partir da consolidação das tensões de confinamento, ou seja, permitindo que a ação de  $\sigma_3$  atue no corpo de prova até que se desenvolva a reação interna do solo. Para isso, deve haver a possibilidade de drenagem, a fim de que seja dissipada a *pressão neutra* durante o procedimento. A pressão desviadora axial  $P_d$  é também aplicada em velocidade controlada, de modo a se dissipar, durante sua aplicação, a *pressão neutra*, apresentando, assim, como base para os resultados, a ocorrência de tensões efetivas. Esse tipo de ensaio não é de uso corrente, pois, para solos argilosos, sua duração pode levar alguns dias, até que a poropressão seja dissipada. Aplicado no caso de ações de longa duração, normalmente em situações de solo saturado, em que a mobilização da reação ao cisalhamento do solo pode apresentar valores representativos ao longo da dissipação da *pressão neutra*. De forma geral, é mais utilizado em solos com predominância granular. A representação de resultados típicos pode ser observada na Figura 2.20.

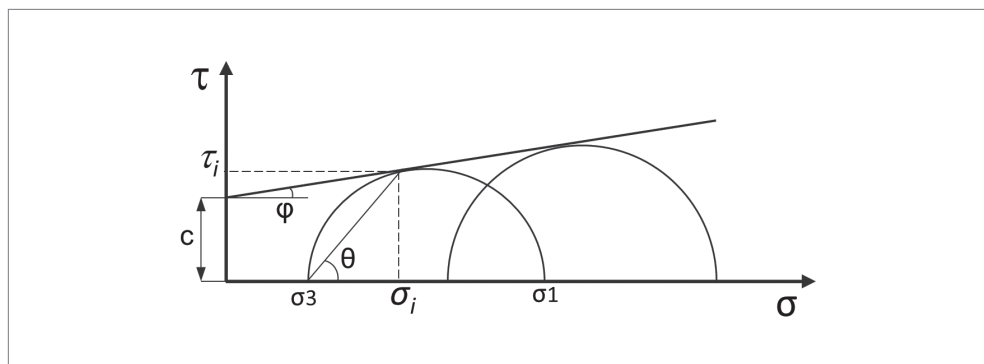


Figura 2.20 Representação da envoltória típica de ruptura em ensaios triaxiais CD.

O ensaio R/CU também é realizado a partir da consolidação das tensões de confinamento, garantindo o contato entre os grãos do solo. No entanto, a pressão desviadora axial  $p_d$  é aplicada de forma rápida, de modo a levar à ruptura o corpo de prova, sem que possibilite a drenagem da água incorporada na amostra. Com a amostra saturada, ocorre a compressibilidade do solo mesmo com o aumento da poropressão, tendo em vista ocorrer parcialmente a percolação lateral da água incorporada, devido à expansão da membrana de envolvimento do corpo de prova, suficientemente a mobilizar a compressão entre os grãos do solo. Há assim, durante a aplicação da tensão desviadora, aumento da poropressão, mas concomitantemente, à compressão do solo. Se efetua a medição da poropressão, o que possibilita a determinação da pressão efetiva. Esse tipo de ensaio é utilizado com frequência, substituindo o CD, especialmente, em se tratando de solos argilosos, em que o tempo de realização do ensaio é muito lento. Aplicado, também, além da substituição do CD,

na verificação da estabilidade de obras com grande variação da linha freática, como no caso de taludes naturais de encostas. Os resultados típicos na realização do ensaio, são mostrados na Figura 2.21.

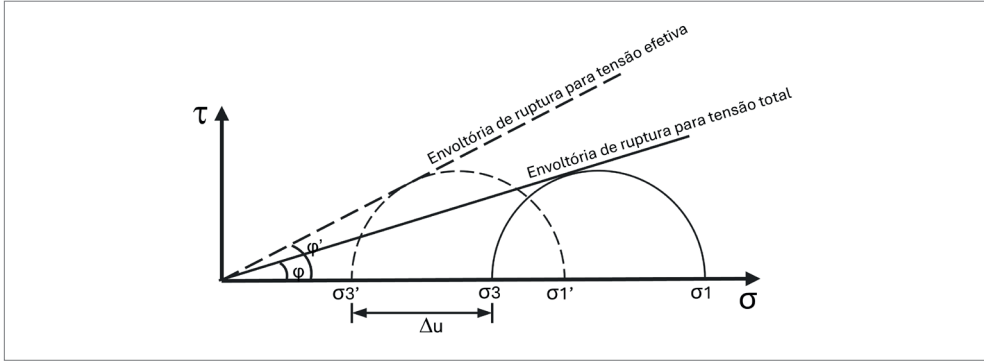


Figura 2.21 Resultados típicos para envoltória de ruptura de solos em ensaios triaxiais CU.

No ensaio Q/UU não se efetua a consolidação da pressão confinante. Ao contrário do ensaio tipo R, nesse ensaio se reproduz o efeito de *pressão neutra*. Como o peso do solo da amostra é desprezível em proporção à tensão desviadora aplicada, e sua aplicação ocorre também de forma não drenada, não se estabelece o contato entre os grãos, o que leva à resistência ao cisalhamento alegada unicamente às ligações coesivas entre as partículas dos solos finos ( $\phi = 0$ ). Esse ensaio traz resultados especialmente às argilas moles saturadas, medindo-se, como mostra a Figura 2.22, o valor da coesão do solo, mediante coeficiente de atrito interno do solo nulo. Esse tipo de ensaio é utilizado, especialmente, para projetos de aterros sobre solos moles.

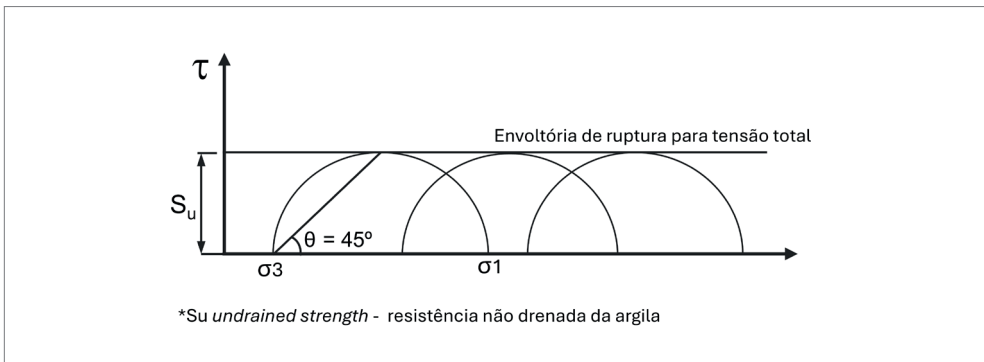


Figura 2.22 Resultados típicos para envoltória de ruptura de solos em ensaios triaxiais UU.

## CAPITULO 3

# Relação tensão-deformação nos solos

Teoricamente, admitindo-se que determinado elemento solo tenha um comportamento físico-mecânico semelhante a um sólido ideal, ou seja, que mediante um carregamento axial apresente uma relação linear entre as tensões e deformações, até que se atinja o limite de plastificação, ainda, que na inversão da evolução das deformações, após ter se atingido o limite de plastificação, ocorra a recuperação elástica, o solo, assim idealizado, poderia ser representado como indicado no gráfico da Figura 3.1, sendo a relação entre as tensões e as deformações denominada de módulo de deformação (ou de elasticidade)  $E_s$ .

$$E_s = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \quad (3.1)$$

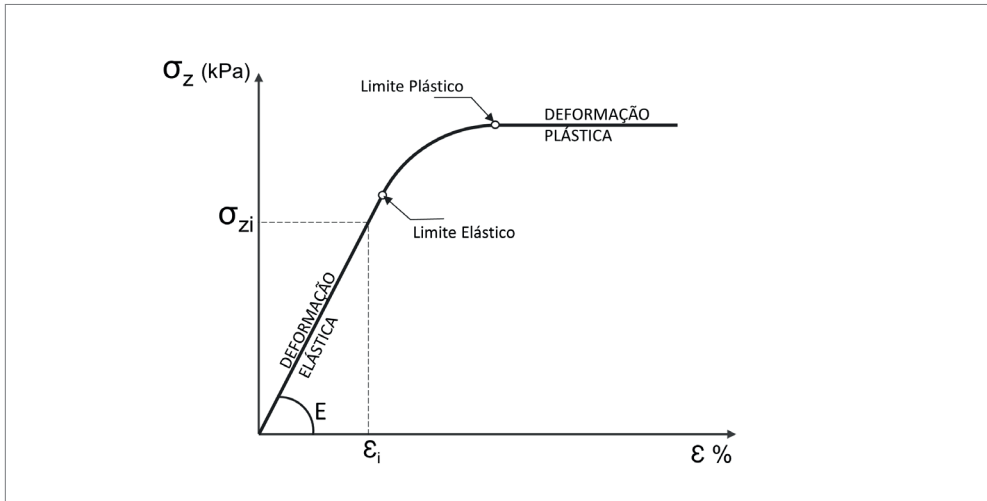


Figura 3.1 Curva tensão-deformação axial típica para um solo ideal.

No entanto, na prática, são poucos os casos em que o solo mantém a relação tensão-deformação constante mediante variação das solicitações, em especial, no tocante à recuperação elástica, tendo em vista que os solos apresentam um comportamento distinto ao de um sólido ideal, sofrendo interferência de vários fatores, muitos de difícil previsibilidade ou mensuração em projeto, como o grau de confinamento; a forma em que ocorre a propagação das tensões na massa de solo, quando causadas por um carregamento aplicado; tempo de aplicação do carregamento; tratar-se de solo pré-adensado; como também, questões que envolvem o próprio ensaio para determinados tipos de solo. Mesmo no caso de não se atingir o patamar de escoamento, a recuperação volumétrica, no descarregamento, é praticamente nula para as areias e com perdas, para as argilas. Note, na Figura 3.1, que  $\sigma_{zi}$  representa a tensão axial a que o elemento solo foi submetido, o que corresponderia, na equivalência ao ensaio *triaxial*, à soma da tensão confinante  $\sigma_3$  com a tensão desviadora aplicada  $p_a$ . Há três casos característicos a analisar na avaliação do módulo de deformação, relativamente a um elemento solo mediante carregamento axial, quando drenado.

- Caso 1: a tensão de confinamento é mantida constante durante os estágios de carregamento, o que corresponde, em um ensaio *triaxial* CD, à manutenção da tensão  $\sigma_3$  e variação da tensão desviadora: O módulo de elasticidade irá se estabelecer em relação direta à tensão  $\sigma_3$  aplicada, em razão do efeito que exerce para a redução dos vazios do solo, em especial para as areias. Na prática, corresponde à deformação instantânea causada por um carregamento rápido.

- Caso 2: a tensão de confinamento refere-se à condição de indeslocabilidade volumétrica lateral do elemento solo. O módulo de elasticidade aumentará proporcionalmente à evolução do carregamento, em razão da compacidade crescente da amostra pelo confinamento absoluto. Em laboratório, esse caso corresponde aos ensaios *edométricos*. Na prática, corresponde a submeter o elemento solo a um carregamento uniforme induzido aplicado à superfície do solo e que tenha dimensões horizontais que tendem à largura infinita.
- Caso 3: a tensão de confinamento varia proporcionalmente à variação da intensidade do carregamento, como resposta à reação da massa de solo em que o elemento solo está inserido, função de como ocorre a dissipação da energia da deformação imposta pelo carregamento, correspondendo a um caso intermediário entre os dois primeiros. Na prática, na natureza, é a situação usual em que os solos se encontram. Em laboratório, essa situação é reproduzida por uma metodologia de ensaio *triaxial*, em que a tensão confinante é controlada para corresponder à relação entre as tensões axiais e laterais, segundo o coeficiente de Poisson  $\nu$ . Este ensaio é denominado como Tipo K– constante, como descrevem Velloso e Lopes (2011).

Cabe colocar que os solos naturais se encontram confinados na natureza, significando que estarão sempre pré-comprimidos pelas tensões de repouso. Nessa condição, no caso de aplicação de tensões de confinamento maiores que a de repouso, há uma contrarreação pelo efeito de Poisson sobre as deformações axiais, tornando o solo mais rígido para uma mesma tensão axial que venha a ser aplicada. Constata-se que para um mesmo solo, mediante um estado de confinamento  $\sigma_3$  variando entre diferentes valores, também irá variar, em proporção, seu módulo de elasticidade e limite de resistência. Ver Figura 3.2.

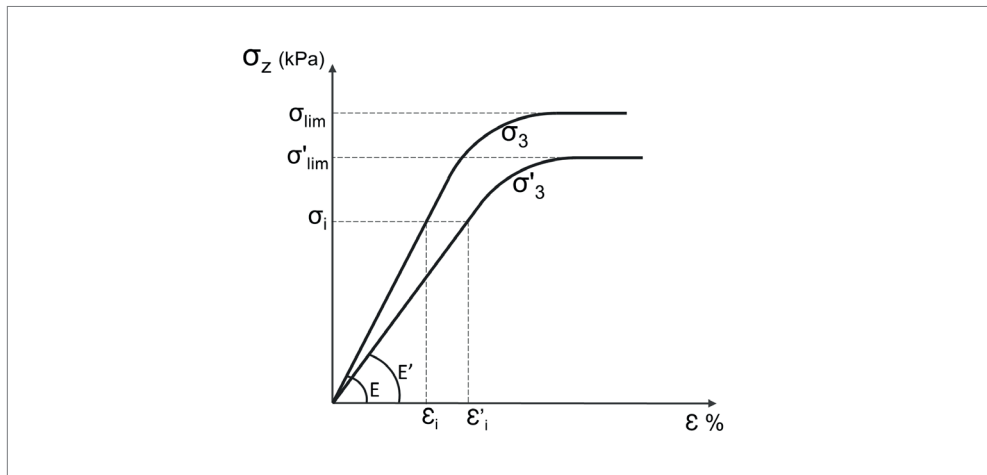


Figura 3.2 Representação esquemática de curvas tensão-deformação axial sob diferentes tensões confinantes  $\sigma_3$ .

### 3.1 DEFORMABILIDADE DOS SOLOS – CURVAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO

A avaliação da deformabilidade dos solos está pautada na teoria da elasticidade, referindo-se ao comportamento de um meio semi-infinito. Na prática das fundações, tratando-se de deformações verticais, as curvas tensão-deformação assumem a conotação de tensão-recalque. Normalmente, a tensão de confinamento gerada como reação à aplicação de um carregamento superficial, varia com a profundidade, proporcionalmente à propagação no solo das tensões causadas pelo referido carregamento. As tensões horizontais causadas na massa de solo mediante a propagação das deformações causadas por determinado carregamento vertical, na profundidade, solicitam a massa de solo envolvente, a reações de equilíbrio, que se acomodam radialmente, tornando a resolução do problema complexa devido à sua não linearidade. Essa não linearidade acarreta que a curva tensão-deformação de um elemento solo localizado em determinada profundidade não seja também linear para as deformações axiais, refletindo-se em seu módulo de elasticidade, que deixa de ser constante.

Já para as situações de carregamentos aplicados na superfície, de grandes dimensões, como o caso de aterros, as deformações específicas de um elemento solo, ao longo da profundidade, tendem a ser proporcionais à tensão  $\sigma_v$  que atua naquela profundidade, tendo em vista que as tensões verticais se propagam de forma razoavelmente paralelas. Dessa forma, o módulo de elasticidade tende a ser constante com a profundidade e progressão do carregamento, caso o solo seja homogêneo e isotrópico.

Considerando todos os fatores intervenientes à deformabilidade de um elemento solo carregado axialmente na progressão de um carregamento, sejam eles: a redução gradativa do índice de vazios, a variação das tensões confinantes, a plastificação

progressiva, faz com que a curva tensão deformação não apresente uma conformação linear, devendo-se interpretar o módulo de elasticidade (deformação) segundo o trecho de variação de tensões que envolve o problema, que é denominado de módulo secante ( $E_s$ ). Ver Figura 3.3.

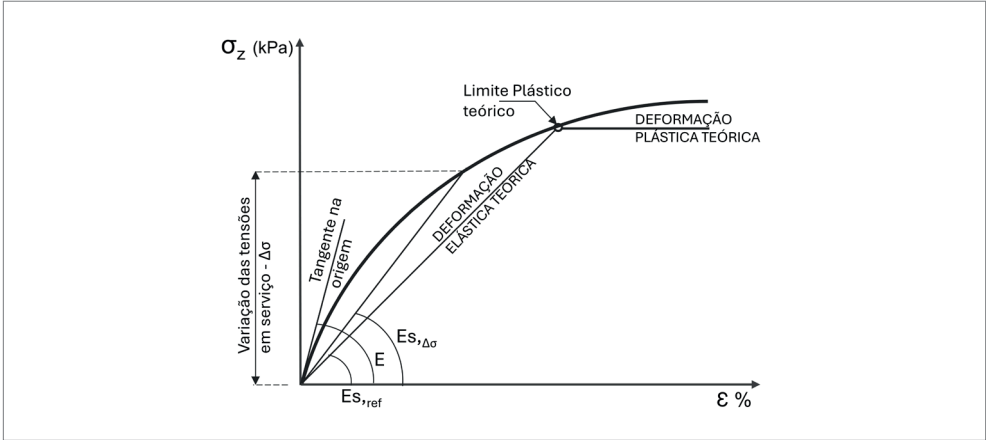


Figura 3.3 Esquema para avaliar o módulo secante do solo em curvas tensão-deformação axial.

A seguir, encontra-se na Tabela 3.1, valores prováveis propostos para o módulo de deformabilidade do solo  $E_s$ , como envoltória de valores, para utilização em estudos.

Tabela 3.1 Valores prováveis para módulo de deformabilidade dos solos

Tipo de solos		$E_s$ (Mpa)
Solos coesivos	Argila muito mole	< 2
	Argila mole	2 a 5
	Argila média	5 a 20
	Argila rijá	20 a 50
	Argila rijá a dura	> 50
	Argila arenosa média a rijá	35 a 60
	Argila siltosa	10 a 20
	Silte	5 a 20
	Turfa	< 1
Solos arenosos	Areia fofa	10 a 20
	Areia pouco a med. compacta	20 a 50
	Areia compacta	50 a 80
	Areia muito compacta	> 80
	Areia argilosa pouco a compacta	25 a 60
	Areia com pedregulhos	50 a 100

Outra questão que se coloca na determinação da curva tensão-deformação, relacionada aos solos, são as deformações lentas, causadas pelo adensamento do solo e efeitos da fluência. A matriz solo é constituída de poros e, na natureza, há sempre uma quantidade de ar e água retida, correspondendo à sua umidade natural, ou mesmo encontrar-se saturada. Na compressão de uma camada de solo, a água retida exerce pressão negativa, retardando as deformações em função do tempo de percolação. Assim, para solos mais permeáveis, como as areias, a saída da água é praticamente instantânea. No entanto, para solos de menor permeabilidade, como as argilas, a saída da água pode demorar anos. Essa questão envolve as teorias de adensamento dos solos. Tratando-se de argilas moles saturadas, essas representam grandes desafios para a construção civil, devido à instabilidade do solo mediante carregamento, por apresentar baixa resistência não drenada, como também, pelos recalques que ocorrem ao longo do tempo.

No tocante à relação tensão-deformação, o comportamento das argilas saturadas é definido pela duração do carregamento e condições de drenagem. Em condição de ensaios triaxiais drenados e carregamentos aplicados lentamente, a curva é semelhante aos solos não saturados, porém não linear, podendo ser representada de forma contínua, pela envoltória da média entre os picos inferiores e superiores de deformação, situação semelhante aos solos mais permeáveis. Já para os solos pouco permeáveis, em qualquer circunstância, havendo umidade, ocorrerá após a aplicação do carregamento, sempre uma descontinuidade significativa na curva tensão-deformação, em forma de patamar à tensão constante, correspondendo à deformação diferida no tempo. Quanto maior a impermeabilidade e maior a saturação do solo, maior será, em termos de magnitude de deformação, o degrau entre patamares. Retomando-se o carregamento de forma contínua, em novos estágios, a curva se restabelece. Ver Figura 3.4.

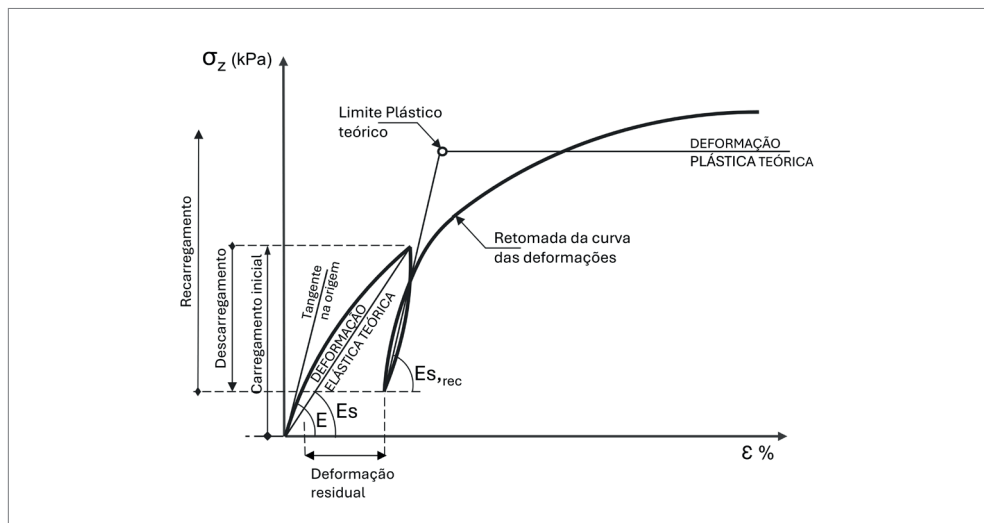
Com relação à fluência do solo sob tensão, há várias causas envolvidas. Em grande parte, esse comportamento se refere à resposta não imediata da massa de solo a uma solicitação aplicada. Na natureza, as deformações ocorrem como resposta a uma solicitação que se propaga por toda uma massa coesa de solo, de forma progressiva. Assim, a resposta da massa de solo como um todo, a uma solicitação, ocorre normalmente ao longo do tempo. Em areias, podem ocorrer pequenas rupturas frágeis ao longo do tempo, dependendo da forma e resistência das arestas, ocasionando um rearranjo dos grãos. Já nas argilas e em solos constituídos de partículas finas, em geral, o efeito é mais contínuo.



tensão constante. Atingido o nível de plastificação, um maior ou menor confinamento, pode significar o estado de ruína, a partir de uma ruptura brusca, ou evitá-lo. Cabe colocar que em uma massa de solo, a ruptura é progressiva, propagando-se à medida que tensões não absorvidas por um determinado elemento rompido são transmitidas aos elementos adjacentes. Nesse contexto, cabe ao efeito de confinamento a estabilização desse quadro, promovendo tensões de equilíbrio.

Em relação à recuperação volumétrica, ou mais propriamente, quanto ao retorno do solo ao estado de deformação inicial, após descarregamento, esse efeito é baixo para as areias, praticamente inexistente. Ao submeter um elemento solo a uma solicitação normal de compressão, a estabilidade só é conseguida por meio das reações decorrentes do efeito de confinamento oferecido pelo solo envoltório. Assim, ao se aplicar um esforço de compressão a um elemento solo em um meio contínuo, semi-infinito, sua deformabilidade axial só é conseguida de forma estável, a partir do equilíbrio que ocorre a partir da reação à sua expansão lateral, propagando à massa do solo de contorno, tensões que se espalham, até que se dissipe toda a energia da deformação imposta. No caminho inverso, ao se descarregar o elemento solo, a massa de contorno reage ao descarregamento, porém, por um novo caminho de espalhamento, inverso ao inicial, mas dissipando ainda mais a energia da deformação causada pelo esforço aplicado, o que gera um novo estado de tensões de equilíbrio, em que a expansão lateral pouco retrocede, como também, por consequência, não ocorre a recuperação do estado inicial da deformação axial. (Ver Figura 3.5)

Para as argilas, em especial, a coesão contribui para que se retome o estado inicial de equilíbrio, após descarregamento, de forma natural, o que lhe confere a propriedade de compressibilidade. Dessa forma, para os solos argilosos, mesmo que pouco confinados, por conta da coesão, a integridade estrutural do elemento solo se mantém, para pequenas deformações impostas e, nesses casos, pode-se considerar algum nível de elasticidade. Para fins práticos, as argilas, pela sua compressibilidade, não tem sua resistência ou deformabilidade dependente do confinamento. Já para as areias, quanto maior o confinamento, maior será sua resistência e menor a deformabilidade.



**Figura 3.5** Representação esquemática da curva tensão-deformação axial típica em solos após descarregamento e recarregamento.

Verifica-se, pela Figura 3.5, que o solo, após o descarregamento, comporta-se como se estivesse sobreadensado. Com a redução no índice de vazios durante o carregamento inicial e, sem recuperação volumétrica após o descarregamento, ao se recarregar, o solo apresentará menor deformabilidade para o mesmo nível de tensão a que foi submetido anteriormente, resultando, como consequência, em um módulo de deformação maior.

Em se tratando de argilas, seu comportamento é peculiar, devendo-se avaliar, inicialmente, se seu estado de tensão está abaixo ou acima das tensões de pré-adensamento. Para as argilas sobreadensadas, há uma maior semelhança ao comportamento de um sólido ideal, nas faixas de carregamento abaixo do limite de pré-adensamento, situação em que o confinamento não exerce tanta influência na estabilidade do maciço, quanto em argilas normalmente adensadas, que apresentam um nível de vazios bem mais elevado. Assim, para as argilas sobreadensadas, um menor índice de vazios já foi atingido anteriormente e as tensões de confinamento já exerceram sua ação no equilíbrio das deformações. No descarregamento, o solo é desconfinado, mas o índice de vazios mantém-se reduzido. O recarregamento gera tensões axiais que vêm somente recompor o nível de vazios anteriormente já atingido.

A razão de sobreadensamento, que representa a proporção de quanto a tensão de pré-adensamento é maior que a tensão a que o solo está submetido, indica a maior ou menor influência que as tensões de confinamento exercerão sobre a deformabilidade do solo, sob tensão axial. De forma geral, para uma mesma tensão confinante,

as argilas sobreadensadas apresentarão também maior resistência que aquelas normalmente adensadas, ou seja, suportam aplicação de carregamentos maiores, mesmo que de forma não tão significativa. Isso se explica em razão do maior índice de vazios nas argilas normalmente adensadas, sendo mais sensíveis a uma composição de tensões laterais, quando carregadas axialmente, afetando o equilíbrio das deformações. Cabe observar que, para razões de sobreadensamento elevadas, ocorrem peculiaridades no comportamento das argilas, como o aumento de volume na ruptura e queda da resistência após atingir um pico máximo, interferindo nas análises.

Já para as areias, a deformabilidade não está diretamente relacionada ao índice de vazios, mas sim, proporcionalmente às tensões confinantes. Com o aumento das tensões axiais, as deformações serão significativamente pequenas se proporcionalmente existir um aumento das tensões confinantes, o que leva a um ajuste no engripamento das arestas dos grãos, mantendo os vazios praticamente inalterados. A deformabilidade das areias, assim, ocorre em proporção ao rearranjo da configuração estrutural dos grãos, que varia em proporção ao desconfinamento e ao tamanho e formato dos grãos. Note que para carregamentos discretos superficiais, as tensões internas à massa de solo, geradas com a descompressão horizontal, podem se interpor às tensões previamente existentes, decorrentes do confinamento, invertendo-as, o que causaria deformações plásticas no solo e o início da evolução para o estado de ruína.

Assim, as areias, em um quadro de evolução de tensões, têm baixa capacidade para manutenção da relação tensão-deformação de forma linear, já que a redução dos vazios do solo, ao longo da evolução do carregamento, não é linear. A acomodação do arranjo dos grãos durante a evolução da compressão ocorre gradativamente, ocasionando a compactação do solo, situação que só é alterada quando as tensões internas horizontais induzidas ultrapassam as tensões de confinamento, levando ao estado de ruína. Há outras características das areias que causam influência, não somente no módulo de deformação, mas também em sua resistência, a exemplo: a própria compacidade em que se encontra na natureza; o tamanho dos grãos e sua distribuição granulométrica; o formato e resistência dos grãos; e de outros fatores mais específicos ou secundários.

Todos esses fatores que envolvem o módulo de deformação (elasticidade) e a resistência dos solos são importantes na elaboração de projetos em que ocorra uma condição de interação solo-estrutura, pois interferem sobremaneira na determinação dos esforços nos elementos estruturais.

Por exemplo, em caso de fundações, quando submetidas a carregamentos cíclicos, com intensidades variáveis, combinados ainda a outras solicitações, também de intensidades variáveis, como as estruturas de plataformas sobre o mar, ou pontes e estruturas sujeitas a efeitos de variação térmica ou sísmicos, deve-se prever envoltórias

para obtenção de esforços máximos ou mínimos no dimensionamento dos elementos estruturais de fundação. Esses limites, de máximos e mínimos, estabelecem uma faixa previsível de comportamento para o solo, adotando-se, para isso, um módulo de deformação médio.

Para determinados níveis de deformação horizontal, durante a interação solo-estrutura, mediante deformações induzidas e repetitivas, o elemento estrutural pode não mais responder à relação tensão-deformação horizontal, devido a não recuperação volumétrica do solo, podendo ocorrer a perda de confinamento, fazendo a estrutura trabalhar isolada do solo. Nestes casos, por exemplo, tratando-se de estacas, estas passam a ter um comportamento isolado. Ver Exemplo 6.3.

Também, no caso de solicitações normais, as envoltórias também são importantes em caso de estruturas hiperestáticas, por exemplo, na ocorrência de um nível de recalques residuais acumulados, causados por carregamentos cíclicos e repetitivos. Haverá um comportamento para o solo, nesses casos, semelhante a um efeito de fluência, porém tendendo a uma convergência, com deformações progressivamente menores, e o módulo de deformação, de forma concomitante, para um valor maior.

### 3.2 ESTADOS LIMITES DE TENSÃO

A identificação dos limites do comportamento elástico/linear, na curva tensão-deformação do solo, é de vital importância para os estudos estruturais em que se utilizam métodos que consideram o efeito da interação solo-estrutura, na obtenção dos esforços nos elementos estruturais. Fora do trecho elástico, a resposta das tensões às deformações deixam de ser proporcionais, admitindo-se ter atingido patamares de plastificação do solo. Nos casos usuais de projeto, por simplificação, assume-se que a tensão se mantenha constante, independentemente da evolução das deformações.

Nos estudos das tensões no solo, admite-se que no estado de repouso, dado um elemento solo infinitesimal, as tensões atuantes se auto equilibram em binários de ação e reação, seja segundo o eixo vertical  $z$ , decorrente dos carregamentos verticais, ou conforme os eixos horizontais  $x$  e  $y$ , pela ação do confinamento entre as partículas do solo em um meio semi-infinito.

Se este meio solo for interceptado, por exemplo, por um anteparo vertical, as tensões de equilíbrio horizontal dos binários formados pelos elementos solo, na fronteira com este anteparo, são transferidas para o anteparo, mantendo-se as condições de equilíbrio estático. O anteparo, nesse contexto, atua como um vínculo fixo. Às reações oferecidas pelo anteparo, enquanto vínculo, dá-se a denominação de empuxos, que podem ser de repouso ou de confinamento do solo.

A plastificação do solo ocorre ao se atingir os limites de linearidade da curva tensão-deformação. Considerando-se como referência as tensões de repouso, na

evolução das deformações que geram compressão ou descompressão na partícula solo, segundo a teoria da elasticidade, na transição do regime elástico para o plástico, tendo como modelo um sólido ideal, as tensões tornam-se constantes, mesmo com a evolução das deformações. Para os solos, segundo o método Mohr/Coulomb, no ponto de plastificação, supõe-se, teoricamente, que o solo tenha atingido sua resistência ao cisalhamento, em combinação às tensões principais atuantes  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$ . Assim, o ponto de tangência do círculo de Mohr, com a reta envoltória de ruptura do solo ao cisalhamento, indicará o valor da máxima tensão de cisalhamento a ser atingida na ruptura em um plano crítico de sollicitação, admitindo-se, nesse ponto, a plastificação do solo.

Ao atingir o limite de plastificação, por compressão, as reações em um anteparo tido como vínculo recebem a denominação de *empuxo passivo*. Ao contrário, se as deformações forem aplicadas no sentido de descompressão, ao atingir o limite de plastificação, as reações serão denominadas de *empuxo ativo*.

### 3.2.1 Estado ativo

A partir dos empuxos de repouso, com a massa de solo equilibrada por um anteparo, ao se deslocar o anteparo no sentido da ação dos empuxos em repouso, ocorrerá gradativamente, em se mantendo a progressão do deslocamento, o desconfinamento do solo. Existirá um nível de desconfinamento em que as tensões do solo ultrapassarão o limite de resistência ao cisalhamento, plastificando-se. Se neste instante o anteparo for imobilizado, as tensões do solo que estarão incidindo sobre ele receberão a denominação de *empuxos ativos*. Mantendo-se esse nível de deslocamento, as pressões sobre o anteparo se manterão constantes. Considera-se, que com a plastificação do solo, a partir desse deslocamento, mesmo com pequenos acréscimos, o estado ativo será mantido. Ver Figura 3.6.

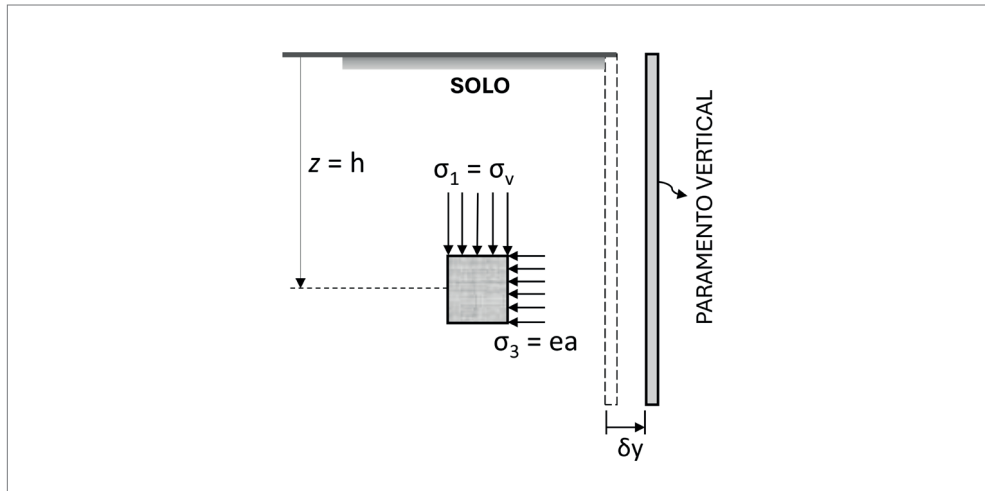
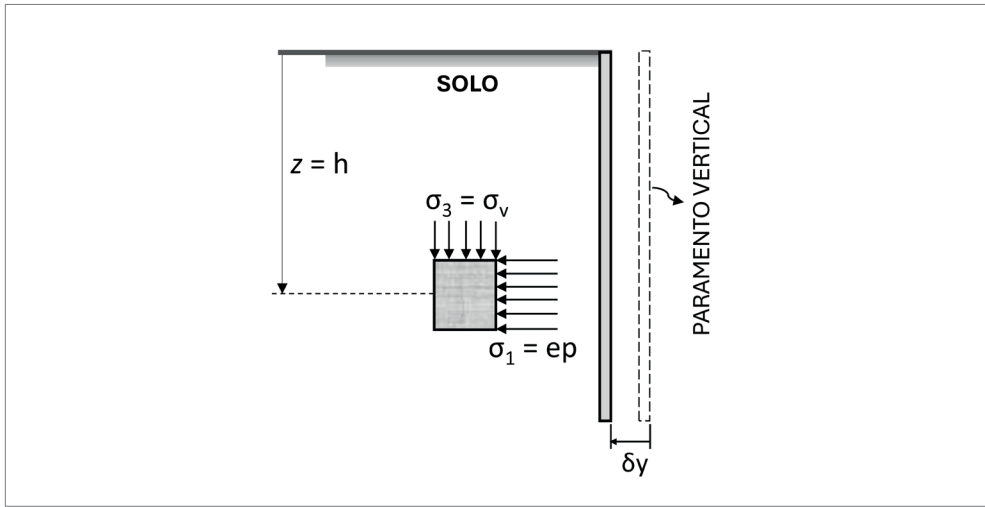


Figura 3.6 Representação de um anteparo submetido ao estado ativo de tensões.

### 3.2.2 Estado passivo

Também, a partir dos empuxos de repouso, estando a massa de solo equilibrada por um anteparo, ao deslocar-se o anteparo no sentido contrário à ação dos empuxos em repouso, ocorrerá gradativamente um acréscimo de pressões sobre o solo, fazendo com que incidam sobre a massa já confinada, tensões adicionais de compressão. Existirá um nível de ação das pressões sobre a massa de solo comprimida, em que as tensões ultrapassarão o limite de resistência ao cisalhamento, plastificando-se. Se nesse instante o anteparo for imobilizado, as tensões do solo que incidirão sobre ele receberão a denominação de *empuxos passivos*. A partir desse nível de deslocamento, com a plastificação do solo, pequenos acréscimos nos deslocamentos não alterarão o estado passivo na massa de solo. Ver Figura 3.7.



**Figura 3.7** Representação de um anteparo submetido ao estado passivo de tensões.

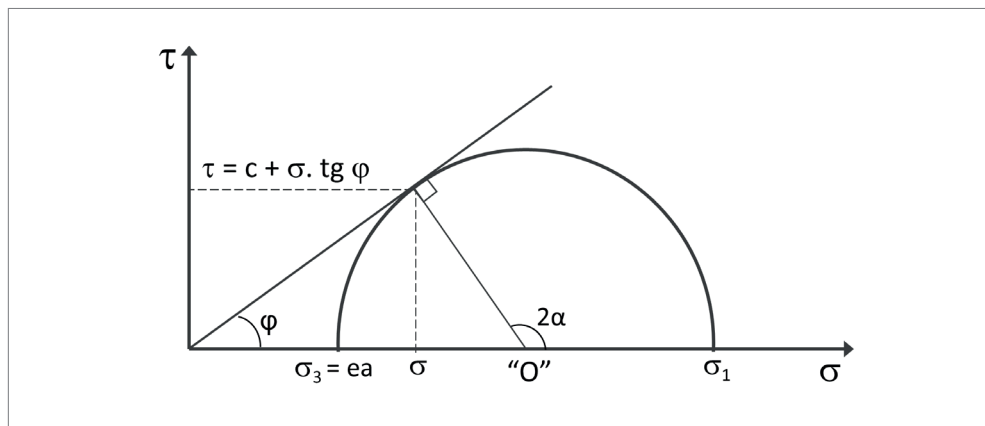
### 3.3 ESTADOS DE PLASTIFICAÇÃO DE RANKINE

Os estados de plastificação ativo e passivo podem ser determinados analiticamente a partir do modelo de ruptura Mohr-Coulomb, assumindo-se como limite de plastificação, a tensão de cisalhamento  $\tau_{lim}$  causada por um estado de *tensões normais*, internas ao solo, que se encontra em equilíbrio em razão da combinação entre  $\sigma_1$  e  $\sigma_3$  que levou ao limite de plastificação. Para a ruptura por descompressão,  $\sigma_1$  refere-se à tensão vertical que atua na profundidade em análise, sendo  $\sigma_3$ , a *tensão normal* horizontal de equilíbrio que atuará na direção da descompressão, denominada de empuxo ativo. Para a ruptura por compressão,  $\sigma_3$  refere-se à tensão vertical que atua na profundidade em análise, sendo  $\sigma_1$ , a *tensão normal* de equilíbrio que atuará na direção da compressão. Por compatibilidade ao modelo,  $\sigma_1$  será sempre a maior tensão, se considerada a tensão  $\sigma_3$ .

#### 3.3.1 Empuxo ativo em meio contínuo

Para a determinação do valor do empuxo ativo, em correspondência à pressão vertical atuante a uma determinada profundidade, a incógnita do problema é a pressão horizontal mobilizada após a descompressão, denominada de  $\sigma_3$ .

Na formulação do problema, mantendo-se  $\sigma_1$  invariável como um dado do problema,  $\sigma_3$ , a incógnita que se deseja determinar, deverá variar no sentido da descompressão, até que o círculo de Mohr tangencie a reta envoltória de ruptura do solo, como mostra a Figura 3.8.



**Figura 3.8** Círculo de Mohr para estado ativo de tensões em solos predominantemente arenosos.

Assim, pelas relações geométricas estabelecidas pelo círculo da Figura 3.8:

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \operatorname{sen} \varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (3.3.1.1)$$

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_1 \cdot \operatorname{sen} \varphi + \sigma_3 \cdot \operatorname{sen} \varphi \quad (3.3.1.2)$$

$$\sigma_1 (1 - \operatorname{sen} \varphi) = \sigma_3 (1 + \operatorname{sen} \varphi) \quad (3.3.1.3)$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 \frac{(1 - \operatorname{sen} \varphi)}{(1 + \operatorname{sen} \varphi)} = \sigma_1 \cdot \operatorname{tg}^2 (45^\circ - \varphi / 2) \quad (3.3.1.4)$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 \cdot K_a \quad (3.3.1.5)$$

sendo:

$\sigma_3 = ea$  (empuxo ativo);

$\sigma_1 = \sigma'v$  (tensão efetiva);

$K_a$  (coeficiente de empuxo ativo) =  $\operatorname{tg}^2 (45^\circ - \varphi / 2)$ .

O ângulo do plano em que ocorre a ruptura do maciço por decompressão pode ser determinado por meio das relações geométricas representadas na sequência:



sendo:

$$\sigma_3 = ea \text{ (empuxo ativo);}$$

$$\sigma_1 = \sigma'_v \text{ (tensão efetiva);}$$

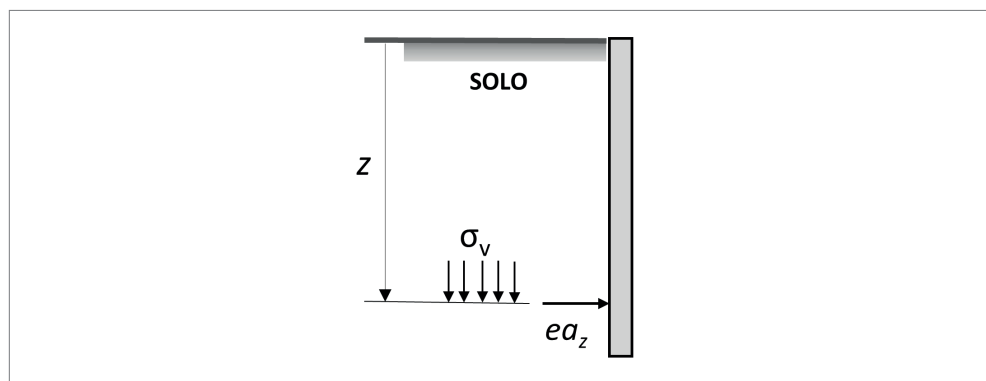
$$K_a \text{ (coeficiente de empuxo ativo)} = \tan^2 (45 - \phi/2).$$

A equação do empuxo para qualquer profundidade é invariável, desde que o solo seja homogêneo e não ocorra estratificações. Havendo presença do lençol freático, deve-se ter em conta a ação da *pressão neutra*. Assim, a tensão vertical a considerar será sempre a efetiva, podendo-se, desta forma, desconsiderar sua notação algébrica, resultando as equação completas:

$$ea = \sigma_v \cdot K_a - 2c \cdot (K_a)^{1/2} \quad (3.3.1.7)$$

$$\sigma_v = \gamma_s \cdot z + SC \quad (3.3.1.8)$$

O diagrama de empuxos é uma equação linear, tendo como variável, a profundidade  $z$ .



### EXEMPLO 3.1

Aplicação do empuxo ativo

Determinar os empuxos ativos que atuam em um paramento vertical com 6,0 m de altura,  $SC = 0,0$ , não tendo sido identificado lençol freático.

Os dados do solo, são:

$$\gamma_s = 18 \text{ kN/m}^3$$

$$\phi = 20^\circ$$

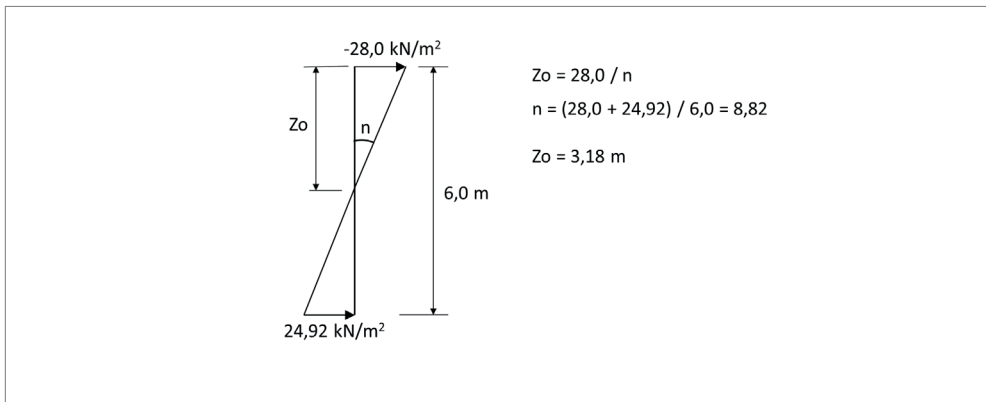
$$C = 20,0 \text{ kN/m}^2$$

$$K_a = \operatorname{tg}^2 (45 - \varphi / 2) = \operatorname{tg}^2 (45 - 20^\circ / 2) = 0,49$$

Resolução:

Z (m)	$\sigma_v = \gamma_s \cdot z + SC$ (kN/m <sup>2</sup> )	$K_a$	$ea = \sigma_v \cdot K_a - 2c \cdot (K_a)^{1/2}$ (kN/m <sup>2</sup> )	
0,0	$18,0 \cdot 0,0 + 0,0 = 0,0$	0,490	$0,0 \cdot 0,49 - 2 \cdot 20,0 \cdot 0,49^{1/2} = -28,0$	
6,0	$18,0 \cdot 6,0 + 0,0 = 108,0$	0,490	$108,0 \cdot 0,49 - 2 \cdot 20,0 \cdot 0,49^{1/2} = 24,92$	

Diagrama de empuxos

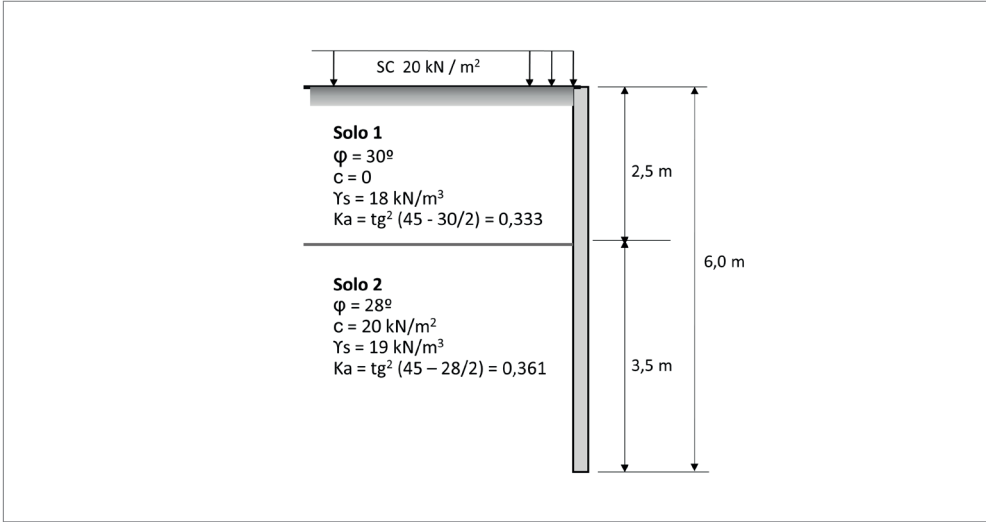


∴ Interpretando o diagrama de empuxos, pode-se considerar que na profundidade  $Z_o$ , o solo não mobiliza empuxos contra o paramento, em virtude da predominância da componente da coesão. Na profundidade  $Z_o$ , os valores negativos dos empuxos indicariam reservas para atuação da carga vertical, no sentido de mobilizar os empuxos ativos.

### EXEMPLO 3.2

#### Aplicação do empuxo ativo

Determinar os empuxos de terra ao longo da profundidade do paramento vertical a seguir:



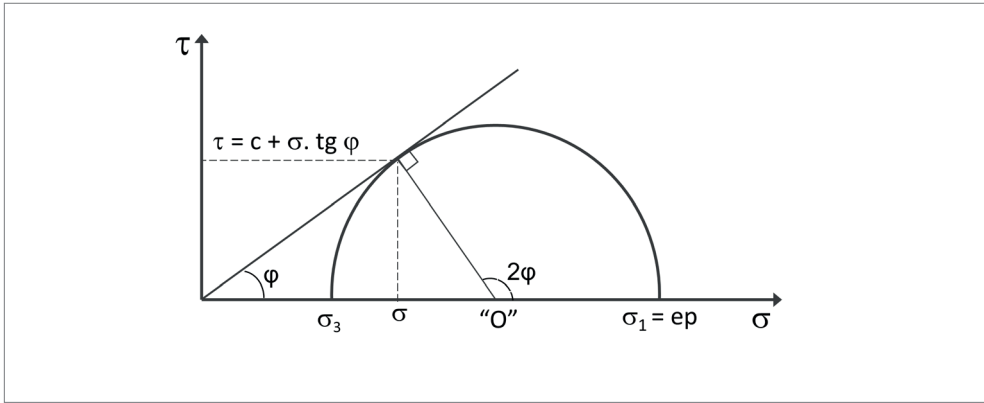
#### Resolução

$z$ (m)	$\sigma_v = \gamma_s \cdot z + SC$ (kN/m³)	$K_a$	$ea = \sigma_v \cdot K_a - 2 \cdot c \cdot (K_a)^{1/2}$ (kN/m²)	
0,0	$18 \cdot 0,0 + 20,0 = 20,0$	0,333	$20,0 \cdot 0,333 - 2 \cdot 0,0 \cdot 0,333^{1/2} = 6,66$	
2,5	$18 \cdot 2,5 + 20,0 = 65,0$	0,333	$65,0 \cdot 0,333 - 2 \cdot 0,0 \cdot 0,333^{1/2} = 21,64$	
		0,361	$65,0 \cdot 0,361 - 2 \cdot 20 \cdot 0,361^{1/2} = 0,57$	
6,0	$65,0 + 19 \cdot 3,5 = 131,5$	0,361	$131,5 \cdot 0,361 - 2 \cdot 20 \cdot 0,361^{1/2} = 23,44$	

### 3.3.2 Empuxo passivo em meio contínuo

Para a determinação do valor do empuxo passivo, a incógnita do problema passa a ser a pressão horizontal mobilizada, denominada agora de  $\sigma_1$ , por ser a maior pressão normal mobilizada.

Na formulação do problema, mantendo-se  $\sigma_3$  invariável, por tratar-se da pressão vertical, a incógnita que se deseja determinar, a compressão horizontal no solo, deverá variar até que o círculo de Mohr tangencie a reta envoltória de ruptura. Ver Figura 3.11.



**Figura 3.11** Círculo de Mohr para estado passivo de tensões para solos predominantemente arenosos.

$$\text{de}(3 \cdot 2 - 1) \quad \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \cdot \text{sen} \varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$\text{de}(3 \cdot 2 - 2) \quad \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_1 \cdot \text{sen} \varphi + \sigma_3 \cdot \text{sen} \varphi$$

$$\text{de}(3 \cdot 2 - 3) \quad \sigma_1 (1 - \text{sen} \varphi) = \sigma_3 (1 + \text{sen} \varphi)$$

$$\sigma_1 = \sigma_3 \frac{(1 + \text{sen} \varphi)}{(1 - \text{sen} \varphi)} = \sigma_1 \cdot \text{tg}^2 \left( \frac{45 + \varphi}{2} \right) \quad (3.3.2.1)$$

$$\sigma_1 = \sigma_3 \cdot K_p \quad (3.3.2.2)$$

sendo:

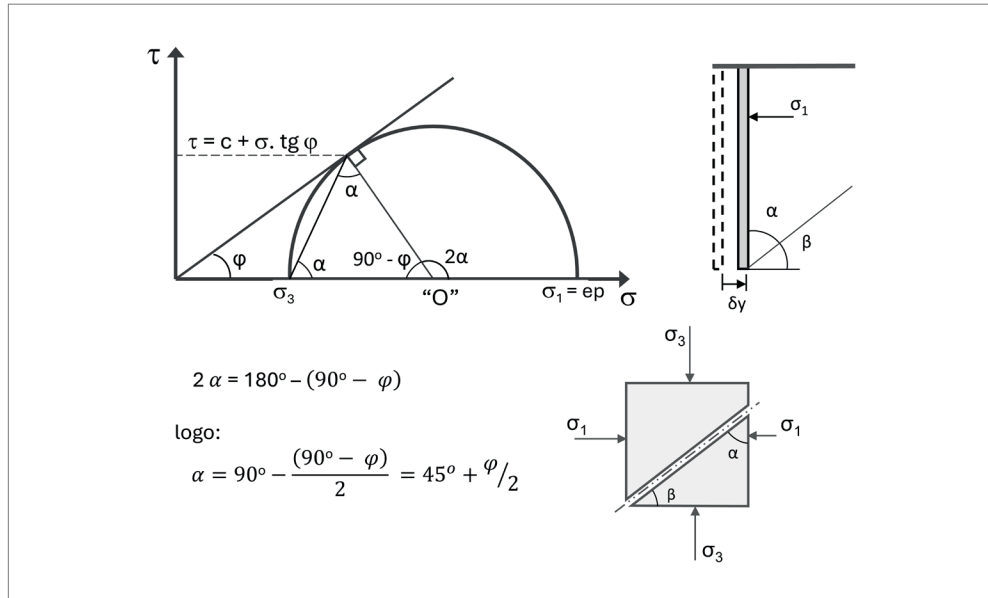
$\sigma_1 = ep$  (empuxo passivo);

$\sigma_1 = \sigma'_v$  (tensão efetiva);

$K_p$  (coeficiente de empuxo passivo) =  $\text{tg}^2 (45 + \varphi / 2)$ ;

$K_p = 1 / K_a$ .

O ângulo do plano em que ocorre a ruptura do maciço por compressão pode ser determinado por meio das relações geométricas representadas na sequência:



**Figura 3.12** Superfície de ruptura limite para estado passivo de tensões.

Para solos coesivos, quando a reta envoltória de ruptura intercepta o eixo das tensões de cisalhamento, pode-se valer da mesma analogia do caso de empuxos ativos, com a formulação desenvolvida a partir da Figura 3.10, colocando em evidência, neste caso,  $\sigma_1$ . Considerando (3.3.1.6), como a seguir:

$$\sigma_3 = \sigma_1 \cdot K_a - 2c \cdot (K_a)^{1/2}$$

No caso dos empuxos passivos,  $\sigma_1$  é a incógnita a determinar, logo, de (3.3.1.6), acima:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= [\sigma_3 + 2c \cdot (K_a)^{1/2}] / K_a \\ \sigma_1 &= \sigma_3 \cdot K_p + 2c \cdot (K_p)^{1/2}\end{aligned}\tag{3.3.2.3}$$

sendo:

$\sigma_1 = ep$  (empuxo passivo);

$\sigma_1 = \sigma'_v$  (tensão efetiva);

$K_p$  (coeficiente do empuxo passivo) =  $\text{tg}^2 (45^\circ + \varphi/2) = 1 / K_a$

### EXEMPLO 3.3

#### Aplicação do empuxo passivo

Determinar os empuxos passivos que atuam em um paramento vertical, contínuo na largura, com 4,0 m de altura,  $SC = 0$ ; não tendo sido identificado lençol freático.

Os dados do solo, são:

$$\gamma_{s, \text{nat}} = 18 \text{ kN/m}^3$$

$$\Phi = 20^\circ$$

$$C = 20,0 \text{ kN/m}^2$$

#### Resolução

$$K_p = \text{tg}^2 (45 + \varphi/2) = \text{tg}^2 (45 + 20^\circ / 2) = 2,04$$

$z$ (m)	$\sigma_v = \gamma_s \cdot z + SC$ (kN/m <sup>2</sup> )	$K_p$	$ep = \sigma_v \cdot K_p + 2c \cdot K_p^{1/2}$ (kN/m <sup>2</sup> )	
0,0	$18 \cdot 0,0 + 0,0 = 0,0$	2,04	$0,0 \cdot 2,04 + 2 \cdot 20 \cdot 2,04^{1/2} = 57,13$	
4,0	$18 \cdot 4,0 + 0,0 = 72,0$	2,04	$72,0 \cdot 2,04 + 2 \cdot 20 \cdot 2,04^{1/2} = 204,01$	

#### 3.3.3 Empuxo passivo em estacas isoladas carregadas lateralmente

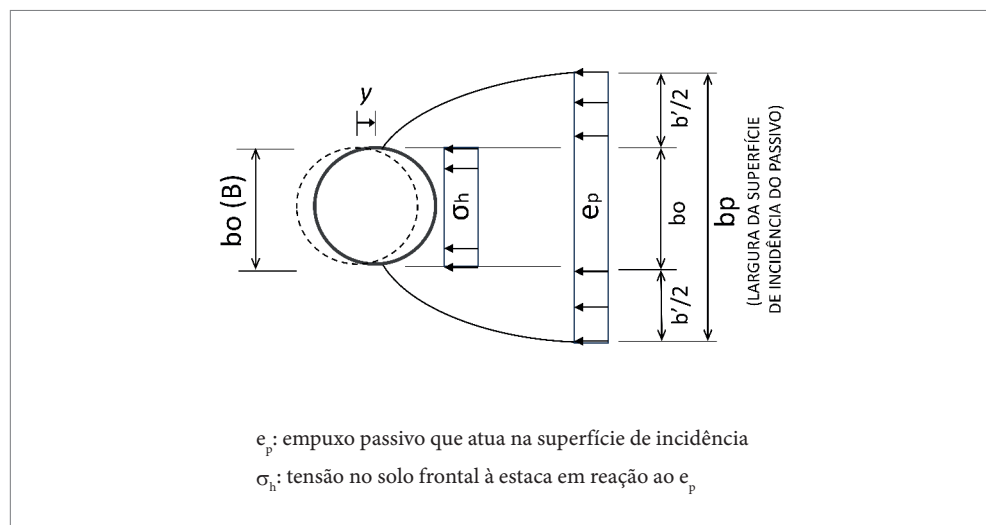
As estacas isoladas carregadas lateralmente apresentam o comportamento de um pilar em balanço confinado pelo solo, tendo como característica principal de comportamento, inversões na linha elástica, mobilizando reações no solo, mediante deformações, nas duas faces, em compatibilidade ao sentido das deformações. Como consequência, a distribuição das tensões no solo é contínua, mas não uniforme. Ocorre, ainda, que a estaca, quando embutida no solo, ao se deformar, na face oposta ao deslocamento, forma-se um semianel perimetral de compressão, um arco de confinamento, como resultado do comportamento axissimétrico característico, fazendo com que na face de descompressão, ocorra o descolamento do solo. Ver Figura 6.13. Como consequência, especialmente, em estacas de pequeno diâmetro, na face de descompressão, não se desenvolvem empuxos ativos.

Para fins de projeto, utilizando-se de determinados métodos de cálculo, como o MEF, interessa, em especial, saber o valor das pressões passivas mobilizadas pelo lado comprimido, em profundidades  $z$  variadas, intermediárias à altura da estaca.

No entanto, o deslocamento da estaca provoca reações horizontais no solo na face frontal da seção, gerando *tensões normais* à face e de cisalhamento nas laterais. Há assim uma tendência de ruptura à compressão do solo frontal à estaca mediante a formação de um bulbo horizontal de tensões, cujos limites são as tensões passivas.

No bulbo horizontal de tensões, na ruptura, estabelece-se uma superfície de ruptura decorrente da mobilização de empuxos passivos no solo, cuja largura é variável ao longo da profundidade de sua mobilização. Pode-se supor que na ruptura, ortogonalmente a essa superfície, desenvolvem-se tensões de cisalhamento de equilíbrio da massa de solo, similares às que ocorrem na mobilização dos empuxos passivos, como definido em 3.3.2. Para fins práticos, pode-se admitir que a superfície crítica de ruptura ocorra a uma distância média da face da estaca, variando ao longo de toda sua profundidade e que nessa distância média, as tensões de compressão se propaguem horizontalmente, espalhando-se em forma de um bulbo, como mostra a Figura 3.13, até atingir a largura crítica de ruptura:  $bp = bo + 2 \cdot (b'/2)$ .

$\therefore to$  como definido na Tabela 5.2.



**Figura 3.13** Largura de incidência de empuxos passivos em estaqueamento descontínuo.

A questão que se coloca traz como especificidade nas análises, a variação não linear das deformações da linha elástica da estaca, o que distorce os conceitos de mobilização dos empuxos passivos, que supõe um deslocamento uniforme.

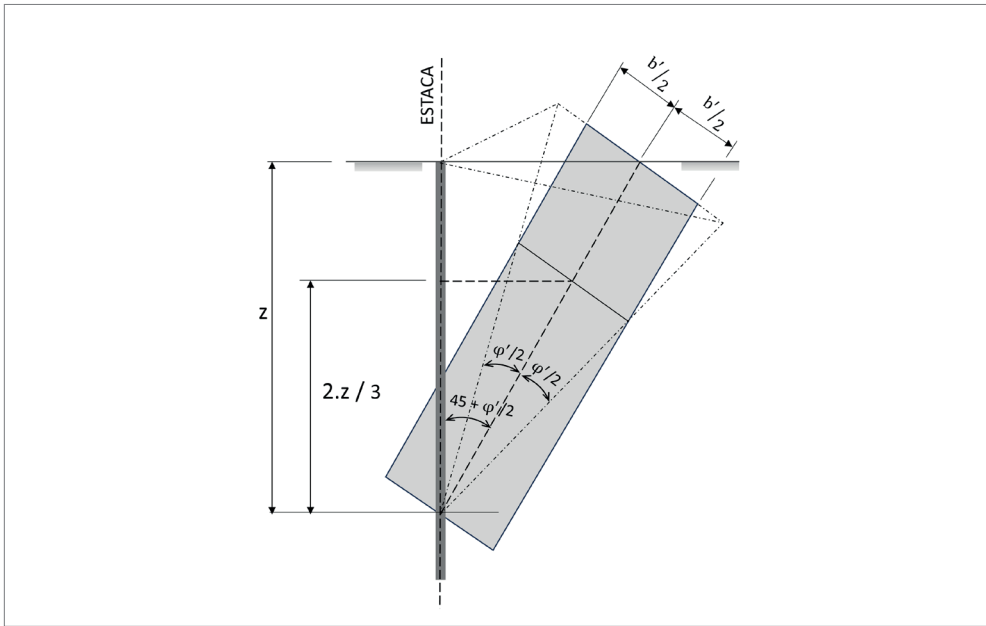
Teoricamente, o empuxo passivo em meio contínuo calculado em uma determinada profundidade  $z$ , representa a resultante das tensões desenvolvidas pelo deslocamento na horizontal e na vertical de uma cunha de ruptura, em seu equilíbrio limite, que tem origem na referida profundidade  $z$ . No caso de uma estaca isolada, o problema ganha ainda maior complexidade, pelo fato do modelo referir-se a uma cunha de solo deslocado com o formato de um prisma. Ainda, há que se levar em conta as influências dos parâmetros  $\varphi$  - ângulo de atrito interno do solo e da coesão  $c$ , que atuam de forma independente.

Para a questão que se coloca, propõe-se para a determinação do empuxo passivo em estacas isoladas, admitir-se uma largura de mobilização dos empuxos, variável com a profundidade, a partir da qual será determinado o valor da pressão passiva, por Rankine. Com certa aproximação, o deslocamento imposto da estaca contra o solo pode ser admitido como horizontal e constante, na profundidade  $z$ . Weissenbach *et al* (2003) apresenta uma proposta para determinar o valor dos empuxos passivos em estacas isoladas, assumindo um modelo que considera larguras de incidência independentes para a ação do ângulo de atrito interno do solo  $\varphi$  e da coesão  $c$ , a partir das quais se determinam as respectivas componentes que compõe o empuxo passivo. Detalhes do critério e sua aplicação pode ser visto em Gerscovich *et al.* (2019).

No presente trabalho, como proposta para a definição da cunha prismática, será admitido que a largura de mobilização dos empuxos passivos seja única para as duas componentes que compõe o empuxo passivo, seja para o atrito interno do solo  $\varphi$ , como para a coesão  $c$ . Assim, admite-se que a resultante das pressões horizontais que compõe o empuxo passivo decorre unicamente de uma cunha prismática de equilíbrio estático, formada a partir da profundidade de referência  $z$ , na qual se deseja determinar seu valor.

Supõe-se que na mobilização lateral do solo desenvolvem-se planos de ruptura com origem na profundidade  $z$ , em que se deseja determinar o empuxo, com inclinação em relação à vertical, formando um ângulo  $\varphi' / 2$ . A largura de propagação e mobilização dos empuxos, como mostra a Figura 3.14, segue um desenvolvimento linear ao longo da altura.

Para resolução do problema, a formulação tem como base o valor das pressões passivas a cada profundidade  $z$ , calculada por Rankine, assumindo-se como profundidade limite, para validade da proposta, o valor de  $t_0$  obtido na Tabela 5.1. Assim,  $t_0$  indica o valor de um trecho da estaca em que, nessa profundidade, ocorrem deslocamentos significativos médios, quando carregada lateralmente. Esse critério, mesmo diante das aproximações na estimativa de  $t_0$ , leva a resultados coerentes, considerada a prática dos projetos.



**Figura 3.14** Largura de incidência da atuação de empuxos passivos em estacas isoladas.

Para a definição da largura  $b'$ , segundo a Figura 3.14, admitiu-se, dentre as inúmeras simplificações que envolve a questão, que o centro de gravidade CG da cunha prismática ocorre a  $2/3$  da profundidade  $z$ ; a largura de referência da mobilização do empuxo passivo ocorre na altura do CG do prisma, considerada a  $2/3$  da profundidade  $z$ ; a superfície lateral ao prisma é plana; a largura de referência  $b'$ , assim determinada, será adotada constante, como média ao longo da profundidade  $z$ .

De acordo com a Figura 3.14, tem-se para a largura  $b'$ :

$$b' = 2 \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot z \cdot \operatorname{tg} \frac{\varphi'}{2} \right) \quad (3.3.3.1)$$

Por aproximação numérica, considerando que para os solos usuais,  $\varphi'$  está entre  $20^\circ$  e  $35^\circ$ , e que neste intervalo,  $\operatorname{tg} \varphi' \cong 2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}$ , assume-se o seguinte valor para expressão (3.3.3.1):

$$\rightarrow b' = 0,65 \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot z \quad (3.3.3.2)$$

A expressão para determinação da reação linear do empuxo tem valor variável segundo a profundidade  $z$  e pode ser representada como proposto a seguir:

$$q_{p,z} = (\gamma_s \cdot K_p \cdot z + 2 \cdot c \cdot \sqrt{K_p}) \cdot (b_0 + b') \text{ "kN / m " } \quad (3.3.3.3)$$

sendo:

$K_p$ : coeficiente dos empuxos passivos;

$\gamma_s$ : peso específico do solo;

$c$ : coesão.

Considerações para aplicação do critério:

→  $z \leq t_0$ . Considerar para  $t_0$  o significado e valores obtidos pela Tabela 5.2.

Para profundidades  $z$  maiores que  $t_0$ , manter o valor  $b'$ , determinado com  $z = t_0$ , constante.

→ Em caso de várias estacas espaçadas, limitar  $(b_0 + b')$  ao espaçamento das estacas  $d_E$ .

Ver aplicação numérica: Exemplo 6.6

### 3.3.4 Empuxos passivos em paramentos verticais descontínuos

No caso de empuxos passivos resultantes de paramentos verticais descontínuos, usualmente formado por estacas isoladas e espaçadas, propõe-se estabelecer uma largura de mobilização dos empuxos passivos em semelhança ao comportamento de uma estaca isolada. No entanto, há questões que consideram a sobreposição das larguras de mobilização de cada estaca.

Como procedimento para determinação do  $E_{p,z}(q_{p,z})$  sugere-se a seguinte rotina de cálculo:

- determinar, inicialmente,  $b'$  e verificar se  $b_0 + b'$  não excede a distância entre eixos das estacas. Caso ocorrer, substituir seu valor por esta distância.
- calcular, na sequência, o empuxo passivo total  $E_{p,z}$  para um elemento de contenção isolado, considerando a largura  $b_0 + b'$ .
- calcular, por fim, a resultante dos empuxos passivos  $E_{pcont}$ , para o escoramento considerado contínuo, na largura correspondente à distância entre o eixo de duas estaca  $d_E$ .

## CAPÍTULO 4

# Recalque das fundações

Os elementos de fundação apresentam deformabilidades que interferem na rigidez do conjunto estrutural de uma obra. Quanto às fundações rasas, mais comumente, as sapatas, interessa às análises os deslocamentos verticais causados na interface entre a base da fundação direta e o solo de assentamento, decorrentes da dissipação da energia dos carregamentos aplicados e sua propagação pelo subsolo. Já para as fundações profundas, as estacas ou tubulões, a questão é mais complexa, envolvendo sua deslocabilidade vertical, horizontal ou rotacional, mediante a aplicação de carregamentos verticais, horizontais ou momentos, respectivamente, podendo referir-se a uma fundação simples ou a um bloco com estacas agrupadas.

Nos solos, são válidos os preceitos da teoria da elasticidade, ao se considerar nas análises numéricas um meio semi-infinito, solo confinado, e quando submetido a pressões aplicadas, não excedam os limites de resistência e deformação. Importante validar os parâmetros do solo para as análises, de modo a garantir que para as cargas de serviço, o solo apresente um comportamento próximo ao linear, dentro de uma faixa em que se possa admitir somente recalques elásticos. Em caso contrário, as análises não têm solução analítica direta, devendo-se recorrer a recursos computacionais, como é o caso do MEF. Importa, assim, para o projeto, não somente a tensão limite resistente na camada do solo na profundidade em que será assente a base de uma sapata, na determinação de suas dimensões, mas também, em especial, a variação dos recalques e os danos associados que causam (Ver Capítulo 8).

No projeto de fundações em estacas, os estudos das deformações envolvem o modo de transmissão das cargas do elemento de fundação para o solo, que é função da rigidez relativa estaca-solo, cujos conceitos são formulados pelas teorias da interação solo-estrutura, que consideram a rigidez relativa entre os elementos estruturais das fundações e o solo, quanto aos deslocamentos vertical, horizontal e rotacional.

A rigidez das estacas ao deslocamento axial pode ser simplistamente definida como a maior ou menor dificuldade que suas estruturas apresentam para desenvolver recalques axiais elásticos, quando solicitadas por cargas também axiais, transmitidas ao solo por mecanismos de contato entre o solo e a estrutura, sujeitos a interações na compatibilidade das deformações.

Quanto aos recalques causados por deformações diferidas no tempo, esse fenômeno é pautado pela teoria da consolidação, relacionando os efeitos de dissipações da *pressão neutra* ou por acomodação das partículas do solo mediante solicitação, associados à sua concomitante deformação. Para estudos estruturais complexos que envolvem a interação solo-estrutura, deve-se efetuar análises especiais, desenvolvendo-se envoltórias com resultados em tempos diferentes em relação à aplicação dos carregamentos, prevendo-se, assim, no dimensionamento estrutural, efeitos diferidos no tempo, como fluência ou adensamento do solo. Contudo, trata-se de um tópico à parte, não pertinente às questões abordadas neste capítulo. De forma geral, as fundações interagem por meio de sua rigidez com os demais elementos estruturais da obra, participando na distribuição dos esforços por todo o conjunto.

#### 4.1 COMPORTAMENTO DAS FUNDAÇÕES DIRETAS

Os sistemas estrutura-fundações rasas se enquadram em vários tipos e categorias de obras, não cabendo, portanto, neste trabalho, sua distinção. De forma geral, constituem-se como bases de concreto de dimensões avantajadas, assentes em camadas relativamente superficiais e, em sua distribuição de tensões no solo, normalmente são tidas como rígidas, quando não, sua flexibilidade deve ser considerada na avaliação dos recalques. Os substratos que recebem o assentamento das fundações diretas devem apresentar boa capacidade resistente à aplicação de tensões verticais e caso sejam suscetíveis a deformações por adensamento, isso implica análises com interações complexas envolvendo as estruturas.

Os controles dos deslocamentos verticais específicos ou globais são de suma importância para o projeto, já que seus efeitos interferem na rigidez do elemento estrutural fundação, interagindo, especialmente, com sistemas estruturais hiperestáticos, como também, no próprio desaprumo da obra quando posta em uso. A rigidez estrutural da base da fundação é fundamental também para a determinação das tensões no solo, para que apresente um comportamento de distribuição linear e se

evite concentrações excessivas de tensões em partes específicas da fundação. Mediante cargas excêntricas, deve-se atentar ao possível descolamento do bordo menos comprimido da sapata, já que isso leva a concentrações de tensões que podem causar desde o solapamento dos solos de base, como também, limitações ao uso de recursos estruturais para garantir a estabilidade da fundação.

Os recalques, como visto no Capítulo 3, seção 3.1 – Deformabilidade dos solos – curvas tensão-deformação –, podem ser instantâneos e se caracterizam por não apresentarem deformações diferidas no tempo, como adensamento ou fluência do solo. Para alguns tipos de solo, a grande parte dos recalques ocorrem em curto período, podendo as deformações serem tratadas como instantâneas. Nas análises das deformações verticais em uma massa de solo, pela aplicação das cargas na superfície, interessa os três tipos de recalque, como citados, instantâneos, por adensamento e por fluência, tendo em vista que o solo apresenta um comportamento diferenciado para cada um deles. Neste capítulo, avalia-se as principais respostas do solo à aplicação de cargas por meio de fundações rígidas, na superfície do terreno, ou seja, fundações rasas. Também, cabe enfatizar, que na avaliação das deformações, será atendida a relação de proporcionalidade das tensões-deformações, por meio do módulo secante de deformação, determinado no trecho do diagrama que corresponde à variação das tensões de trabalho.

Nas análises efetuadas, as deformações e distribuição das tensões referem-se ao período imediatamente após a conclusão da obra, antes de eventual ocorrência das deformações por adensamento ou fluência, caso que mereceria outra abordagem independente. Assim, as cargas permanentes, para as análises em questão, são tratadas como instantâneas, no tempo de colocação da obra em uso, conjuntamente às cargas acidentais, sem distinção.

Para as análises da deformabilidade no solo, deve-se avaliar as condições de compressibilidade do solo, quando prevalecem as deformações causadas por carregamentos aplicados na superfície do terreno. As tensões, ao se espalharem ao longo da profundidade, têm sua intensidade reduzida à medida que se propagam para as camadas inferiores, até que a energia da deformação imposta pelo carregamento seja dissipada.

Como se verifica, pelas formulações da teoria da elasticidade, as deformações verticais de uma sapata dependem de vários fatores, como a forma e dimensão da sapata, tipo do solo, intensidade dos carregamentos e outros fatores. Em suma, as deformações totais na base da sapata dependem das deformações acumuladas no solo, na profundidade de propagação das tensões, que tem como definição o bulbo de tensões, como visto na Figura 2.13. Esse tratamento teórico, em projeto, se con-

siderado, inviabilizaria os resultados devido ao prazo e aos custos envolvidos com as análises.

Na prática, para esse tipo de abordagem numérica, se faz uso do conceito de *coeficiente de recalque vertical*, que tem a conotação de *módulo de proporcionalidade* entre as tensões verticais que se desenvolvem no solo imediatamente abaixo da superfície da base e os recalques elásticos correspondentes.

O conceito do coeficiente de recalque vertical  $k_v$  pode ser entendido a partir da Figura 4.1, como sendo a relação direta entre as tensões médias no solo  $\sigma_v$ , transmitidas por uma placa rígida, e a deformação vertical média  $\rho$  que provoca. Verifica-se que quanto maior for a *dimensão B*, para a mesma tensão vertical aplicada  $\sigma_v$ , mantendo-se constante a segunda dimensão da placa, mais profundo será o bulbo, o que acarretará maior mobilização das camadas dos solos também mais profundos, relativamente à deformação, causando maiores recalques  $\rho$ .

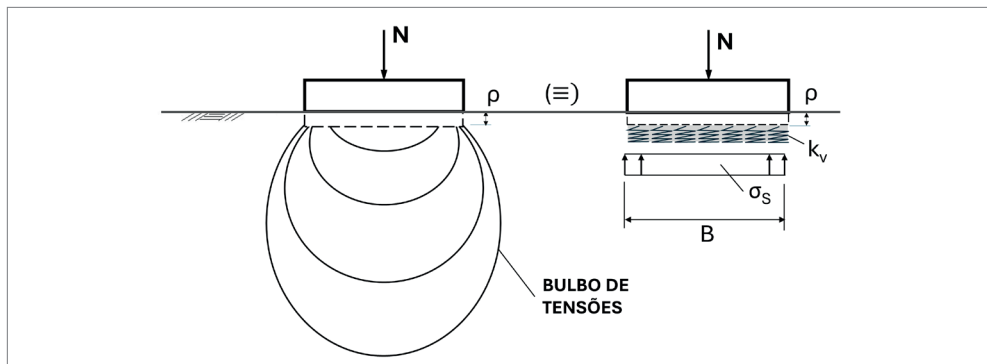


Figura 4.1 Deformações verticais imediatas pela ação de uma placa carregada na superfície do solo.

Assim, por definição, as tensões  $\sigma_s$  podem ser obtidas como resultado da relação entre o coeficiente de recalque vertical e os recalques que produzem na interface com uma placa rígida:

$$\sigma_v \rightarrow k_v \cdot \rho$$

sendo

- $k_v$  = coeficiente de recalque vertical ( $\text{kN/m}^3$ ).

O valor do coeficiente de recalque vertical  $k_v$  se relaciona diretamente com o recalque elástico que ocorre na base de uma sapata rígida. Na prática, tem sido obtido

por trabalhos de aproximação de valores efetuados por vários autores. Dentre as abordagens que são utilizadas em sua determinação, pode-se citar:

- aplicação da teoria da elasticidade;
- ensaios de placa;
- métodos semiempíricos, por correlações com resultados de ensaios efetuados *in loco*, como o  $N_{SPT}$  e outros, obtidos por meio de publicações técnicas de diversos autores;
- métodos empíricos, que envolvem aplicação de valores médios referenciais obtidos de relações diretas entre vários tipos de solo, utilizados em estudos preliminares.

Apresentam-se, com base na teoria da elasticidade, formulações para a determinação do recalque elástico na base de uma sapata, com resoluções desenvolvidas a partir de simplificações que permitem o desenvolvimento de expressões em aplicações específicas. Vários autores propõe variações em torno da equação básica, tratando de maneira diferenciada os parâmetros intervenientes para sua resolução, tendo

como expressão mais geral:  $\rho = \sigma_v \cdot I_F \cdot B \cdot \frac{(1-\nu^2)}{E_s}$ , em que  $\rho$  é a deformação vertical

na base da sapata;  $I_F$  um fator de forma, normalmente função da geometria ou relação entre os lados da sapata e sua rigidez e  $B$  o menor lado da sapata.

Schliecher (1926) e Perloff (1975), como referência, propõe a equação básica com pequenas variações no tratamento dos parâmetros. Este assunto é abordado em detalhes por Albuquerque e Garcia (2020); Velloso e Lopes (2011); Pinto (2006).

Com base na teoria da elasticidade e como adequação à equação básica aos interesses deste trabalho, para cargas aplicadas na superfície, solos elásticos, homogêneos e meio semi-infinito, propõe-se a seguinte expressão para a determinação dos recalques elásticos na base de uma fundação rasa rígida, aplicada na superfície do solo:

$$\rho = \sigma_v \cdot \lambda \cdot \frac{(1-\nu^2)}{E_s} \quad (4.1.1)$$

sendo:

- $\rho$  – deformação vertical na base da sapata.

- $\lambda$  – grandeza dimensional que representa o lado equivalente da base de uma fundação de dimensão  $B \times L$ , tendo como equivalência uma placa rígida quadrangular, relacionado ao lado referencial de uma placa quadrada de 1,0 x 1,0 m de largura, com efeito na determinação da deformação  $\rho$ .  $\lambda$  é definido e determinado, a partir da expressão:  $\lambda = \sqrt{B \cdot L \cdot I_C}$ .
- $B \cdot L$  – base de placa retangular rígida estudada, com menor largura  $B$  e maior  $L$ .
- $I_C$  – fator de conformação aplicado à base da fundação de lados  $B \times L$ , a considerar sua relação dimensional, na propagação das tensões verticais no meio solo, que causam a deformação  $\rho$ , tendo a conotação de *fator de forma*.

Como base para este trabalho, propõe-se para os valores de  $I_C$  as relações numéricas constantes na Tabela 4.1.

**Tabela 4.1** Fatores de conformação  $I_C$  propostos para placas rígidas

FORMA	$I_C$
Círculo	0,83
Retângulo (L/B)	
1,0	1,00
1,5	0,94
2,0	0,88
5	0,65
10	0,51
100	0,16

Estabelece-se a partir da expressão (4.1.1), uma proporção direta intrínseca entre a tensão vertical aplicada à base da sapata, com a deformação causada como decorrência da profundidade do bulbo de tensões, que é proporcional à largura da sapata. A grandeza dimensional  $\lambda$ , como evidencia-se em (4.1.2), tem assim, conotação de coeficiente de proporcionalidade.

$$\frac{\rho}{\sigma_v} = \lambda \cdot \frac{(1-\nu^2)}{E_s} \quad (4.1.2)$$

A partir de (4.1.2) e fazendo com que a placa seja quadrada com lados de 1,0 x 1,0 m, o que torna  $I_C = 1,0$  e  $\lambda = 1,0$ , considerando ainda o carregamento aplicado na sapata,  $\sigma_v$ , tem-se:

$$\frac{\sigma_v}{\rho} = \frac{E_s}{(1-\nu^2)} \quad (4.1.3)$$

A partir de (4.1.3), define-se o coeficiente de recalque vertical  $k_v$  para um carregamento uniformemente distribuído, para uma placa quadrada de  $1,0 \text{ m}^2$ , com  $\lambda = 1,0 \text{ m}$ , referindo-se a um solo homogêneo semi-infinito, representado na forma reduzida, como a seguir:

$$k_{v1} \text{ (ou simplesmente } k_v) = \frac{E_s}{(1-\nu^2)} \quad (4.1.4)$$

Neste caso,  $k_{v1}$ , ou simplesmente  $k_v$ , assume o significado de coeficiente de recalque vertical (ou de reação vertical) paramétrico. Se a base das unidades for métrica, a unidade de  $k_{v1}$  será:  $(\text{F}/\text{m}^3)$ , que corresponde à força necessária para deformar uma placa de  $1,0 \text{ m}^2$  em  $1,0 \text{ m}$ , contra o solo.

$\therefore$  notar que a grandeza dimensional  $\lambda = 1,0$  representa a lado de uma placa quadrangular de largura  $B = 1,0 \text{ m}$ , o que contribui para a coerência da unidade de  $k_{v1}$ .

Para uma fundação específica, deve-se corrigir  $k_{v1}$  (ou simplesmente  $k_v$ ), da relação dimensional  $\lambda$ , referente à base da fundação, em coerência à (4.1.1). Nesse caso, o coeficiente de recalque vertical  $k_{v1}$  assume um valor específico referente à base da fundação em estudo, de relação dimensional  $\lambda$ , assumindo a denominação de  $k_{v,\lambda}$ .

$$k_{v,\lambda} = \frac{k_v}{\lambda} = \frac{E_s}{\lambda \cdot (1-\nu^2)} \left( \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right) \quad (4.1.5)$$

#### EXEMPLO 4.1

Coeficiente de recalque horizontal  $k_{v,A}$

Determinar o coeficiente de recalque vertical  $k_{v,\lambda}$  para uma sapata de dimensões horizontais de  $2,0 \times 3,0 \text{ m}$ , em solo homogêneo e elástico. Sabe-se que:

- $E_s = 10000 \text{ kN/m}^2$
- $\nu = 0,3$

A partir da Tabela 4.1, tem-se:

- Para  $L/B = 1,5 \rightarrow I_c = 0,94$

De (4.1.2):

$$\lambda = \sqrt{B \cdot L \cdot I_c} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 0,94} = 2,38 \text{ m}$$

De (4.1.5):

$$k_{v,\lambda} = \frac{E_s}{\lambda \cdot (1 - \nu^2)} = \frac{10000}{2,38 \cdot (1 - 0,3^2)} = 4616 \text{ kN / m}^3$$

Sabendo-se que a tensão aplicada no solo pela sapata é de  $200,0 \text{ kN/m}^2$ , qual será a deformação vertical?

$$k_{v,\lambda} = \frac{\sigma \nu}{\rho} \rightarrow \rho = \frac{\sigma \nu}{k_{v,\lambda}} \rightarrow \rho = \frac{200,0}{4616} = 0,043 \text{ m}$$

Em se tratando de solos elásticos e homogêneos, mas estratificados por várias camadas, ou substratos constituídos por um único solo em uma única camada, mas com variação da compressibilidade na profundidade, as deformações que se acumulam na base da sapata, caracterizando o recalque de magnitude, têm relações diferenciadas em comparação a um substrato semi-infinito constituído por solo homogêneo. A linha de eixo central da sapata corresponde à linha principal de recalque, sendo que, para solos elásticos e homogêneos:  $\rho = \frac{\int \sigma_{v(z)} dz}{E_s}$ . Constatase que

se a espessura da camada de espessura finita for menor que a altura do bulbo correspondente a um meio semi-infinito, o recalque resultará menor. Da mesma forma, se o subsolo apresentar camadas de estratificação com *módulo de deformação*  $E_s$  distintos, o recalque ocorrerá em função das deformações acumuladas por cada camada.

A exemplo, Cintra, Aoki e Albiero (2011) ou Albuquerque e Garcia (2020) apresentam vários métodos que abordam soluções para determinação dos recalques nos casos mencionados anteriormente. Distinguem-se dois métodos: o de Janbu, Bjerrum e Kjaernsli (1956), aplicados a substratos com uma camada finita compressível, elástica e homogênea, fornecendo fatores de conformação relativos à influência do embutimento da sapata e da espessura da camada de solo abaixo da base de apoio, mediante recalque. Também, o método de Schmertmann (1970), adaptado por Schmertmann *et al* (1978), aplicável a areias, fornece coeficientes de conformação a

serem aplicados simultaneamente ao cálculo da deformação, considerando a influência das deformações ao longo da profundidade  $z$ , a partir da base da sapata; do embutimento e de um terceiro, a influência da deformação no tempo.

A determinação do coeficiente de recalque vertical  $k_v$ , para tais situações de substrato, por meio desses métodos, ou outros equivalentes, é feita aplicando-se os mesmos procedimentos já abordados para substratos em meio semi-infinito, elástico e solos homogêneos, a partir da relação recalque e tensão aplicada no solo na base da sapata. Não faz parte deste trabalho o aprofundamento quanto à aplicação de métodos disponíveis para o cálculo de recalques, em situações diversas, mas sim expor procedimentos para a determinação do coeficiente de recalque vertical  $k_v$  e análise de casos práticos de fundações mediante sua rigidez ao deslocamento vertical.

#### 4.1.1 Rigidez das fundações rasas

Recalques em estruturas são um tópico que assume importância mediante os danos que causam, podendo ser estruturais ou associados aos elementos construtivos da obra ou à sua funcionalidade (ver Capítulo 8). No caso de dano estrutural, está normalmente relacionado às estruturas hiperestáticas, caso em que deformações diferenciais entre seus elementos ocasionam esforços de compatibilização. Nesses casos, as deformações associadas às fundações podem ser significativas para o resultado da análise estrutural e determinação dos esforços de dimensionamento.

No tocante aos recalques verticais, ou seja, decorrentes das cargas verticais e de suas excentricidades, importa determinar a rigidez das fundações relativamente à deformabilidade do solo aos efeitos do deslocamento vertical  $\rho$ . Assume também importância esforços aplicados que resultem em deformações do solo, causando deslocamento rotacional da fundação.

#### *Rigidez das fundações rasas ao deslocamento vertical*

A rigidez ao deslocamento vertical, propriamente, refere-se à maior ou menor dificuldade que possui um elemento estrutural em causar um recalque no solo mediante a aplicação de uma pressão  $\sigma_v$ .

Partindo-se do pressuposto de ser uma fundação rígida, as tensões no solo têm uma distribuição média homogênea ao longo de toda a superfície de contato com o solo e, havendo proporcionalidade entre tensão-deformação, confirma-se a utilização do coeficiente de recalque vertical  $k_v$ .

Assim, se  $S$  for a área da superfície horizontal de uma fundação em uma placa carregada com uma força  $N$ :

$$N = S \cdot \sigma_v = S \cdot \rho \cdot k_{v,\lambda}$$

para:  $N = 1,0 \rightarrow \rho$  (recalque/deformação) =  $f$  (flexibilidade)

$$f \cdot S \cdot k_{v,\lambda} = 1,0; f = \frac{1}{S \cdot k_{v,\lambda}}$$

A rigidez da sapata, será:

$$K_{M,\lambda} = \frac{1}{f} = S \cdot k_{v,\lambda} \text{ (kN / m)} \quad (4.1.1.1)$$

sendo:

- $K_{M,\lambda}$ : Rigidez vertical da fundação (coeficiente de mola), em (kN/m);
- $K_{v,\lambda}$ : coeficiente de recalque vertical relacionado à área da sapata, em (kN/m<sup>3</sup>).

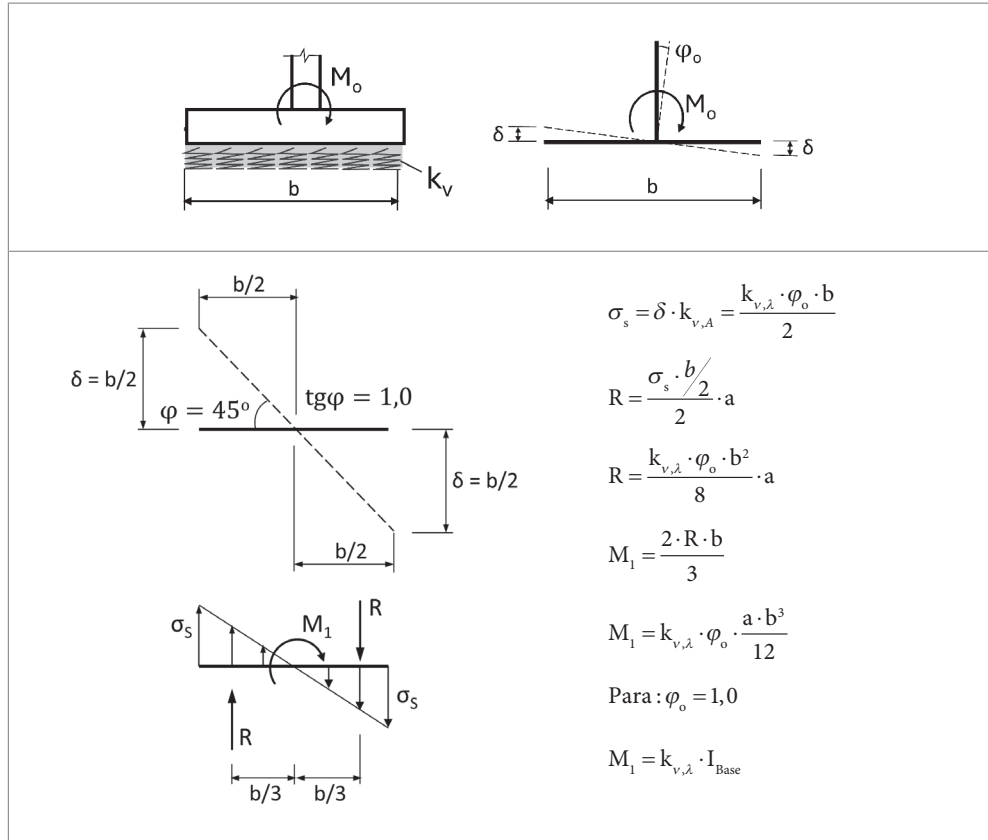
Em se tratando de fundações em estruturas flexíveis, as deformações à flexão das bases da fundação interagem com o solo, ocasionando uma distribuição não linear das tensões no solo ao longo da superfície de contato entre a estrutura e o solo. Esse problema é hiperestático, com solução analítica nas teorias de vigas sobre apoio elástico ou com a utilização de métodos numéricos, como o MEF. Ver Capítulo 6, seção 6.3 – Método para discretização do solo por coeficientes de mola.

### *Rigidez rotacional das fundações rasas*

Havendo compressibilidade vertical do solo, para deformações verticais, há que se avaliar também a deformabilidade rotacional das fundações mediante a ocorrência de momentos aplicados às deformações verticais.

Os momentos encontram reações por meio das tensões verticais, que são as responsáveis pela deformabilidade. Importa, no caso, determinar a rotação angular na base das fundações, que será transmitida aos pilares, gerando no topo desses pilares, deformações associadas.

Se válido o pressuposto de proporcionalidade entre tensão-deformação e homogeneidade na distribuição das tensões, ao se aplicar na base da fundação uma rotação angular  $\varphi_o$ , tal que:  $tg \varphi_o = 1,0$ , obtém-se como resultado um momento proporcional paramétrico  $M_1$ , representando o esforço que terá ocasionado a rotação. Ver Figura 4.2.



**Figura 4.2** Determinação do momento hiperestático decorrente de deformação angular imposta em uma fundação rasa.

Para determinação da deformação angular do elemento estrutural, tomando-se como exemplo, uma sapata submetida a um momento  $M_o$ , este momento provocará *tensões normais* de equilíbrio no solo, resultantes dos deslocamentos verticais resultantes da deformação angular  $\varphi_o$ , em sua base.

Estabelecendo a relação:

$$p/M = M_o \rightarrow \varphi = \varphi_o \text{ (rad)}$$

$$p/M = M_1 \rightarrow \varphi = 1,0$$

→ resulta:

$$\varphi_o = \frac{M_o}{M_1} = \frac{M_o}{k_{v,\lambda} \cdot I_{Base}} \quad (4.1.1.2)$$

\*  $\varphi_o$  em radianos

O momento resultante da rotação  $\varphi_0$ , será:

$$M_0 = \varphi_0 \cdot k_{v,\lambda} \cdot I_{\text{Base}} \quad (4.1.1.3)$$

sendo:

- $I_{\text{Base}}$ : Momento de Inércia da base da fundação.

A formulação acima somente tem validade se, concomitante ao momento  $M_0$ , atuar uma carga vertical  $N_0$ , tal que anule as tensões de tração oriundas da deformação angular.

Da mesma forma que para os casos de deslocamento vertical, se a sapata for flexível, a interação de sua base com o solo se dará pela composição das deformações no solo, ponto a ponto, com as de flexão da base da sapata. Isso resultará na alteração da rotação, tendendo a um valor maior, a depender da flexibilidade estrutural da base da sapata. Nessa situação, o problema se torna hiperestático, cuja resolução, pelas teorias que envolvem a viga sobre apoio elástico, torna-se complexa, utilizando-se de modelos de resolução numérica, como o MEF. Ver Capítulo 6, item 6.3.2 – Método dos elementos finitos aplicados a modelos com coeficientes de mola.

## EXEMPLO 4.2

Cálculo do recalque em fundações rasas

Determinar a deformação diferencial entre duas sapatas rígidas contíguas de um edifício, cujas áreas superficiais de suas bases foram determinadas pela mesma tensão de serviço para o solo, porém, cada uma delas submetida a cargas de trabalho distintas.

$$E_s = 15000 \text{ kN/m}^3$$

$$\nu = 0,3$$

$$\sigma_{s,adm} = 0,30 \text{ Mpa} = 300 \text{ kN/m}^2$$

- Pilar 1 – sapata quadrangular, relação entre os lados de 1 : 1

$$P1 = 2000 \text{ kN}$$

$$S1 = 2000 / 300 = 6,67 \text{ m}^2$$

$$\text{Tabela 4.1} \rightarrow L / B = 1,0 \rightarrow I_c = 1,0$$

$$\lambda = \sqrt{6,67 \cdot 1,0} = 2,58$$

$$\rho = \sigma_v \cdot \lambda \cdot \frac{(1 - \nu^2)}{E_s}$$

$$\rho = 300 \cdot 2,58 \cdot \frac{(1 - 0,3^2)}{15000} = 0,047 \text{ m}$$

- Pilar 2 – sapata retangular, relação entre os lados de 1 : 1,5

$$P2 = 3200 \text{ kN}$$

$$S2 = 3200 / 300 = 10,67 \text{ m}^2$$

$$\text{Tabela 4.1} \rightarrow L / B = 1,5 \rightarrow I_c = 0,87$$

$$\lambda = \sqrt{10,67 \cdot 0,94} = 3,17$$

$$\rho = \sigma_v \cdot \lambda \cdot \frac{(1 - \nu^2)}{E_s}$$

$$\rho = 300 \cdot 3,05 \cdot \frac{(1 - 0,3^2)}{15000} = 0,058 \text{ m}$$

### EXEMPLO 4.3

Deformação angular na base de sapata submetida a momentos

Calcular a deformação angular que atua em um conjunto infra/meso, constituído por um pilar engastado em uma sapata, sob a ação de uma força horizontal aplicada no topo do pilar. Supor que já atuem no solo *tensões normais* que garantam o não descolamento da base. Ver esquema teórico de cálculo a seguir:

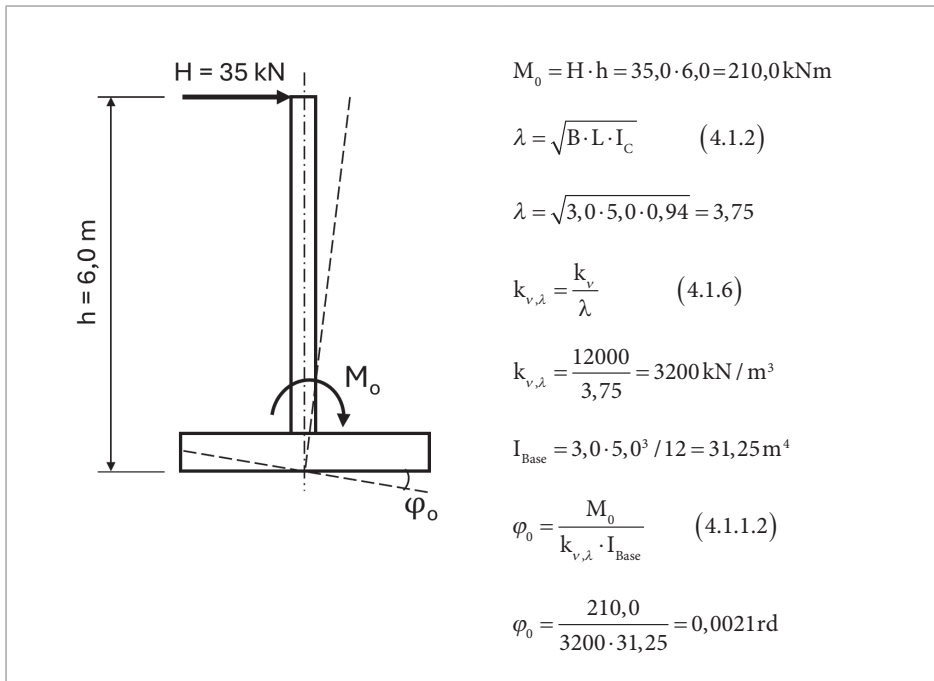
$$k_v = 12000 \text{ kN/m}^3$$

$$h = 6,0 \text{ m};$$

$$B = 3,0 \text{ m}; L = 5,0 \text{ m} \rightarrow L/B = 1,67$$

$$\text{da Tabela 4.1} \rightarrow I_C = 0,92$$

$$H = 100,0 \text{ kN}$$



#### 4.1.2 Interação solo-estrutura em obras de fundação rasa

A interação solo-estrutura refere-se à compatibilidade que existe entre as deformações das estruturas em contato com o solo e o próprio solo. As estruturas em contato com o solo, não estando sob a condição de livre deformação, impõe ao solo deformações que resultam em reações que interferem no equilíbrio das equações de compatibilidade da deformada da linha elástica. Considerando que essa compatibilidade entre as deformações, do solo e dos elementos estruturais, ocorre ponto a ponto, no contato entre os dois meios, o estrutural e o solo, resultando em um elevado nível de hiperestaticidade, vários autores desenvolveram métodos analíticos que visam a resolução das equações de compatibilidade. Em sua forma mais simples, em problemas de interação pontual, com uma única incógnita hiperestática, a resolução refere-se a equações lineares, podendo ser tratadas diretamente de forma analítica. Em interações por meio contínuo, no entanto, recorre-se a soluções numéricas, pelo método MEF, ou por métodos semiempíricos, aplicados a problemas específicos. A seguir, são

apresentados dois casos de aplicação, em que ocorrem interações pontuais, a título de exemplificação.

#### EXEMPLO 4.4

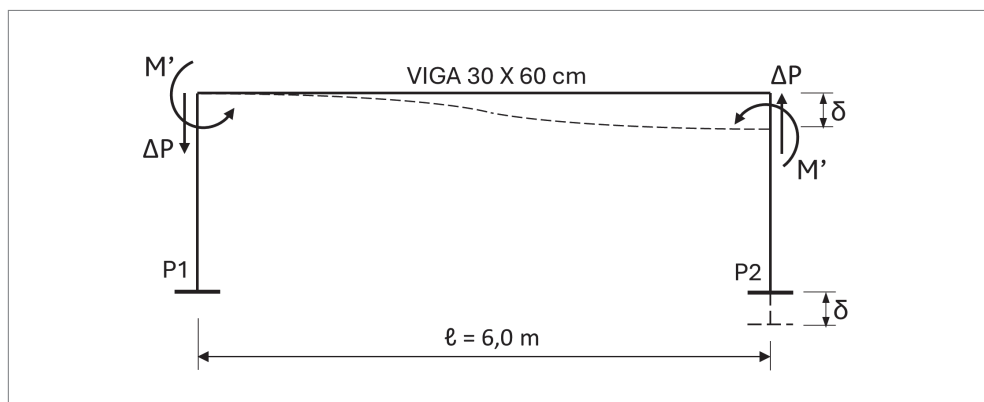
##### Recalque diferencial

A partir das sapatas estudadas no Exemplo 4.2, supondo estarem engastadas as pilares considerados infinitamente rígidos à flexão, interligados em seus extremos, por uma viga também engastada, de seção de (0,3 x 0,6 m) e 6,0 m de vão, calcular os momentos fletores que ocorrem na viga, como decorrência do recalque diferencial indicado entre as sapatas de fundação. Ver esquema, a seguir.

$$N1 = 2000 \text{ kN}$$

$$N2 = 3200 \text{ kN}$$

$$E_c = 21 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$$



Do exemplo 4.2, tem-se:

$$\delta = 0,058 - 0,047 = 0,011 \text{ m}$$

$$I_{\text{Viga}} = 0,3 \cdot \frac{0,6^3}{12} = 0,00416 \text{ m}^4$$

da resistência dos materiais:

$$\delta = \Delta P \cdot l^3 / 12 \cdot E_c \cdot I_{\text{Viga}}$$

$$0,011 = \Delta P \cdot 6,0^3 / 12 \cdot 21 \cdot 10^6 \cdot 0,00416 \rightarrow \Delta P = 53,37 \text{ kN}$$

$$M' = \Delta P \cdot \frac{l}{2} = 53,37 \cdot 6,0 / 2 = 160,12 \text{ kNm}$$

Correção das cargas nas sapatas

$$P_1 = 2000,0 + 53,37 = 2053,37 \text{ kN};$$

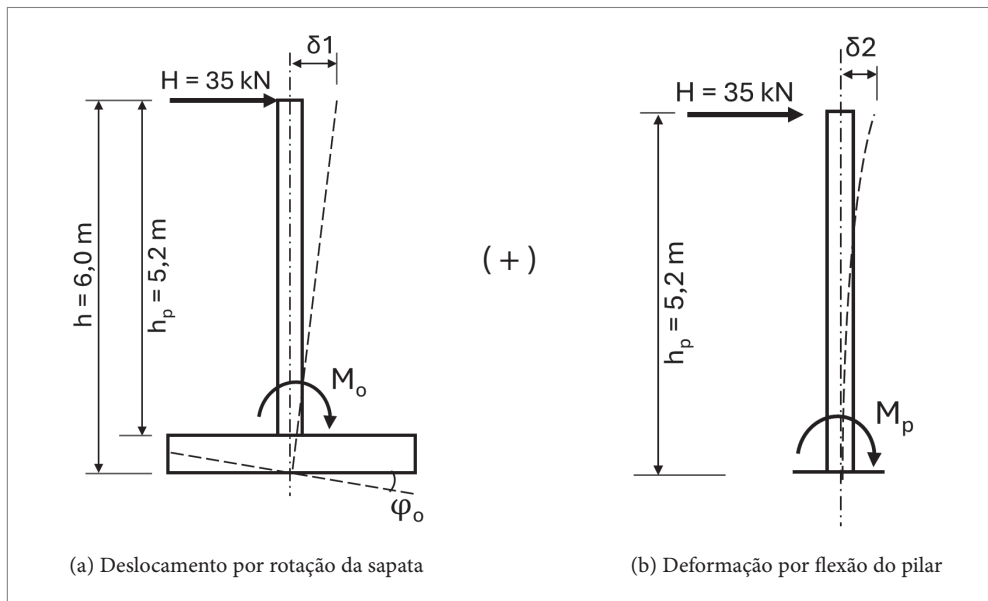
$$P_2 = 3200,0 - 53,37 = 3146,63 \text{ kN}.$$

A partir dos novos valores das cargas nas sapatas, se forem significativos, deve-se repetir o processo de cálculo e se determinar os valores dos recalques corrigidos, assim como o novo momento fletor que solicita a viga. O problema é iterativo, interrompendo-se o processo de cálculo ao se ponderar que as variações encontradas no valor dos recalques podem ser desconsideradas.

### EXEMPLO 4.5

Com base no Exemplo 4.3, determinar a deformação associada no topo do pilar em referência, resultante do deslocamento horizontal à flexão do próprio pilar e do deslocamento causado pela rotação angular da sapata. Considerar as deformações à aplicação da força horizontal nesse ponto, de 35,0 kN. Ver esquema teórico de cálculo a seguir:

seção do pilar: 200/60 cm



Efeito do deslocamento rotacional da sapata:

$$M_0 = H \cdot h = 35,0 \cdot 6,0 = 210 \text{ kNm}$$

$$\varphi_0 = 0,0021 \text{ rd} \quad (\text{Exemplo 4.3})$$

$$\delta_1 = \varphi_0 \cdot h = 0,0021 \cdot 6,0 = 0,012 \text{ m}$$

Deformação decorrente da flexão do pilar

→ da resistência dos materiais:

$$\delta_2 = H \cdot H_p \frac{3}{3} \cdot EI$$

$$\delta_2 = 35,0 \cdot 5,2^3 / 3 \cdot 21 \cdot 10^6 \cdot 0,036 = 0,0022 \text{ m}$$

$$\text{sendo: } I = 2,0 \cdot 0,6^3 / 12 = 0,036 \text{ m}^4$$

O deslocamento horizontal no topo do pilar será:

$$\delta_1 + \delta_2 = 0,012 + 0,012 + 0,0022 = 0,0142 \text{ m}$$

## 4.2 COMPORTAMENTO DAS FUNDAÇÕES EM ESTACAS

O mecanismo de transferência das cargas dos elementos de fundação para o solo, no caso das estacas, ocorre por dois efeitos: atrito lateral ao longo do fuste, que causa deformações por cisalhamento no solo, e reação de ponta, por meio de pressões verticais, que causam deformações elásticas. Em se tratando de estacas flexíveis, o problema é extremamente hiperestático, tendo em vista que entram em questão três fatores: o contato entre o solo com a face da estaca, causando deformações por cisalhamento no solo; as deformações do solo na ponta da estaca, por compressibilidade elástica; e a própria deformação axial da estrutura da estaca, todas as três parcelas interagindo entre si. No caso de estacas rígidas, sendo desprezível a deformação axial, o recalque é constante ao longo de todo o fuste, como mostra a Figura 4.3.

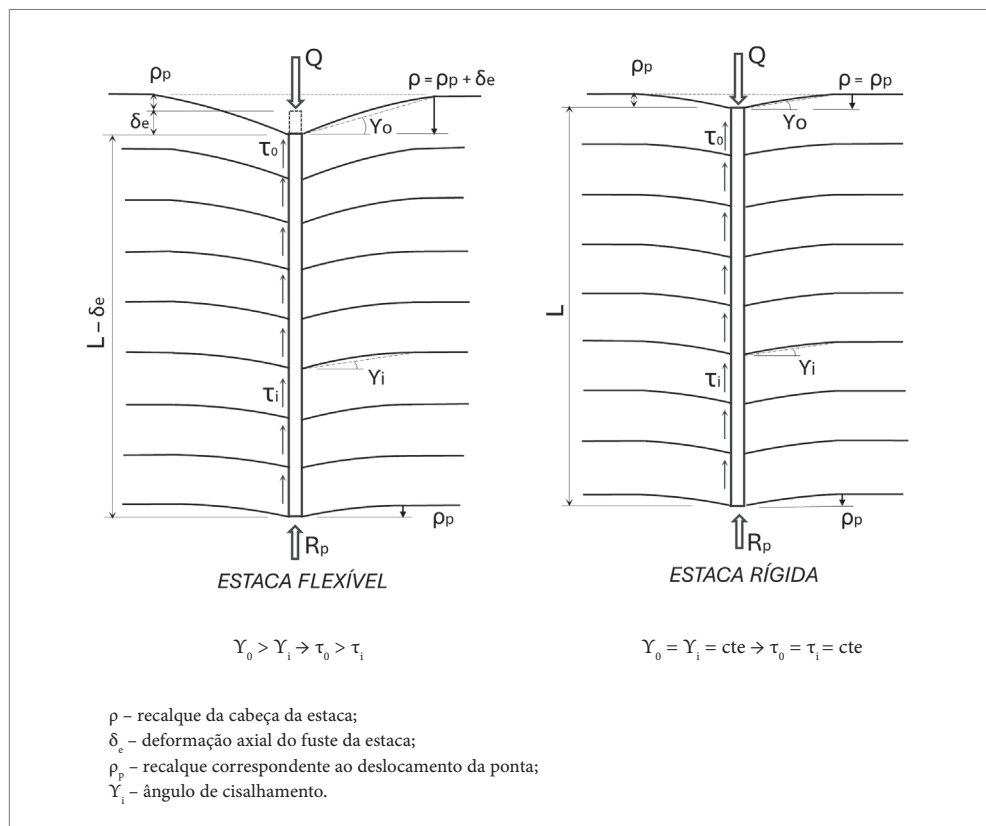


Figura 4.3 Recalques característicos em estacas isoladas.

#### 4.2.1 Recalque em estacas isoladas

O comportamento das estacas ao efeito de recalque depende de diversos fatores e circunstâncias, como as propriedades do solo e sua estratificação, diâmetro e a profundidade da estaca, método de execução, entre outros mais específicos. Distingue-se o comportamento das estacas de pequeno diâmetro, como as estacas do tipo raiz, em relação às de grande diâmetro, como os estacões ou tubulões.

Nas estacas de pequeno diâmetro, considerando as cargas de serviço, a deformabilidade pela resistência de ponta é razoavelmente pequena, tendo em vista que as cargas são praticamente transmitidas ao solo pelo contato com a face da estaca, que mobiliza as deformações por cisalhamento do solo  $Y_i$ . Neste caso, as deformações por cisalhamento dos solos ao longo do fuste, decorrente do contato estaca-solo, são mobilizadas em sua maior parte pela própria deformabilidade da estaca, devido à sua grande flexibilidade e são variáveis ao longo da profundidade. Como decorrência desse efeito, as deformações por cisalhamento ao longo do fuste são também variáveis, sendo maiores, mais próximas ao topo.

Entretanto, nas estacas de grande diâmetro, tipo estacões, como nos tubulões, ocorre uma razoável mobilização da resistência de ponta, seja pelas dimensões da ponta serem avantajadas, como por serem também os solos na ponta mais rijos ou compactos. Em razão da baixa deformabilidade axial do fuste da estaca, que impõe deformações igualmente ao longo do fuste e na ponta, a resistência de ponta e a de cisalhamento se desenvolvem para a mesma ordem de grandeza de deformação, gerando reações proporcionais às suas rigidezes.

No caso de tubulões ou estacas de grande diâmetro, quando considerados curtos, o recalque do elemento fundação é usualmente atribuído à mobilização da resistência de ponta, unicamente, desprezando-se a resistência ao cisalhamento do solo. Essa prática se justifica pelo fato de as reações do solo de ponta serem bem maiores que as tangenciais ao longo do fuste, devido à sua pequena profundidade.

Para os casos intermediários, como os de estacas profundas e de diâmetro médio, as três parcelas, a deformabilidade axial da estrutura da estaca, a deformabilidade do solo na ponta e a mobilização das deformações por cisalhamento do solo, as quais interagem e contribuem de forma significativa para o cálculo dos recalques da estaca, levando a solução do problema a um alto grau de hiperestaticidade. Verifica-se, diante do exposto, que o recalque em estacas não obedece a uma relação linear entre as cargas aplicadas e as concomitantes deformações, já que a mobilização de todas as parcelas da interação solo-estrutura, que contribuem ao recalque, não são mobilizadas simultaneamente, ou mesmo, em determinados casos, algumas somente são mobilizadas diante do efeito da plastificação de outras. Para cada componente de reação, a capacidade do solo pode ser atingida localmente, ou não, inclusive, em uma estaca longa de pequeno diâmetro, para as cargas de serviço, a mobilização dos solos de ponta pode não ocorrer, em razão da deformação estrutural da própria estaca já produzir deslocamentos axiais suficientes para mobilizar a resistência ao cisalhamento do solo. A transferência de carga de uma estaca rígida para o solo tem resolução analítica, no entanto, para as estacas flexíveis, tem-se que recorrer a métodos numéricos.

### *Estacas rígidas*

Para melhor entendimento da transferência das cargas de uma estaca rígida para o solo e determinação das parcelas de reação admitidas ao fuste e à ponta, segue-se, como conceitualização, um exemplo hipotético de uma estaca flutuante rígida, em meio homogêneo e isotrópico, utilizando-se de um modelo simplificado para representar o comportamento de estaca rígida.

Como simplificação do modelo, considera-se uma carga  $Q$  aplicada, significativamente menor que a capacidade de carga da estaca, de modo a causar unicamente

deslocamentos que produzam reações elásticas no solo que envolve o fuste, com distribuição linear ao longo da profundidade, o que conduz à uniformidade das deformações do cisalhamento do solo.

Adota-se um modelo simplista, admitindo-se que a mobilização do solo ao cisalhamento ocorra mediante um ângulo ao cisalhamento  $Y$  constante, mobilizado a uma distância  $e_r$  do fuste da estaca, equivalente ao próprio diâmetro  $B$ , ou seja, as deformações por cisalhamento ocorrerão de forma linear. Cabe ressaltar que, para modelos realistas, essa distância de influência  $e_r$  trata-se de uma variável, cuja variação depende das propriedades do solo. Também, supõe-se que a deformação do solo da ponta ocorra em proporcionalidade direta ao coeficiente de recalque vertical  $k_{v,\lambda}$ . Supõe-se que não ocorram interações, na compatibilidade da propagação das deformações, entre as causadas ao longo do fuste por cisalhamento, com as do solo sob o efeito de compressibilidade na ponta. O esquema das deformações está indicado na Figura 4.4:

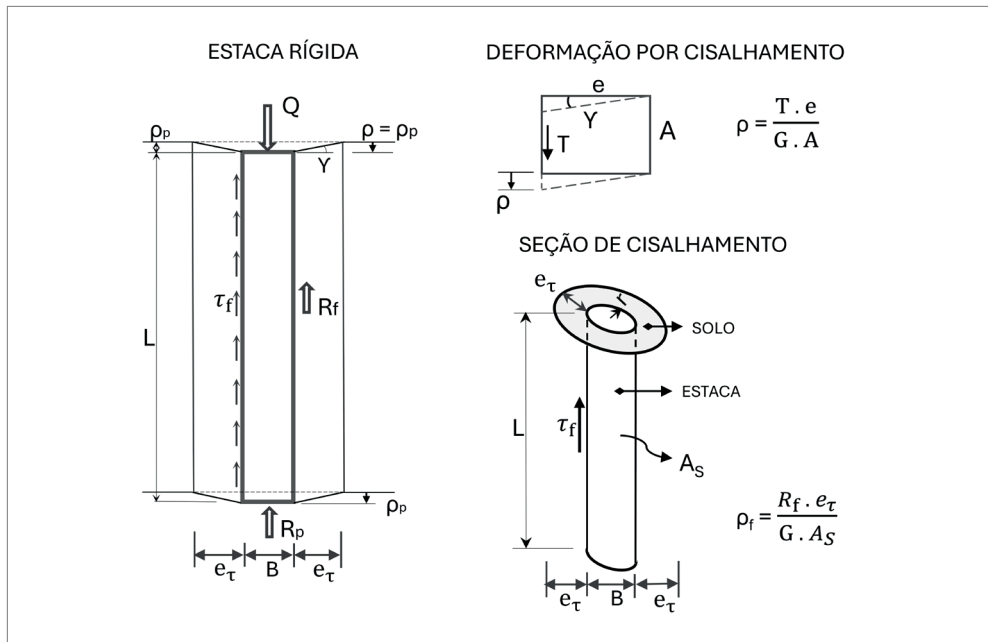


Figura 4.4 Esquema para determinação de recalques em estacas isoladas.

Para o recalque do fuste, de acordo com os esquemas da Figura 4.4, a área superficial do fuste da estaca tem a seguinte expressão:  $A_s = 2\pi \cdot r \cdot L$ ; e a força tangencial refere-se à reação ao cisalhamento do fuste  $R_f$ .

$$\rho_f = R_f \cdot e_r / G \cdot A_s$$

Para estacas circulares, fazendo  $e_\tau = B$ , tem-se:

$$\rho_f = R_f \cdot B / G \cdot 2\pi \cdot 0,5B \cdot L$$

$$\rho_f = R_f / G \cdot \pi \cdot L \quad (4.2.1.1)$$

$$R_f = \rho_f \cdot \pi \cdot G \cdot L \quad (4.2.1.2)$$

Para o recalque na ponta da estaca, será considerado, simplistamente, que a deformação vertical do solo na ponta possa ser obtida a partir do coeficiente de recalque vertical do solo  $k_{v,\lambda}$  e que a reação de ponta seja obtida pelo produto entre o recalque  $\rho_p$ , com o coeficiente  $k_{v,\lambda}$ , atuando diretamente sobre a área da seção  $A_p$  da ponta da estaca.

$$\rho_p = R_p / k_{v,A} \cdot A_p \quad (4.2.1.3)$$

Tratando-se de estacas circulares:

$$R_p = \rho_p \cdot k_{v,\lambda} \cdot (\pi \cdot r^2)$$

$$R_p = \rho_p \cdot k_{v,\lambda} \cdot \pi \cdot (0,5 \cdot B)^2 \quad (4.2.1.4)$$

A reação total da estaca pode ser obtida, fazendo:

$$\rho = \rho_p = \rho_f$$

$$Q = R_f + R_p, \text{ tem-se:}$$

$$Q = \rho \cdot (\pi \cdot G \cdot L + k_{v,\lambda} \cdot \pi \cdot (0,5 \cdot B)^2) \quad (4.2.1.5)$$

evidenciando  $\rho$ , para estacas circulares, tem-se:

$$\rho = \frac{Q}{\pi \left[ G \cdot L + (0,5 \cdot B)^2 \cdot k_{v,\lambda} \right]} \quad (4.2.1.6)$$

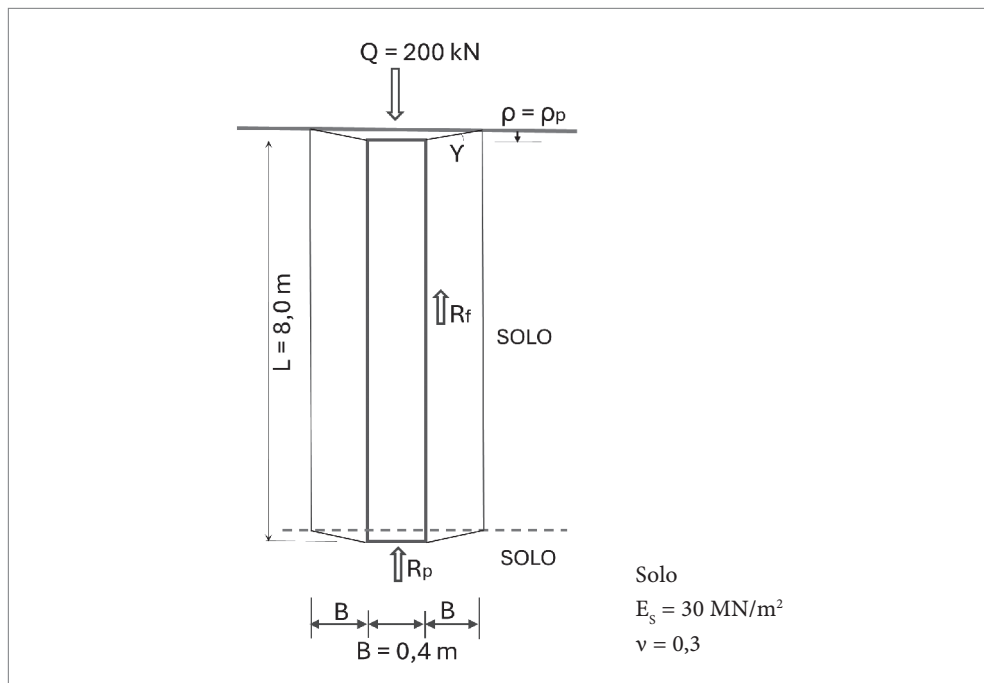
### EXEMPLO 4.6

#### Recalque em estacas isoladas

Considerando uma estaca flutuante, rígida, em serviço, com uma carga  $Q$  aplicada, determinar as resultantes de reação do fuste e da ponta e o recalque da estaca.

Admite-se que a distribuição da carga  $Q$  aplicada pela estaca ao solo ocorra na proporção entre as reações por cisalhamento do solo e de ponta, a partir da rigidez relativa de cada componente de reação, segundo a interação solo-estaca.

As dimensões da estaca e demais parâmetros, como propriedades dos solos, estão indicados no esquema a seguir, que representa o modelo de carregamento e reações do solo.



#### Resolução

$$Q = R_f + R_p$$

De (4.2.1.6), tem-se:

$$\rho = \frac{Q}{\pi \left[ G \cdot L + (0,5 \cdot B)^2 \cdot k_{v,\lambda} \right]}$$

sendo:

$$G = \frac{E_s}{2(1+\nu)}$$

$$k_{v,\lambda} = \frac{E_s}{\lambda(1-\nu^2)}$$

$$\lambda = \sqrt{A_p \cdot I_c} = \sqrt{\pi \cdot (0,5 \cdot B)^2 \cdot I_c}$$

$\therefore$  para bases circulares, pela Tabela 4.1  $\rightarrow I_c = 0,83$

$$\lambda = 0,32$$

Para o solo em questão:

$$G = \frac{30.000}{2(1+0,3)} = 11538 \text{ kN / m}^2$$

$$k_{v,\lambda} = \frac{30.000}{0,32(1-0,3^2)} = 104326 \text{ kN / m}^3$$

$$\rho = \frac{200,0}{\pi(11538 \cdot 8,0 + 0,2^2 \cdot 104326)} = 0,00066 \text{ m}$$

$$R_f = \pi \cdot 0,00066 \cdot 11538 \cdot 8,0 = 191,4 \text{ kN}$$

$$R_p = 0,00066 \cdot \pi \cdot 0,2^2 \cdot 104326 = 8,6 \text{ kN}$$

$\therefore$  Verifica-se, como já previsto, que a reação por atrito do fuste abrangeu, no exemplo, aproximadamente 95% da carga total aplicada. Essa participação se reduz para estacas de maior diâmetro ou solos de ponta mais resistentes. A participação das reações de ponta aumenta à medida que as cargas aplicadas se tornam maiores, atingindo os limites da resistência ao cisalhamento ao longo do fuste, passando, então, os solos de ponta, a responder por uma parcela maior das cargas aplicadas.

### Estacas flexíveis

Tratando-se de estacas flexíveis ou no caso de substratos constituídos de solos não homogêneos, tendo em vista o alto grau de hiperasticidade, o problema não tem solução analítica simples, demandando muitas simplificações e abstrações de difícil parametrização devido à grande quantidade de variáveis. Mesmo pelo MEF, torna-se necessário assumir uma série de simplificações para a construção do modelo.

Como alternativa, pode-se aplicar, com bons resultados, os métodos baseados na simplificação de Winkler (1867), em que a rigidez do solo é representada por um conjunto de molas, como exposto no Capítulo 6, item 6.3.1, cuja resolução pode ser efetuada pelo MEF unidimensional – Hirai (2012) apresenta propostas para sua aplicação. Relativamente à elaboração do modelo, para a determinação dos recalques e reações nas molas, sendo a deformabilidade a considerar axial à estaca, na avaliação da rigidez das molas, utilizam-se os parâmetros das deformações do solo, ou por cisalhamento, utilizando-se o módulo tangente do solo, ou para o solo de ponta, quando se adota diretamente o coeficiente de recalque vertical na base da estaca.

Considerando uma estaca circular, obtém-se os seguintes coeficientes de mola:

- rigidez de mola às deformações ao cisalhamento no fuste  $K_{M,fuste}$ :

$$- \text{De (4.2.1.2)} \rightarrow R_f = \rho_f \cdot G \cdot \pi \cdot L$$

$$K_{M,fuste} = \frac{R_f}{\rho_f} = G \cdot \pi \cdot \ell \quad (4.2.1.7)$$

sendo:

- $\ell$  - comprimento da barra entre vínculos elásticos

$$- \text{rigidez de mola das deformações axiais nos solo na ponta da estaca } K_{M,ponta}:$$

$$\text{De (4.2.1.3)} \rightarrow \rho_p = R_p / k_{v,\lambda} \cdot A_p$$

$$K_{M,ponta} = \frac{R_p}{\rho_p} = k_{v,\lambda} \cdot A_p \quad (4.2.1.8)$$

A configuração geral do modelo refere-se ao processamento pelo MEF unidimensional, que pode ser representado como na Figura 4.5.

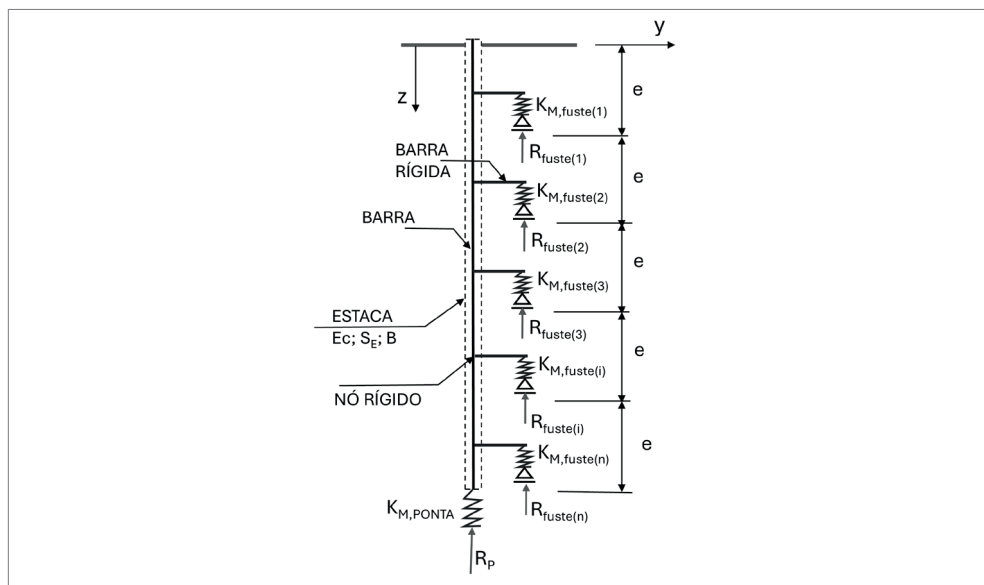


Figura 4.5 Modelo de Winkler para determinação de recalques em estacas isoladas flexíveis.

Tendo em conta a grande quantidade de modelos propostos para a resolução do problema, que apresenta características específicas e diferenciadas para os vários tipos de solo e suas estratificações, diâmetros e profundidade das estacas, tipos e formas de carregamentos, assume-se simplificações em cada proposta de modelo, adaptando-se os métodos que mais se enquadram para cada situação em questão. Por exemplo, em se tratando de fundações de pontes, devido à grande incidência de cargas dinâmicas e instantâneas que atuam nas fundações e, ainda, considerando a grande rigidez estrutural do fuste das estacas, na avaliação do recalque, para as cargas de serviço, é usual se considerar o não rompimento da ligação solo-concreto na mobilização da resistência ao atrito lateral entre o fuste e o solo. Assim, normalmente, assume-se que o recalque seja elástico. No entanto, tendo em vista que a deformabilidade do solo por cisalhamento é pequena, relativamente à da ponta, para cargas de maior magnitude, a resistência limite ao cisalhamento do solo pode ser atingida, fazendo com que, para que a carga aplicada seja absorvida inteiramente, o solo da ponta passa a ser mobilizado em maior proporção, causando maiores recalques. Deve haver, nesses casos, uma ponderação na escolha dos critérios a serem adotados na trabalhabilidade das fundações e sua consequente concepção.

De forma geral, as ponderações em projeto são efetuadas a partir do estudo da capacidade de carga da estaca, por meio de análises específicas que envolvem a segurança das fundações, como apresentado no Capítulo 8. O embasamento teórico do comportamento das estacas é fundamentado pela teoria clássica, embasada na

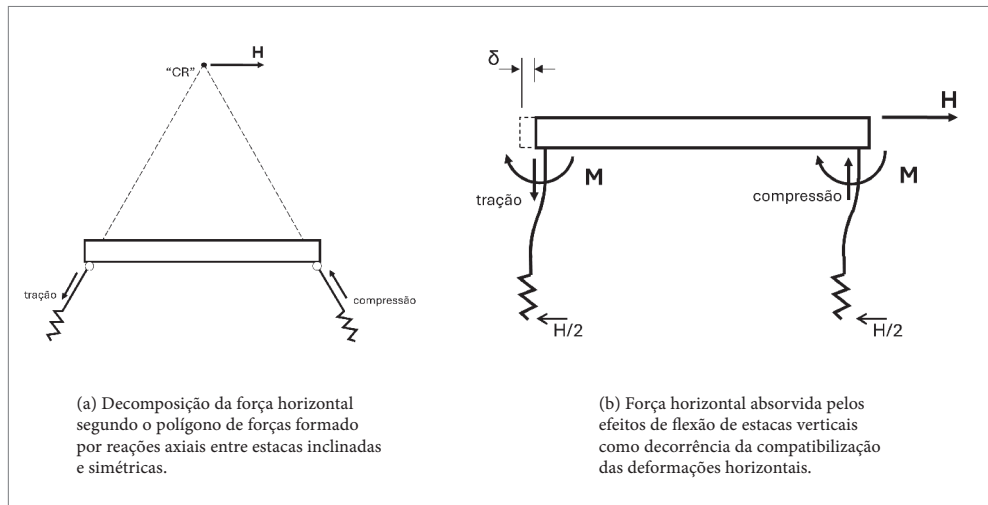
teoria da elasticidade. No entanto, por tratar-se de um meio contínuo, o processo de plastificação mediante deformação específica não é facilmente reproduzido por processos analíticos, mesmo que pelo método dos elementos finitos, tendo em vista questões como a anisotropia do solo, estratificações, ou pela própria geometria e vinculação que possam existir na modelagem do problema. A capacidade de carga das fundações, assim, exige um grau de abstração e aproximação nos resultados. Para contornar as indefinições analíticas, cerca-se o problema de referências de casos práticos e experimentações, que embasam métodos semiempíricos para dar solução, com suficiente aproximação, ao projeto. A avaliação da capacidade de carga nas fundações não faz parte deste trabalho. Autores como Cintra, Aoki e Albiero (2011); Albuquerque e Garcia (2020); Velloso e Lopes (2010); entre outros, exploram o tema capacidade de carga das fundações, apresentando subsídios para um maior aprofundamento em relação ao tema.

#### 4.2.2 Agrupamento de estacas

Em muitas obras, a atuação de forças horizontais e momentos de grande magnitude são solucionados por meio de blocos com agrupamento de estacas, podendo-se citar como típicas, as obras de contenção, pontes, estruturas marítimas, entre outras. As fundações, nesse contexto, devem ser concebidas de modo a atender aos requisitos básicos de projeto, considerando a estabilidade da fundação como um todo.

##### *Blocos sobre estacas*

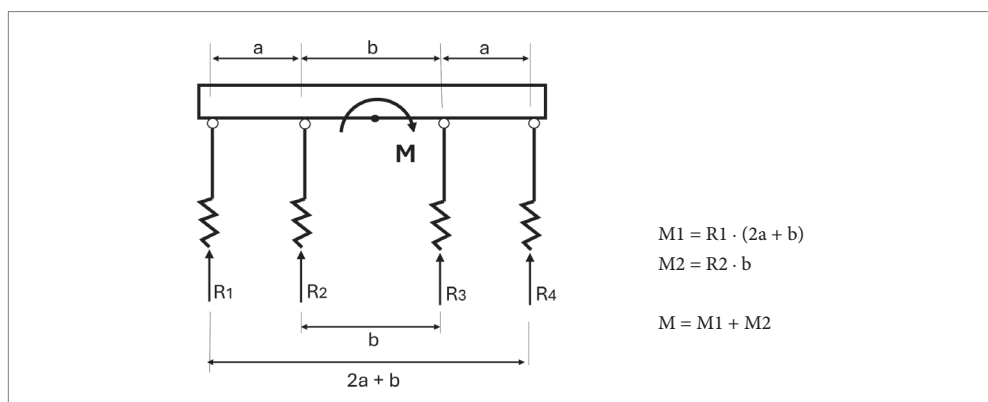
Normalmente, todo agrupamento de estacas é coroado por um bloco, que tem a função de combinar os esforços que chegam à fundação e distribuí-los para as estacas segundo seu plano de trabalho. As estacas podem ser engastadas ou articuladas nos blocos. Quando engastadas, elas adquirem grande capacidade para absorver forças horizontais, por meio dos efeitos de flexão, devendo-se, para isso, prever armadura nessas estacas para resistir a esses esforços. Se articuladas, a capacidade para resistir às forças horizontais pelo efeito de flexão é bem menor, no entanto, prevendo-se estacas inclinadas, é viável absorver as forças horizontais pela decomposição dos esforços por meio de sua componente axial, como mostra a Figura 4.6.



**Figura 4.6** Modelo de blocos com pares de estacas simétricas.

Nas teorias de decomposição dos esforços para as estacas, os blocos são normalmente tratados como infinitamente rígidos em relação à rigidez axial das estacas. A distribuição dos esforços às estacas é efetuada segundo um arranjo que considera a posição relativa de cada estaca, sua inclinação, rigidez axial e flexão. Na distribuição dos esforços, assume-se que as estacas, para as cargas de serviço, irão trabalhar axialmente somente por recalques elásticos. Para efeito de distribuição das cargas às estacas, parte-se da consideração de que os recalques serão diretamente proporcionais às reações.

Para os momentos que atuam diretamente nos blocos, quando provenientes de cargas aplicadas ou como resultado da decomposição de esforços, estes podem ser absorvidos por binários formados por estacas verticais, aos pares e simetricamente, como mostra a Figura 4.7.



**Figura 4.7** Modelo para decomposição de momentos em blocos com estacas verticais.

Há que salientar que os momentos reativos ocorrem com a formação de binários de forças, normalmente ocasionados por forças axiais nas estacas, que atuam segundo excentricidades quanto ao plano horizontal de articulação das estacas no bloco. Nesse caso, os momentos aplicados, após transladados ao bloco, podem ser absorvidas por vários binários, como mostra a Figura 4.7, cujos momentos reativos resultantes, somados, compõe o momento total aplicado.

### EXEMPLO 4.7

#### Blocos com estacas verticais

Calcular as reações nas estacas no bloco a seguir esquematizado. Admitir que, para as cargas em serviço, ocorrem unicamente recalques elásticos nas estacas. Considerar o bloco como rígido, com carga centrada, desconsiderando eventuais acomodações dos recalques decorrentes do efeito de grupo.

Para as cargas verticais centradas no bloco, considerar que se subdividem igualmente para todas as estacas.

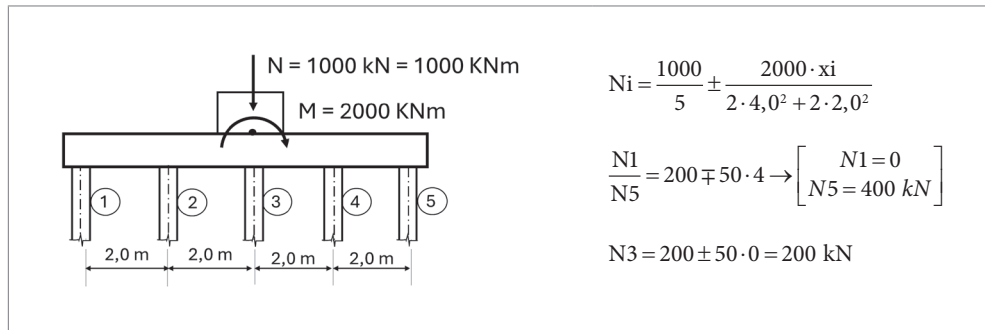
$$N_i = \frac{N}{n}$$

– Para os momentos aplicados ao bloco, recorre-se ao conceito de corpo rígido, decompondo-se sua resultante pelos binários de forças formados pelos vários pares de estacas. Para a determinação das componentes de reação em cada estaca, pode-se utilizar a expressão a seguir, cuja conceituação já é de conhecimento notório.

$$N_i = \pm \frac{M \cdot x_i}{\sum x_i^2}$$

Sendo  $x_i$ , a distância da estaca ao centro geométrico do bloco.

## Resolução



#### 4.2.3 Efeito de grupo na determinação dos recalques em blocos de estacas

A despeito da eficiência dos arranjos entre estacas em um bloco, visando absorver os carregamentos aplicados, sejam verticais, horizontais ou momentos, há que se avaliar a interferência entre as estacas, em sua transferência das cargas para o solo. A sobreposição dos bulbos de propagação das tensões causa influência no resultado da distribuição das cargas para as estacas, resultando na perda da linearidade na relação entre cargas e recalques, mesmo em blocos rígidos e com simetria entre as estacas.

A reação de uma estaca envolve a propagação das deformações no solo, cuja energia é dissipada na transferência da carga para a massa de solo. Considerando o meio semi-infinito, a propagação das deformações ocorre em concomitância ao espreadimento das tensões no solo, direcionalmente, efeito este que é transmitido ao solo em forma da dissipação da energia aplicada pelo carregamento. Quanto maior for a distância do ponto de aplicação da carga, maior será o perímetro de sua dissipação e, conseqüentemente, menor a intensidade das tensões. Define-se, assim, um bulbo de tensões, em que os perímetros inscritos indicam curvas isóbaras que mostram na sua consecução o caminhamento das tensões até se dissiparem na massa do solo. As deformações no solo, assim acumuladas, levam ao recalque da estaca.

Em um grupo de estacas, inevitavelmente, haverá a sobreposição dos bulbos das várias estacas que compõe o conjunto. Sobrepondo-se, assim, as tensões, proporcionalmente, ocorrerá um aumento do nível de deformações. Dessa forma, haverá um rearranjo de acomodação das deformações, com conseqüente aumento no valor dos recalques, em comparação com uma estaca isolada.

Caso as estacas sejam independentes umas das outras, as estacas internas, que recebem influência dos bulbos das demais estacas, em todo seu perímetro, apresen-

tarão, para a mesma carga unitária, recalques maiores que as periféricas, as quais sofrem somente em parte a influência das demais estacas em seu perímetro de ação. No entanto, estando todas as estacas coroadas por um mesmo bloco, sendo este rígido e havendo simetria, todas as estacas estarão submetidas ao mesmo recalque, o que significa dizer que as estacas internas, as quais apresentam maior deformabilidade, relativamente ao conjunto, absorverão uma parcela menor da carga total que as da periferia, já que apresentam maior rigidez ao deslocamento vertical, relativamente ao conjunto, ao se considerar sua interação solo-estrutura.

Acentuando esta problemática de não homogeneidade na distribuição da carga total entre as estacas, o bloco, naturalmente, ao acompanhar a deformação geral das estacas, comprime o solo de envolvimento das estacas internas, deslocando-o verticalmente para acompanhar todo o conjunto, reduzindo ainda mais a capacidade de reação por atrito das estacas internas.

Vários autores estudaram o efeito de grupo para um conjunto de estacas coroadas por blocos, apresentando soluções para avaliar tanto a capacidade de carga das estacas, assim como seus deslocamentos verticais no solo. Devido à grande complexidade que envolve o problema, existe uma infinidade de métodos propostos, muitos empíricos, baseados unicamente em correlações de resultados da prática das fundações, devendo ser aplicados sempre a partir de ponderações, de modo a cercar o problema e isolar as incertezas, a fim de obter-se uma ordem de grandeza aceitável para os resultados. Na evolução, há métodos semiempíricos, em que as correlações da prática das fundações são ponderadas com base em pressupostos teóricos, que trazem maior referência para a aproximação dos resultados. Já os métodos analíticos, elaborados com base em desenvolvimentos que têm como fundamento a teoria da elasticidade, para serem aplicados, exigem que se assumam simplificações, as quais impedem a parametrização das soluções para um maior número de casos. Restam, assim, os métodos numéricos, como o MEF, mas que exigem grande complexidade computacional para que se obtenham resultados mais próximos da realidade.

Dentre os métodos empíricos que preveem aproximações em seus embasamentos conceituais, em função de pressupostos teóricos relativamente ao comportamento solo-estaca, cabe expor, em função de sua coerência e importância na evolução da matéria, o método desenvolvido por Terzaghi e Peck (1948), aplicado a solos coesivos, com a proposição de substituir o grupo de estacas em estudo, por uma fundação equivalente, fictícia. Consiste em lançar uma hipotética sapata virtual localizada ao nível de  $1/3$  acima da ponta das estacas, com dimensões equivalentes à seção de projeção das estacas nesse nível, que propaga a carga total do bloco a uma determinada profundidade, a partir dessa cota, equivalente ao próprio comprimento da estaca. As tensões, a partir da sapata virtual, espraiam-se a partir de uma inclinação

segundo a vertical de 1:2, para ser então distribuída de forma homogênea na superfície resultante nessa profundidade, superpondo-se às *tensões normais* verticais existentes nessa profundidade do substrato. O método, mesmo simplista, para uma análise global, apresenta boa aproximação como abordagem inicial aos estudos de recalque.

### Método da superposição

Dentre os vários métodos existentes, de teor teórico e numérico, cabe abordar o método da superposição, que tem como base a análise do comportamento de um grupo de estacas mediante recalque, utilizando como referência uma estaca isolada. O método se baseia no princípio da influência que ocorre entre as estacas, em sua transferência das cargas ao solo, o que resulta em acréscimos nos recalques de cada estaca, tendo como referência a estaca isolada. Se o bloco que contém as estacas for absolutamente simétrico e as estacas pouco espaçadas, supõe-se haver, por hipótese, uma superposição dos efeitos das deformações entre cada estaca, o que aumenta a magnitude dos recalques. Se o bloco for constituído unicamente por duas estacas justapostas, a influência entre uma e outra seria absolutamente igual. Ver Figura 4.8.

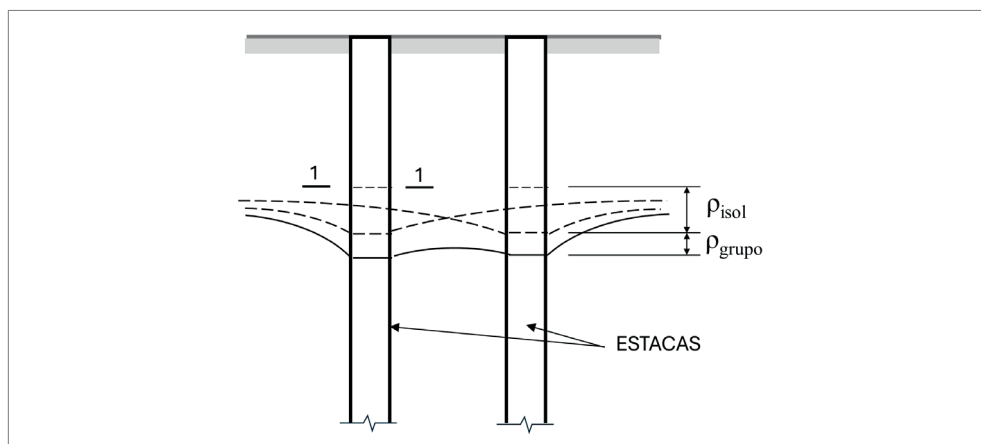


Figura 4.8 Superposição de efeitos em estacas sob influência de mútuas deformações.

Como resolução do problema, deve-se estabelecer, previamente, uma lei pré-concebida que expresse a interação entre as estacas carregadas, sob interferência umas das outras, ao sofrerem influência mútua por suas deformações. Conceitualmente, define-se um fator de interação, que pode ser definido, como em (4.2.1.9)

$$\alpha_{i,j} = \frac{\Delta_{i,j}}{\rho_j} \quad (4.2.1.9)$$

sendo:

- $\alpha_{ij}$ : fator de interação de uma estaca  $i$  sobre a estaca  $j$ ;
- $\Delta_{ij}$ : acréscimo de recalque causado na estaca  $j$ , pela ação da estaca  $i$ ;
- $\rho_j$ : recalque na estaca  $j$  isolada.

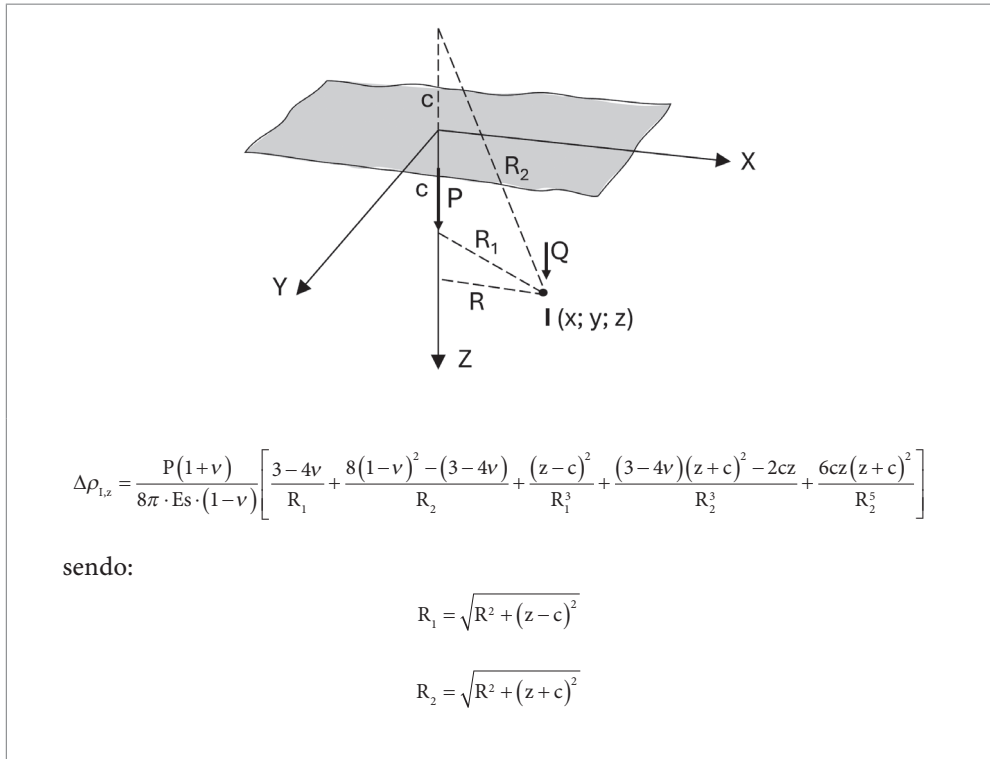
A determinação de  $\Delta_{ij}$  leva ao pressuposto de que uma carga aplicada em um ponto no espaço gera deformações não somente no próprio ponto, mas também em todo espaço contíguo. No caso específico de duas estacas, uma carga aplicada ao solo por uma estaca  $i$ , na posição geométrica espacial da resultante das reações por cisalhamento causadas pelo seu fuste, exercerá influência sobre a posição geométrica da resultante das reações na segunda estaca  $j$ , causando um acréscimo em seu recalque. Esta lei de influência deve ser pré-estabelecida. Trata-se de uma questão das mais complexas, pois considera inúmeras variáveis, condicionadas a diversos fatores, a iniciar, pela própria reologia do solo. Há que se avaliar, em especial, na resolução do problema, a influência entre os bulbos de tensão causados pela resistência ao cisalhamento do solo e a de ponta das estacas, quando for o caso. Dentre os fatores intervenientes, pode-se citar:

- comprimento, espaçamento e diâmetro das estacas;
- esbeltez das estacas;
- arranjo das estacas no bloco;
- rigidez relativa estaca-solo;
- rigidez do bloco;
- módulos de deformação do solo e da estaca e coeficiente de Poisson;
- limites de resistência do solo sob ação dos carregamentos;
- preponderância do trabalho das estacas, se flutuante ou de ponta.

Há na literatura várias propostas para resolução do problema, algumas das quais são baseadas nas equações de Mindlin (1936), aplicadas a um meio elástico, homogêneo e isótropo, em que se determina, a partir da aplicação de uma carga pontual  $P$  aplicada a uma profundidade  $c$ , a componente de um deslocamento vertical em um ponto da massa de solo, a uma profundidade  $z$  e distante de um raio  $R$  da carga  $P$ , obedecendo a relações geométricas, como indicado na Figura 4.9. As equações são baseadas na teoria da elasticidade linear e se referem à deformação pontual mediante tensões que resultam no ponto considerado. A resolução exige simplificações, já que o resultado envolve a integral espacial das reações de cisalhamento ao longo do fuste da estaca, na interação. O método não se aplica a estacas flexíveis, já que

com a deformação elástica da estaca, perde-se a condição de linearidade na superposição dos efeitos ao longo da profundidade. Nesses casos, são mais apropriados os métodos que se baseiam na energia da deformação, típicos dos métodos numéricos, como o MEF.

Para a componente de deformação, a expressão de cálculo tem a forma indicada como na Figura 4.9.



**Figura 4.9** Esquema para determinação de deformações em meio elástico semi-infinito.

Fonte: Mindlin, 1936.

De cunho analítico, Poulos e Davis (1980) apresentaram uma proposta para simular a interação entre as estacas. Partindo do pressuposto de que em determinado bloco simétrico as estacas isoladas estariam submetidas à mesma carga, determina-se o recalque adicional a cada estaca a ser calculado aproximadamente pela superposição dos fatores individuais. A simplificação do método reside no fato de que a lei de influência adotada para a interação entre duas estacas irá interagir igualmente com os demais pares de estacas pertencentes ao arranjo do bloco. A solução leva a uma análise matricial com  $n$  colunas e  $m$  linhas, que fazem interagir os vários pares de estacas, acumulando-se os resultados das interações em cada estaca, com seus res-

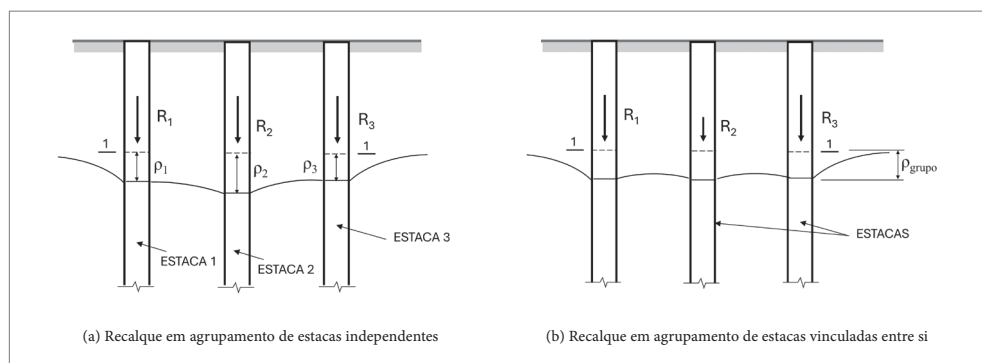
pectivos pares. A proposta requer, de qualquer forma, o conhecimento prévio dos fatores de interação segundo uma lei pré-concebida de influência e dos recalques isolados para cada estaca.

Vários autores efetuaram propostas para os fatores de interação, utilizando-se de recursos variados, como dados experimentais obtidos por ensaios específicos com estacas alinhadas, estudos de casos em obras realizadas, que mesmo incipientes tornaram-se referência para estudos mais avançados. Na evolução das propostas, utilizou-se, inclusive, de recursos computacionais, por exemplo, para gerar equações de influência, como proposto por alguns autores, inclusive por Poulos, em 2009. De forma geral, as propostas referem-se ao meio elástico, homogêneo e semi-infinito, considerando, ainda, a linearidade entre as reações no solo com as deformações. A partir de efeitos de plastificação do solo ou de perda de aderência da estaca com o solo, a curva tende a valores constantes. A condição de plastificação é mais notada para estacas flexíveis.

De forma mais precisa, na condição de agrupamento de estacas independentes ou coroadas por blocos com suficiente flexibilidade para permitir que ocorram recalques independentes entre as estacas, sob o efeito de grupo, as estacas apresentarão recalques diferentes entre si. Em especial, o posicionamento diferenciado das estacas no bloco faz com que a influência entre os vários pares seja diferente, mesmo mantendo-se os espaçamentos. Ocorrerá, após a interação, a manutenção da carga aplicada em cada estaca, mas com recalques diferenciados, com a tendência de serem menores para as estacas de canto e tanto maiores quanto mais internas forem as estacas no arranjo do bloco. Ver Figura 4.10a.

No entanto, sendo o bloco infinitamente rígido, a configuração dos resultados obtidos para as estacas livres irá se alterar, havendo a incidência de um efeito hiperestático sobre elas, na condição de equalização dos recalques. Essa condição faz com que ocorra uma transferência de carga entre as estacas, daquelas que apresentaram maior deformação, para as de menor deformação, mantendo-se, no computo geral, a carga total do bloco. Ver Figura 4.10b.

Como processo para determinar a carga final em cada estaca, por meio da distribuição da carga total que atua no bloco, pode-se efetuar a distribuição das cargas entre as estacas, a partir da rigidez relativa estaca-solo, determinada para cada estaca isoladamente, na suposição de que as estacas do grupo estejam livres.

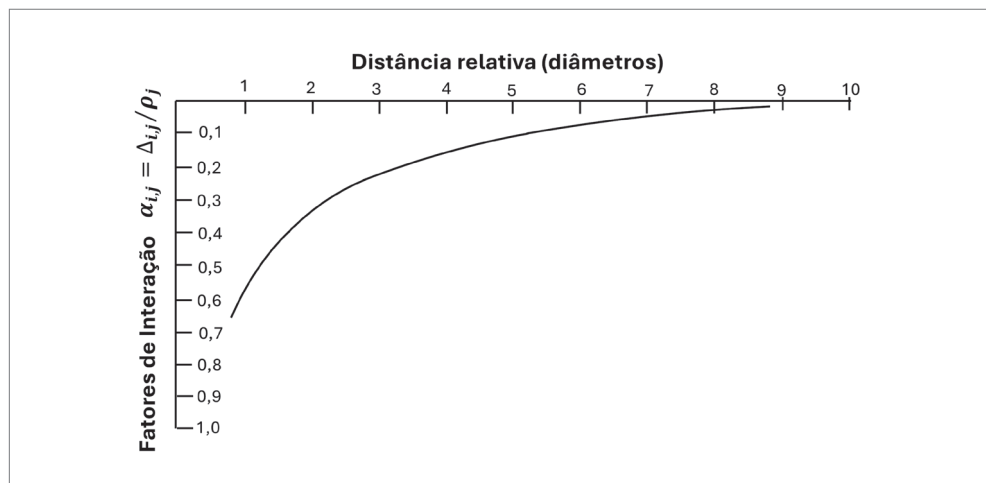


**Figura 4.10** Recalques em grupos de estacas na condição de deformação livre ou deslocamento imposto.

A princípio, não somente o efeito da posição das estacas no arranjo do bloco causa influência diferenciada entre elas, mas também a exposição de suas faces. Em uma análise mais precisa, em se tratando de estacas flutuantes, a superfície das faces externas das estacas periféricas ao bloco apresentarão maior capacidade de reação ao cisalhamento do solo do que aquelas voltadas para o centro do bloco. As estacas internas sofrem maior influência do recalque das demais estacas e, além disso, deve-se ter em conta que a própria capacidade de reação do solo contido abaixo do bloco é pequena, por estar confinado, sendo deslocado conjuntamente com o bloco pelo recalque geral da fundação. Nesse contexto, pode-se admitir que em uma ponderação sobre a capacidade de reação do solo ao recalque das estacas, as faces externas das estacas apresentam um peso maior, se comparada à reação de uma face interna, por sofrer menor influência do efeito de grupo. Ainda, neste mesmo contexto, mesmo as faces internas das estacas periféricas, por mobilizarem o solo contido pelo bloco, desenvolvem reações menores que as faces externas das mesmas estacas. Ainda, em estacas internas no arranjo do bloco, a superposição dos efeitos ao recalque é significativamente maior, tendo em conta que todas suas faces mobilizam o solo contido pelo bloco e estão submetidas à influência de outras estacas em todo seu perímetro.

Assim, pode-se perceber, que os blocos que têm arranjos com estacas em um único alinhamento, sendo todas periféricas, as estacas sofrem menor influência do efeito de grupo, apresentando um recalque menor. Nesse sentido, blocos com duas a quatro estacas, de maior capacidade, apresentam melhor desempenho ao recalque, que blocos equivalentes com um maior número de estacas de menor capacidade, em arranjos com estacas internas. O espaçamento entre as estacas também é fator preponderante para minimizar o recalque, haja visto que a interação entre as estacas é maior quanto maior for a sobreposição das deformações ao cisalhamento do solo.

Segundo estudos efetuados por vários autores, que avaliaram a influência entre os deslocamentos verticais em grupos de estacas alinhadas, a interação deixa de ser considerável para espaçamentos maiores que seis vezes o diâmetro, podendo ser insignificante, para espaçamentos maiores que dez diâmetros, a depender do tipo de solo e da profundidade das estacas. Uma proposta para variação dos fatores de interação em função do espaçamento entre as estacas, considerando a variação do módulo de elasticidade com a profundidade, está representada na Figura 4.11.



**Figura 4.11** Fator de interação em função do espaçamento das estacas.

Fonte: Banerjee; Davies, 1977.

Como proposta para aplicação do método da superposição, a título de estudos preliminares, sugere-se aqui, como princípio de resolução, a sobreposição das projeções horizontais dos bulbos de tensão das várias estacas isoladas, de modo a formar zonas de igual incidência de compressão no solo, denominadas aqui de Zonas de Mesmo Recalque. Nas zonas sob maior incidência dos bulbos de tensão, o solo estará submetido a um maior nível de compressão e consequentemente, também de deformações, levando as estacas expostas a essas zonas a maiores recalques.

Relaciona-se, então, as faces das estacas ao nível de recalque do solo que as envolve, determinando-se o acréscimo de recalque em cada estaca, em função de sua posição no bloco e exposição às zonas de mesmo recalque.

Para simular o acréscimo de recalque nas estacas, adota-se como similaridade a minoração das características de rigidez do solo que as envolve. A característica em questão refere-se à sua compressibilidade, no entanto, para viabilizar a praticidade de aplicação do método, serão minorados o módulo tangente  $G$  e o coeficiente de recalque vertical  $K_{h,\lambda}$ .

São assim considerados dois fatores médios de minoração aplicados às estacas: fator de minoração –  $Fm_{f,p}$ , a incidir sobre o módulo tangente  $G$  do solo ao longo do fuste, referindo-se à resistência ao cisalhamento; e fator de minoração –  $Fm_{p,p}$ , incidindo sobre o solo de ponta, referindo-se à rigidez à compressibilidade do solo de ponta  $K_{h,\lambda}$ . Para compor os fatores de minoração  $Fm_{f,i}$  e  $Fm_{p,i}$  que são aplicados às estacas, define-se ainda um coeficiente de minoração, a incidir diferentemente sobre cada face da estaca, em função da exposição a que estarão submetidas às zonas de mesmo recalque.

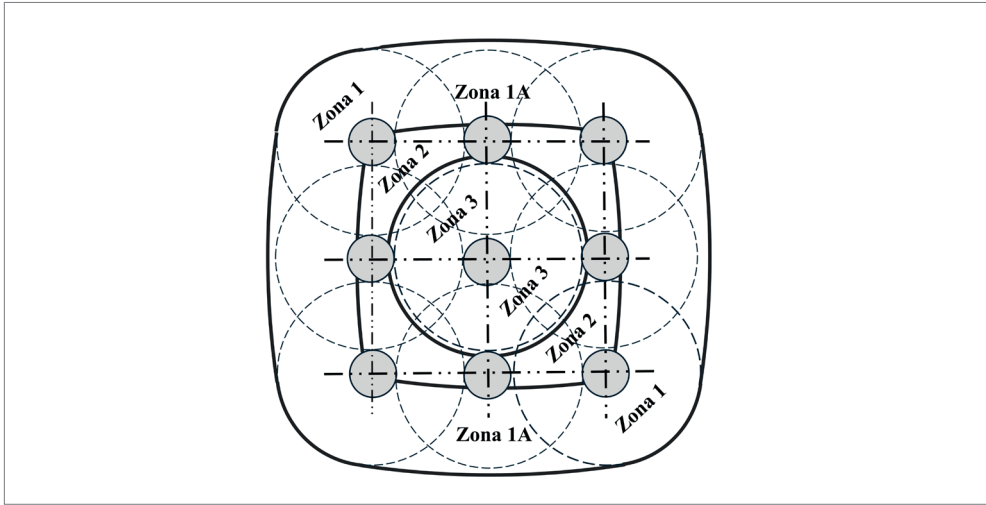
Assim, os Fatores de Minoração –  $Fm_{f,i}$  e  $Fm_{p,i}$  representam a média dos coeficientes de minoração que incidem em cada face da estaca, mediante sua exposição às zonas de mesmo recalque. Distinguem-se: *coeficiente de minoração da Resistência ao Cisalhamento ao longo do fuste* –  $Cm_f$  e o *coeficiente de minoração por Resistência de Ponta* –  $Cm_{p,i}$ .

$$\left( Cm_{f,i} \text{ ou } Cm_{p,i} \right) = \frac{\rho_{isol,i} - \rho_{inter,i}}{\rho_{isol,i}} \quad (4.2.1.10)$$

sendo:

- $\rho_{inter,i}$ : recalque de uma estaca  $i$  sob interação das demais estacas
- $\rho_{isol,i}$ : recalque de uma estaca  $i$  isolada

Para a identificação das zonas de mesmo recalque, sugere-se para cada estaca, traçar a projeção horizontal da isobárica do bulbo de tensões mais distante, de intensidade ainda significativa e identificar a quantidade de sobreposições que irão definir cada zona de mesmo recalque. Ver Figura 4.12. Busca-se uma resolução gráfica, tendo em vista que são poucos os dados analíticos ou experimentais para seu embasamento, devendo-se recorrer à relatividade dos efeitos entre as várias zonas e às correlações semiempíricas ou experimentais existentes sobre a interação entre as estacas sob o efeito de grupo.



**Figura 4.12** Exemplo de Zonas de Mesmo Recalque em um agrupamento genérico de estacas para determinação do Coeficiente de Minoração –  $Cm_{fi} / Cm_{pi}$ .

Os coeficientes de minoração  $Cm_{fi} / Cm_{pi}$ , incidindo sobre cada face da estaca, irão compor os fatores médios de minoração  $Fm_{fi}$  ou  $Fm_{pi}$ , a serem aplicados ao módulo tangente  $G$ , ou ao coeficiente de recalque vertical  $K_{ha}$ , respectivamente, como a seguir:

→ para as deformações por cisalhamento:

$$Fm_{fi} = \Sigma Cm_{fi} / n \quad (4.2.1.10)$$

→ para as deformações pelo efeito de ponta:

$$Fm_{pi} = \Sigma Cm_{pi} / n \quad (4.2.1.11)$$

sendo:

$n$ : número de faces sob interação por estaca, normalmente 4 faces.

Define-se, assim, para cada estaca, o fator de minoração da resistência à deformação por cisalhamento do solo, desenvolvida no fuste das estacas, ou à deformação do solo de ponta, tendo como referência, a estaca quando isolada, que segundo a proposta do método, terá seu fator de minoração sempre igual a 1,0. Os fatores de minoração, mais propriamente, referem-se ao acréscimo dos recalques nas estacas em razão da minoração da resistência às deformações por cisalhamento, ou das deformações do solo de ponta, respectivamente.

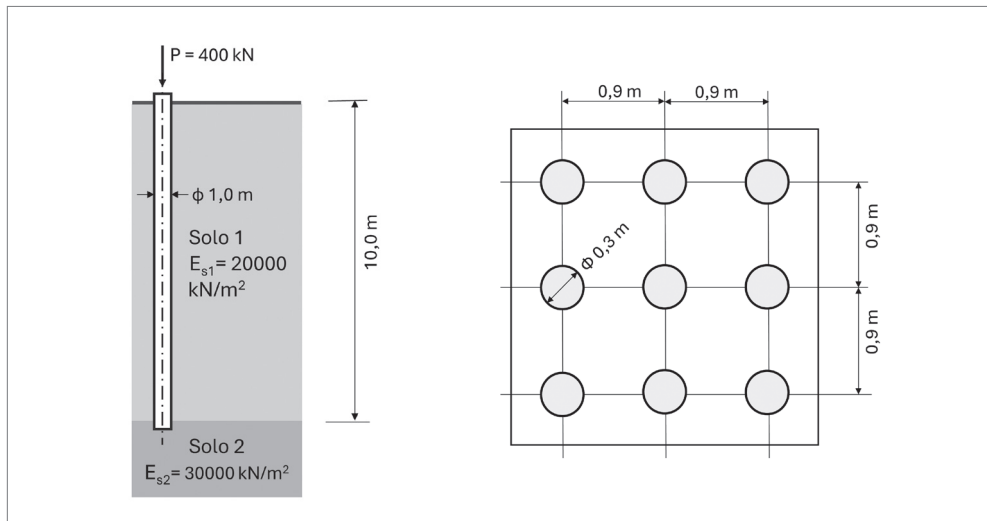
Como caso notável para a aplicação do método, pode-se assumir  $Cm_{f,i}$  ou  $Cm_{p,i} = 1,0$ , quando as influências sobre as deformações de cisalhamento ou de ponta, sob o efeito de grupo, forem consideradas insignificantes.

Ver aplicação no Exemplo 4.8.

## EXEMPLO 4.8

### Efeito de grupo em blocos sobre estacas

Determinar o recalque do bloco de fundação sobre estacas e a reação de cada estaca, segundo o esquema do bloco sobre estacas a seguir, considerando o efeito de grupo. Adotar como resolução, o método da superposição, utilizando como critério de resolução a ponderação que considera a influência das faces das estacas na transferência da carga da estaca ao solo e no acréscimo de recalque global do bloco. Na resolução do problema, adotar para as estacas, os dados a seguir.



Determinação do recalque de uma estaca isolada.

A partir de (4.2.1.6), tem-se:

$$\rho = \frac{Q}{\pi \left( G \cdot L + (0,5 \cdot B)^2 \cdot k_{v,\lambda} \right)}$$

Para o solo 1:

$$G = \frac{E_{s1}}{2(1+\nu)} = \frac{20.000}{2(1+0,3)} = 7692 \text{ kN / m}^2$$

Para o solo 2:

$$k_{v,\lambda} = \frac{E_{s2}}{\lambda(1-0,3^2)} = \frac{30.000}{0,24(1-0,3^2)} = 139101 \text{ kN / m}^3$$

sendo:

$$\lambda = \sqrt{A_p \cdot I_C} = \sqrt{\pi \cdot 0,15^2 \cdot 0,83} = 0,24 \text{ m}$$

$\therefore B = 0,3 \text{ m}$ ; pela Tabela 4.1:  $I_C = 0,83$

Para uma estaca isolada, tem-se a deformação  $\rho_j$ :

$$\rho_j = \frac{400,0}{\pi(7692 \cdot 10,0 + 0,15^2 \cdot 139101)} = 0,00163 \text{ m}$$

Efeito de grupo

- Cálculo do recalque em uma estaca sob efeito grupo

A partir de (4.2.1.6) e aplicando-se os fatores médios de minoração  $Fm_{fi}$  e  $Cm_{pi}$ , tem-se, para cada estaca:

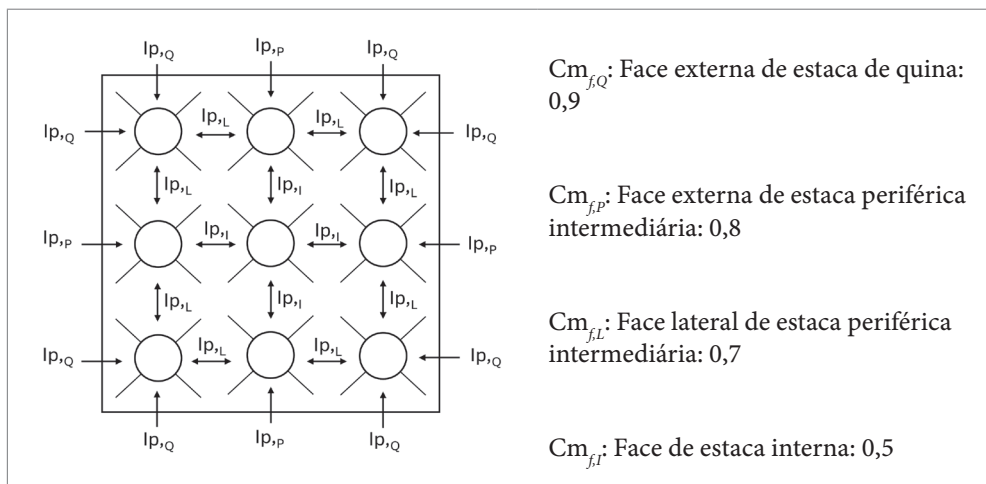
$$\rho_i = \frac{Q}{\pi(Fm_{fi} \cdot G \cdot L + Fm_{pi} (0,5 \cdot B)^2 \cdot k_{v,\lambda})}$$

Fazendo  $Q = 1,0 \rightarrow$  a deformação  $\rho$  assume conotação de flexibilidade “f”. Assim, a rigidez da estaca à deformabilidade no solo será:  $K = 1/f$ .

- Cálculo da flexibilidade de cada estaca:  $f_i$

$$f_i = \frac{1,0}{\pi(Fm_{fi} \cdot 7692 \cdot 10,0 + Fm_{pi} \cdot 0,15^2 \cdot 139101)} \text{ (m / kN)}$$

Na determinação dos fatores de minoração, considerando a interação entre as estacas, a superposição de ponta será considerada insignificante, assumindo-se  $Fm_{p,i} = 1,0$ . Para os coeficientes de minoração  $Cm_{f,i}$ , sugere-se, para o exemplo, quatro situações características distintas quanto às faces das estacas, identificadas em função de sua posição no arranjo do bloco, relativamente à sua exposição às zonas de mesmo recalque, em que incidirão. As zonas de mesmo recalque foram identificadas em semelhança ao exemplo da Figura 4.12 e os coeficientes de minoração  $Cm_{f,i}$  a partir de cada zona de mesmo recalque, assumidos como mostra a figura a seguir:



Aplicando-se os fatores de minoração  $Fm_{f,i}$  ao módulo  $G$ , determina-se a flexibilidade das estacas  $f_i$  e, com seu inverso, a respectiva rigidez  $K_i$ :

A carga total aplicada ao bloco, será:

$$Q = 9. P = 3600,0 \text{ kN}$$

A determinação da rigidez  $K$  de cada estaca está indicada na Tabela 4.2.

**Tabela 4.2** Determinação da rigidez das estacas ao efeito de recalque

Estaca	$Fm_{ti} = \sum Cm_{ti}/n$	$f_i \cdot 10^{-6} \text{ (m/kN)}$	$K_i = (1/f_i) \cdot 10^5 \text{ (kN/m)}$
1	$2 \cdot (0,9 + 0,7)/4 = 0,8$	4,92	2,032
2	$(0,8 + 2 \cdot 0,7 + 0,5)/4 = 0,675$	5,78	1,730
3	0,8	4,92	2,032
4	0,675	5,78	1,730
5	$4 \cdot 0,5/4 = 0,5$	7,65	1,307
6	0,675	5,78	1,730
7	0,8	4,92	2,032
8	0,675	5,78	1,730
9	0,8	4,92	2,032
		$\sum K_i$	16,355

### Reação nas estacas

Serão determinadas em função da rigidez relativa de cada estaca, em relação ao conjunto das estacas do bloco:

$$R_i = \left( \frac{K_i}{\sum K_i} \right) \cdot P$$

$$E_1; E_3; E_7; E_9$$

$$R_{1,3,7,9} = \left( \frac{2,032}{16,355} \right) \cdot 3600 = 447,3 \text{ kN}$$

$$E_2; E_4; E_6; E_8$$

$$R_{2,4,6,8} = \left( \frac{1,730}{16,355} \right) \cdot 3600 = 380,8 \text{ kN}$$

$$E_5$$

$$R_5 = \left( \frac{1,307}{16,355} \right) \cdot 3600 = 287,6 \text{ kN}$$

### Recalque do bloco

$$\rho_{bloco} = R_1 \cdot f_1 = R_2 \cdot f_2 = R_5 \cdot f_5 = 4,92 \cdot 10^{-6} \cdot 447,3 = 0,0022 \text{ m}$$

Fator de interação do bloco

De (4.2.1.9), tem-se:

$$\alpha_{bloco,j} = \frac{\Delta_{bloco,j}}{\rho_j} = \frac{0,0022 - 0,00163}{0,00163} = 0,350$$



## CAPÍTULO 5

# Estacas carregadas lateralmente

Um caso comum nos projetos de pontes ou de obras de contenções é a utilização de estacas de grande diâmetro, isoladas ou em pares, prolongadas acima do solo, desempenhando o papel de fundação, contenção e pilar, simultaneamente. Essa situação implica na capacidade portante da estaca a solicitações de flexão, causadas, normalmente, por cargas horizontais aplicadas pelo tabuleiro; por empuxos de terra ou água; ações como flambagem; e outros efeitos mais específicos, não tratados neste trabalho. A capacidade de reação à flexão das estacas, em grande parte, é atribuída aos efeitos favoráveis do confinamento do solo, no trecho em que ela está enterrada. O solo, nessa circunstância, propicia um engaste parcial para a estaca ao longo do trecho enterrado, oferecendo condições de equilíbrio estático e minimiza os efeitos de flexão, como os de segunda ordem causados pela instabilidade à flambagem. A esse efeito favorável, proporcionado pelo solo, se dá a denominação de rigidez estaca-solo, que se refere, no caso, à rigidez ao deslocamento lateral.

### 5.1 COMPORTAMENTO DAS ESTACAS AO DESLOCAMENTO LATERAL

As estacas, na condição de pilar-estaca, quando carregadas lateralmente, apresentam deslocamentos horizontais como resultado das próprias deflexões de sua linha elástica, pelo efeito de flexão, cuja rigidez é influenciada pela deformabilidade dos solos de confinamento. Esse comportamento, mediante cargas aplicadas ou deformações impostas, faz com que a correta interpretação das estruturas confinadas pelo solo,

inteiramente, ou em parte, seja de vital importância na determinação das solicitações de projeto.

O solo, como meio elástico, reduz as deformações por flexão das estacas, proporcionando maior capacidade ao equilíbrio estático. Como decorrência, de modo favorável, obtém-se um nível de solicitações e deformações compatíveis à sua capacidade estrutural, das estacas à flexão.

A rigidez do solo é avaliada por meio do coeficiente de recalque horizontal –  $k_h$ , o qual está relacionado a um estado de tensões no solo que tem a proporcionalidade direta com as deformações. Levado à dimensão linear, a rigidez tem a conotação de módulo de deformação –  $m_h (k_h \cdot B)$ , correspondendo à proporcionalidade entre as reações lineares do solo –  $q_h$ , com as deformações da estaca –  $y$ .

$$q_h = y \cdot m_h = y \cdot k_h \cdot B \quad (5.1.1)$$

sendo:

- B: largura da estaca;
- $q_h$ : reação linear ao longo do fuste da estaca, como decorrência do produto do módulo de deformação –  $m_h (k_h \cdot B)$  e a respectiva deformação  $y$ .

As estacas carregadas lateralmente e confinadas no solo apresentam solução a partir da interação entre as deformações da linha elástica da estaca e a compressibilidade do solo, ao longo da profundidade da estaca. A resolução é altamente hiperestática, com resolução analítica com base nos conceitos de viga sobre apoio elástico.

A equação da linha elástica tem a forma da quarta potência na sua integração, a partir dos carregamentos horizontais aplicados e pode ser representada na forma clássica, por meio da equação fundamental, como indicada a seguir:

$$EI \frac{d^4 y}{dz^4} + q_h \cdot z = 0 \quad (5.1.2)$$

Sua resolução condiciona à plena definição dos carregamentos, características da vinculação da estaca e a definição do solo ao longo da profundidade da estaca, para cada situação em estudo. Destaca-se, como condicionantes para a resolução, a linearidade de distribuição das cargas, como também, a homogeneidade do solo. Os vários resultados da integração da equação fundamental estão representados na Figura 5.1.

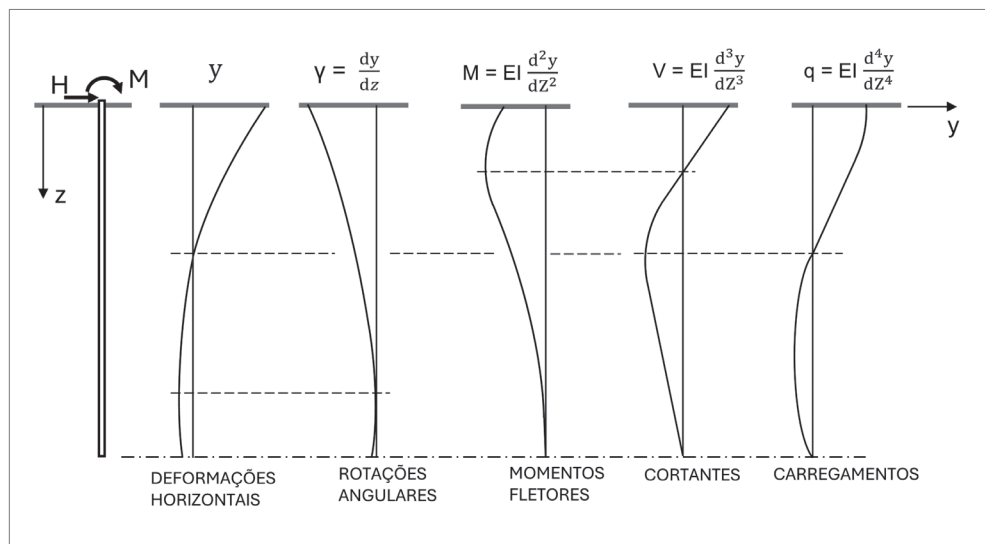


Figura 5.1 Evolução das integrações da equação da linha elástica.

Diante das dificuldades com a integração da equação fundamental, para aplicações práticas, desenvolveu-se métodos com hipóteses simplificadoras que viabilizam sua resolução analítica, aplicados para casos específicos de carregamentos e com considerações sobre a homogeneidade das propriedades do solo ao longo da profundidade da estaca.

Mais recentemente, a resolução numérica tem sido utilizada com suficiente precisão, por meio da aplicação do método dos elementos finitos (MEF). A modelagem deve incorporar o(s) elemento(s) que compõe(m) a estrutura, o maciço de solo, por meio de vínculos que expressem o comportamento físico do conjunto. O MEF possibilita, inclusive, a análise de modelos não lineares para representar o comportamento do solo-estrutura, na avaliação de deformações ou reações limites, no contexto da relação tensão-deformação.

Há três simulações possíveis de serem efetuadas, envolvendo cada uma, sua própria dimensão de análise:

1. A mais simples e utilizada em análises estruturais trata-se de um modelo unidimensional, discretizado por barras e molas que representam a rigidez do solo em nós discretos, em similaridade à hipótese de Winkler. Nesse tipo de análise, é possível considerar a não linearidade do solo por meio de curvas de evolução das deformações, estabelecendo-se uma condição específica para a relação tensão-deformação. Essas curvas são denominadas de  $p-y$ . A hipótese usualmente utilizada considera o comportamento linear até o limite elástico e perfeitemen-

te plástico, após este limite. Normalmente, a tensão de plastificação é estabelecida como sendo a do empuxo passivo, na compressão, ou ativo, na decompressão, partindo-se da tensão inicial, o empuxo de repouso.

2. Para análises que envolvem o comportamento do meio solo mediante a interação solo-estrutura, como o caso de paredes de contenção, contenções de taludes, seções de túneis, são normalmente utilizados os modelos de malhas com elementos planos e discretos, representando o solo e a estrutura segundo suas características e propriedades. São vários os recursos possíveis, sendo normalmente utilizados, por exemplo, a idealização do comportamento físico do solo mediante as condições de contorno da malha; descolamento dos elementos diante de solicitações de tração; modelos específicos para a relação tensão-deformação, considerando os limites de plastificação do solo, o mais comum, o critério Mohr-Coulomb; análise do comportamento não linear do elemento estrutural, com a consideração do modelo momento-curvatura; tensões iniciais de repouso; formulações específicas de vinculação entre os elementos; entre outros.
3. Para obras de fundações isoladas, ou problemas que exigem como solução análises envolvendo a transferência de carga das estruturas para o solo e distribuição espacial das tensões, utiliza-se modelos tridimensionais, com arranjo axisimétrico de malha ao redor da estaca e elementos volumétricos na forma, adaptados a cada caso de estudo. Os recursos são os mesmos que os das malhas planas, estabelecendo-se, no entanto, modelagens numéricas que simulam com maior precisão a dissipação da energia da deformação nas três dimensões, possibilitando resultados mais próximos da realidade das análises.

Na prática, a interação solo-estrutura apresenta várias dificuldades para representar o meio contínuo, seja por métodos com formulações de resolução analítica, ou mesmo os numéricos, como o MEF. Pode-se citar, a exemplo, a não homogeneidade do solo e seu comportamento não linear. Os solos, na natureza, à exceção de alguns maciços formados por argilas sobreadensadas, areias compactas e formações residuais maduras, são heterogêneos e anisotrópicos. Em especial, os transportados, formam depósitos com estratigrafia variada, em camadas geralmente horizontais, mas muitas vezes, erráticas, e mesmo quando homogêneos, apresentam variações em suas propriedades físico-mecânicas na profundidade.

Quanto ao comportamento não linear, como visto em 3.1 deste trabalho, Deformabilidade dos solos – curvas tensão-deformação, a relação tensão-deformação dos solos apresenta curvas de não linearidade características, com aumento progressivo do módulo de deformação com o carregamento, de difícil avaliação para simulação.

Também, no caso de carregamentos cíclicos, situação típica em estruturas de pontes, ou marítimas, a restituição ao estado inicial de deformação do solo, na curva tensão-deformação, não ocorre plenamente, como também visto em 3.1, verificando-se níveis de deformação residual ao descarregamento. Essas características do solo implicam muitas vezes na elaboração de projetos em que a obtenção dos esforços estruturais se faz por meio de envoltórias de máximos e mínimos, mediante as várias respostas quanto à mobilização dos solos.

## 5.2 COEFICIENTE DE RECALQUE HORIZONTAL ( $k_h$ )

Denomina-se coeficiente de recalque horizontal do solo  $k_h$ , teoricamente, o quociente entre a tensão horizontal  $\sigma_h$  aplicada ao solo por uma placa plana e rígida, e o deslocamento que essa tensão produz,  $y$ .

$$k_h = \frac{\sigma_h}{y} \quad (5.2.1)$$

Para sua determinação, pode-se valer de resultados obtidos em ensaios e provas de carga in loco, obtidos em pesquisas ou experimentos, que relacionam o módulo de elasticidade do solo  $E_s$  à sua rigidez, mediante o resultado das deformações do elemento estrutural ensaiado. Há também propostas por vários autores de correlações com o coeficiente de recalque vertical  $K_v$ , ou por meio de ensaios de caracterização de campo, como o *SPT* ou *deep-sounding*, por exemplo.

A partir da equação básica de distribuição de tensões verticais na profundidade, decorrente de uma carga aplicada na superfície do solo,  $\rho = \sigma \nu \cdot I_F \cdot B \cdot \frac{(1-\nu^2)}{E_s}$ , em

que  $\rho$  é a deformação vertical na base da sapata;  $I_F$  um fator de forma e  $B$  a menor largura da placa, como visto em 4.1 deste trabalho, pode-se estabelecer uma correlação com o coeficiente de recalque horizontal, como a seguir,

$$k_h = \frac{E_s \cdot I_F}{(1-\nu^2)} \cdot \frac{z}{B} \quad (5.2.2)$$

sendo  $E_s$  o módulo de elasticidade do solo,  $\nu$  o coeficiente de Poisson, e  $I_F$  um fator de forma relacionado ao tamanho e rigidez da placa, por meio da qual as tensões são aplicadas ao solo, como apresentado por Otálvaro e Nanclares (2009),

Verifica-se, por esta expressão, que o coeficiente de rigidez horizontal tem relação direta com o coeficiente de recalque vertical, podendo ser escrito, segundo a seguinte relação de proporcionalidade:

$$k_h \equiv k_v \cdot z \quad (5.2.3)$$

Ao ser inversamente proporcional à largura da estaca  $B$ , refere-se à influência do tamanho do bulbo de tensões formado pela largura da estaca. A relação direta com  $z$ , refere-se ao maior espectro do espraimento das tensões em função da profundidade.

Essa forma de interpretação do coeficiente de recalque horizontal foi reproduzida por vários trabalhos subsequentes, com pequenas variações, segundo diversos autores.

Terzaghi (1955) apresenta uma proposta para avaliação do valor de  $k_h$ , correlacionando, teoricamente, o deslocamento horizontal de uma estaca embutida no solo com o deslocamento vertical de uma placa rígida em contato com a superfície do solo. Segundo a proposta, conceitualmente, é admitido que o solo, ao ser mobilizado, forma um bulbo de reação no plano horizontal, cujos limites são diretamente proporcionais à largura  $B$  da estaca. Pressupõe-se, portanto, que o deslocamento da estaca é diretamente proporcional aos limites do bulbo formado pela largura da estaca. Como a rigidez do solo é inversamente proporcional ao deslocamento causado pela ação de uma pressão  $\sigma_h$ , mantendo-se  $\sigma_h$  constante,  $k_h$  será inversamente proporcional à largura  $B$  da estaca.

Avaliam-se duas situações distintas, uma refere-se aos solos coesivos, como as argilas pré-adensadas e uma segunda, aos solos com predominância arenosa, apresentando, cada uma, distribuições de  $k_h$  ao longo da profundidade para um deslocamento horizontal teórico constante, como proposto na Figura 5.2.

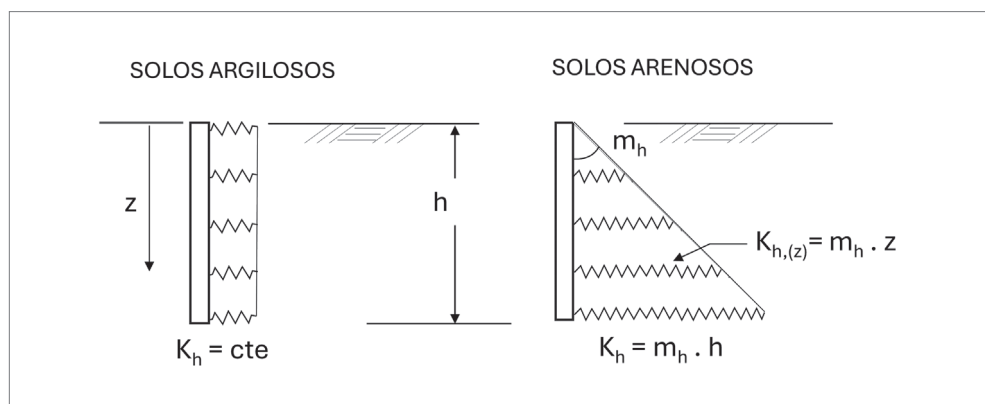


Figura 5.2 Diagramas propostos para o coeficiente de recalque horizontal para solos argilosos e arenosos.

Na avaliação de  $k_h$  com a profundidade, admite-se, teoricamente, o deslocamento horizontal da estaca de forma constante ao longo da profundidade. Trata-se de uma posição conservativa. Como demonstra Dinis, Pappalardo e Seko (2023), em estudo sobre deslocamentos de estacas embutidas em solo, por modelagem numérica pelo MEF, foram analisados dois casos de deslocamento horizontal de estacas rígidas, um paralelo ao eixo  $y$  e o outro rotacional, com rotação no pé da estaca, obtendo-se resultados distintos para as duas situações. Como resultado, para a mesma deformação horizontal no topo da estaca, no modelo rotacional, o solo apresentou aproximadamente rigidez 40% maior do que no modelo de deslocamento paralelo a  $y$ . Justifica-se esse resultado em função da mobilização da resistência por atrito entre camadas horizontais do solo que ocorre no modelo rotacional.

Com base nesse resultado, pode-se adotar, de forma conservativa, valores de  $k_h$  em modelos de deslocamentos rotacionais, iguais aos determinados para a condição de deslocamentos paralelos a  $y$ , mantendo uma abordagem conservativa.

Para a determinação dos valores de  $k_h$ , Terzaghi (1955) apresentou para argilas pré-adensadas uma correlação direta com os resultados de ensaios de reação vertical em placa quadrada, cuja expressão tem a forma a seguir:

$$k_h = \frac{k_{s1}}{1,5 \cdot B} (F / L^3) \quad (5.2.4)$$

sendo:

$k_h$ : coeficiente de recalque horizontal;

$k_{s1}$  ( $k_v$ ): coeficiente de recalque vertical obtido por uma placa de um pé quadrado (1 x 1 ft);

B: largura da estaca, lado ou diâmetro em pé (1 ft);

1,5: fator de ajuste da formulação, que pode apresentar outro valor quanto ao tamanho da placa utilizada ou largura da estaca.

**Tabela 5.1** Valores de  $k_{s1}$  propostos por Terzaghi (1955) para placas de (1 x 1 ft)

Consistência da argila	$q_u$ (MN/m <sup>2</sup> )	Valores de $k_{s1}$ (MN/m <sup>3</sup> )
Rija	0,10 a 0,20	24
Muito rija	0,20 a 0,40	48
Dura	> 0,40	96

∴ para efetuar a correlação entre o coeficiente de recalque vertical  $k_{s1}$ , da placa de largura (1x1 ft), para uma hipotética placa de largura  $B$ , pode-se simplistamente aplicar a relação direta:

$$k_{v,B} = \frac{k_{s1} \cdot (1\text{ft} = 0,305 \text{ m})}{B} \quad (5.2.5)$$

→ segundo a notação deste trabalho:

se:  $B = 1,0 \text{ m} \rightarrow k_{v,B} = k_{v,1}$  (ou simplesmente  $k_v$ ); para uma placa de 1 x 1 m.

Vesic (1961) ao analisar a influência da rigidez à flexão de estacas em meio a solo homogêneo e isótropo, na determinação de  $kh$ , propõe que, no caso de estacas longas, de largura  $B$  e rigidez a flexão  $EI$ , com módulo de compressão  $Es$  e coeficiente de Poisson  $\nu$ , a seguinte expressão para  $k_h$ :

$$k_h = 0,65 \cdot \sqrt[12]{\frac{Es \cdot B^4}{Ec \cdot I}} \cdot \frac{Es}{(1-\nu^2)} \quad (5.2.6)$$

sendo:

- $k_h$ : coeficiente de recalque horizontal.

Pode-se verificar pela expressão que o termo  $\sqrt[12]{\frac{Es \cdot B^4}{Ec \cdot I}}$  refere-se a um valor de rigidez relativa estaca-solo, apontando para a influência da rigidez à flexão da estaca no comportamento do solo mediante sua reação à compressibilidade. A constante numérica 0,65 sugere um fator corretivo na conversão do termo  $\frac{Es}{(1-\nu^2)}$  de aplicação da vertical para a horizontal, em compatibilidade à expressão proposta por Terzaghi (5.2.4).

Evidencia-se, tendo em vista os métodos analisados, uma lógica em adotar um fator redutivo na conversão de  $k_v$  para  $k_h$ , haja visto que o solo, quando submetido a pressões verticais, tende a consolidar os arranjos de acomodação das partículas sólidas, propiciando maior compactação. No entanto, pressões horizontais atuam no

sentido de desarranjar a estrutura natural do solo, ao reagir no sentido contrário a este arranjo. Assim, há coerência em se adotar um fator redutivo ao correlacionar  $k_h$  com  $k_v$ , que poderia ser alegado à anisotropia natural do solo quanto à rigidez à compressão na direção horizontal, relativamente à vertical, propondo-se denominar este fator redutivo de *índice de anisotropia* -  $I_A$ .

Partindo-se da expressão (4.1.5):

$$k_{v,\lambda} = \frac{k_v}{\lambda} = \frac{Es}{\lambda \cdot (1 - \nu^2)}$$

→ propõe-se, para a correlação entre  $k_v$  e  $k_h$ , inserir diretamente na formulação um fator de redução, denominado fator de anisotropia ( $I_A$ ).

Assim, mediante as considerações e ponderações efetuadas, para relacionar  $k_h$  com  $k_v$ , propõe-se, para solos em que a variação de  $k_h$  com a profundidade não seja significativa, e a partir de (4.1.5), a seguinte expressão:

$$k_{h,\lambda} = I_A \cdot \frac{Es}{\lambda \cdot (1 - \nu^2)} \quad (5.2.7)$$

sendo:

- $k_{h,\lambda}$  – coeficiente de recalque horizontal referindo-se à superfície de projeção da estaca.
- $\lambda$  – grandeza dimensional relativa ao lado equivalente de uma placa de dimensão  $B \times L$ , tendo como equivalência uma placa rígida quadrangular, com o lado referencial de 1,0 x 1,0 m de largura, com efeito na determinação da deformação  $\rho$ .

$$\lambda = \sqrt{B \cdot L \cdot I_C}$$

- $B \cdot L$  – base de placa rígida estudada, com menor largura  $B$  e maior  $L$ .
- $I_C$  – fator de conformação aplicado a placa retangular de lados  $B \times L$ , a considerar sua equivalência a uma placa quadrada, na propagação das tensões verticais no meio solo que causam a deformação  $\rho$ , com a conotação de fator de forma.

- $I_A$ : fator de anisotropia relacionado ao comportamento diferenciado do módulo de compressão  $E_s$  quanto à deformação segundo os planos vertical e horizontal, entre amostras ensaiadas.

Desejando-se obter o coeficiente de recalque horizontal paramétrico  $k_h 1$ , deve-se desconsiderar no cálculo as dimensões específicas da fundação, referindo-se a uma placa de 1,0 x 1,0 m, isso resulta na equação básica para  $k_h 1$  (ou simplesmente  $k_h$ ):

$$k_h 1 \text{ (ou simplesmente } k_h) = I_A \cdot \frac{E_s}{(1 - \nu^2)} \quad (5.2.8)$$

Os fatores de conformação  $I_C$  e de anisotropia  $I_A$  são ambos redutivos (menores que 1,0), tendo cada um, o seguinte significado:

#### *Fator de anisotropia $I_A$*

Fator de correção do valor de  $E_s$ , quando este é obtido por deformação vertical da amostra, corrigindo-se seu valor para o caso da deformabilidade horizontal. Segundo Das (2011), a exemplo, em argilas adensadas, pode ocorrer anisotropia em relação à resistência causada pela natureza de deposição de solos coesivos, nos quais, com o subsequente adensamento, as partículas se orientam perpendicularmente à direção da tensão principal maior, fenômeno que pode acontecer tanto em argilas normalmente adensadas como em sobreadensadas. Na falta de valores experimentais, sugere-se admitir dois extremos e interpolar para solos intermediários, como a seguir:

- argilas rijas plásticas:  $I_A = 1,0^*$ ;
- argilas arenosas/siltosas ou argilas pré-adensadas, que apresentem escamações e laminações no plano horizontal, com manifestação de deterioração de sua estrutura inicial de confinamento mediante compressão horizontal:  $I_A = 0,6^*$ .

\*Valores sugeridos sem demonstração experimental.

→ Interpolar em casos intermediários.

#### *Fator de forma $I_C$*

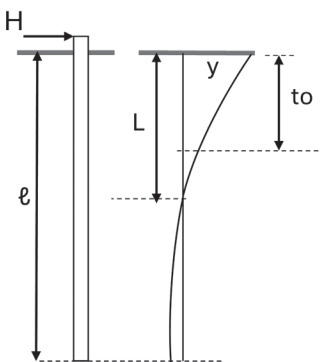
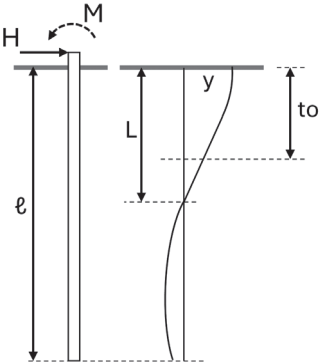
Fator de conformação geométrica, obtido na Tabela 4.1, em função da geometria de uma placa sob deslocamento, nesse caso, referindo-se à projeção horizontal da estaca que produz compressão no solo, de lados  $B \times L$ , sendo  $L = to$ . Por correlação da teoria,  $to$  pode ser obtido pelo Quadro 5.1.

Sendo:

- $t_o$ : comprimento do trecho da estaca em profundidade, que reproduza tensões no solo que sejam representativas para determinar a deformação média horizontal.

Para obtenção de  $t_o$ , como ordem de grandeza, sugere-se os valores indicados na Tabela 5.2, aplicados a solos homogêneos e não estratificados na profundidade, cuja variação de  $k_h$  com a profundidade não seja significativa. Para sua elaboração, os valores sugeridos foram obtidos por interpretação de séries de processamentos pelo MEF, visando a determinação da deformada da LE de estacas inteiramente embutidas no solo e seu comprimento  $L$ , para os casos previstos no Quadro 5.1, assumindo-se  $t_o$  como sendo  $0,7L$ , quando:  $\ell / R1 \geq 4$ .

**Quadro 5.1** Determinação de  $t_o$  para estimativa do comprimento significativo da profundidade comprimida em estaca carregada lateralmente

 <p>BALANÇO</p>	 <p>ENGASTADA</p>
<p>para: <math>\ell / R1 \geq 4</math> <math>t_o = 2,4 R1</math> para: <math>\ell / R1 &lt; 4</math> <math>t_o = 0,5 \cdot \ell</math></p>	<p>para: <math>\ell / R1 \geq 4</math> <math>t_o = 3,1 R1</math> para: <math>2 \leq \ell / R1 &lt; 4</math> <math>t_o = 0,65 \cdot \ell</math> para: <math>\ell / R1 \leq 2</math> <math>t_o = \ell</math></p>

**Quadro 5.1** Determinação de  $t_0$  para estimativa do comprimento significativo da profundidade comprimida em estaca carregada lateralmente

\* ( $\ell / R1$ ) segundo seção 5.3

$$** \left( R1 = \sqrt[4]{\frac{E \cdot I}{B \cdot k_h}} \right); \text{ com: } k_h = \frac{1}{B} \cdot \frac{Es}{(1-\nu^2)}$$

## EXEMPLO 5.1

Determinar o coeficiente de recalque horizontal do solo para uma estaca de diâmetro  $B = 0,4$  m, embutida no solo à profundidade de 12,0 m.

- Solo: argila siltosa média

$$E = 10000 \text{ kN/m}^2$$

$$\nu = 0,3$$

- Estaca

$$E_c = 21 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$

$$I = \pi \cdot B^4 / 64 = 0,00126 \text{ m}^4$$

Aplicando-se a expressão:

$$k_{h,\lambda} = I_A \cdot \frac{Es}{\lambda \cdot (1-\nu^2)} \quad (5.2.7)$$

→ tem-se como desenvolvimento dos cálculos:

- Determinação de  $I_c$

Para determinação de  $t_0$ , tem-se

$$R1 = \sqrt[4]{\frac{E \cdot I}{B \cdot k_h}} = \sqrt[4]{\frac{21 \cdot 10^6 \cdot 0,00126}{0,4 \cdot k_h}} = 1,13$$

sendo:

$$k_{h1} = \frac{E_s}{B \cdot (1 - \nu^2)} = \frac{15000}{0,4 \cdot (1 - 0,3^2)} = 41208 \text{ kN/m}^3$$

$$\ell/R1 = 9,0/1,13 = 7,96 \geq 4$$

do Quadro 5.1:

$$\rightarrow t_0 = 2,4 R1 = 2,71 \text{ m}$$

$$\lambda = \sqrt{0,4 \cdot 2,71 \cdot 0,61} = 0,81$$

sendo:

$$t_0/B = 2,71/0,4 = 6,77$$

da Tabela 4.1  $\rightarrow$  para:  $t_0/B = 6,77$  e interpolando:

$$I_C = 0,61$$

Para determinação de  $I_A$ , será diretamente adotado:

$$I_A = 0,7$$

Aplicando (5.2.7)

$$k_{h,\lambda} = 0,7 \cdot \frac{15000}{0,61 \cdot (1 - 0,3^2)} = 18915 \sim 19000 \text{ kN/m}^3$$

Desejando-se obter o coeficiente de recalque horizontal paramétrico  $k_h$ , deve-se desconsiderar, no cálculo, os parâmetros específicos da fundação, ou seja, definir  $\lambda = 1,0$ :

$$k_h = 0,7 \cdot \frac{15000}{(1 - 0,3^2)} = 11538 \sim 11500 \text{ kN/m}^3$$

Para os solos arenosos, Terzaghi (1955) propõe um parâmetro  $n_h$  como expressão de cálculo para o coeficiente de reação horizontal do solo, que corresponde à variação do coeficiente de recalque horizontal em determinada unidade linear na profundidade.

$$n_h = \frac{A \cdot \gamma_s}{1,35} (F / L^3) \quad (5.2.9)$$

sendo:

- $A$ : parâmetro adimensional a ser aplicado como ajuste de  $n_h$ , em função da compactidade relativa das areias;
- $\gamma_s$ : peso específico do solo.

Em sua proposta, Terzaghi (1955) apresenta diretamente valores para  $A$ , como mostra a Tabela 5. 2:

**Tabela 5.2** Valores de  $n_h^*$  propostos por Terzaghi (1955) para estacas com largura de (1 ft)

Compacidade da areia	Variação de A	$n_h^*$ (MN/m <sup>3</sup> ) – médio	
		Areia (umidade natural)	Areia (seca)
Fofa	100 a 200	2,5	1,5
Medianamente compacta	300 a 1000	7,0	4,5
Compacta	1000 a 2000	18,0	11,0

\* Para efetuar a correlação entre o módulo de reação horizontal  $n_h$ , de uma estaca de largura (1 ft) para uma placa quadrada de 1,0 m de largura, em coerência à sua conotação com  $k_{h1}$ , deve-se aplicar a relação direta de proporção. Para a notação desse trabalho,  $n_h$  refere-se à largura de uma estaca de (1 ft). No caso de uma placa quadrada da largura de (1,0 x 1,0 m), adota-se a notação  $m_{h1}$ , ou simplesmente,  $m_h$ .

$$m_{h1} = \frac{n_h \cdot (1\text{ft} = 0,305 \text{ m})}{(1,0 \cdot 1,0) \text{ m}^2} \left( \frac{\text{kN}}{\text{m}^4} \right) \quad (5.2.10)$$

Fazendo  $k_{h1}$  variar com a profundidade, obtém-se o coeficiente de recalque horizontal,  $k_{h(z)1}$ , que tem como o módulo de proporcionalidade linear,  $m_{h1}$ , em (F/L<sup>4</sup>).

$$k_{h(z)} \cdot 1 = m_h \cdot 1 \cdot z \quad (5.2.11)$$

E, dessa forma, para a determinação do coeficiente de recalque horizontal com a profundidade, aplica-se diretamente a expressão:

$$k_{h(z)} = m_h \cdot z \quad (5.2.12)$$

Alonso (2019) apresenta uma adaptação interessante de Davisson (1963) proposta para valores de  $n_h$  em função de  $N_{SPT}$ , como mostra a Tabela 5.3:

**Tabela 5.3** Valores da constante do coeficiente de reação horizontal  $n_h$

Compacidade da areia	$N_{SPT}$	$n_h$ (MN/m <sup>3</sup> )	
		Acima de NA	Abaixo de NA
Areia fofa	4 a 10	2,6	1,5
Areia medianamente compacta	10 a 30	8,0	5,0
Areia compacta	30 a 50	20,0	12,5
Silte muito fofo			0,1 a 0,3
Argila muito mole			0,55

Fonte: Davisson, 1963, *apud* Alonso, 2019.

De forma prática, o módulo de proporcionalidade  $m_h$  pode ser obtido diretamente por valores distintos do coeficiente de recalque horizontal  $k_{h(z)}$ , nos extremos de um determinado intervalo da profundidade de uma camada do subsolo.

Seja:

- $k_{h(a)}$ : coeficiente de recalque horizontal do solo na cota  $a$ ;
- $k_{h(b)}$ : coeficiente de recalque horizontal do solo na cota  $b$ ;
- $d_{(a-b)}$ : distância entre as cotas  $a$  e  $b$ .

Obtendo-se o módulo de proporcionalidade  $m_{h,(a-)}$ :

$$m_{h(a-)} = \frac{[k_{h(b)} - k_{h(a)}]}{d_{(a-b)}} \quad (5.2.13)$$

A partir da cota  $a$ , na profundidade  $z$ , o coeficiente de recalque horizontal  $k_{h(z)}$  pode ser representado como a seguir:

$$k_{h(z)} = k_{h(a)} + m_{h(a-b)} \cdot z \quad (5.2.14)$$

Sendo o solo arenoso e homogêneo, o coeficiente de recalque horizontal  $k_{h(z)}$ , para uma profundidade pré-determinada e conhecida ( $z$ ), pode ser determinado a partir do módulo de deformação  $Es_{(z)}$ .

Propõe-se a expressão a seguir:

$$k_{h(z)} = I_A \cdot \frac{Es_{(z)}}{(1-\nu^2)} \quad (5.2.15)$$

Sendo:

- $I_A$ : fator de anisotropia relacionado ao comportamento diferenciado do módulo de compressão  $Es$  quanto à deformação, segundo os planos vertical e horizontal, considerando que a deformação horizontal age no sentido de desestruturar o arranjo natural de deposição dos grãos nas massas de solo arenoso. Sugere-se os seguintes valores extremos, interpolando-se nos demais casos:
  - areias muito compactas de grãos arredondados e duros:  $I_A = 0,9^*$ ;
  - areias fofas, argilosas ou siltosas, pouco graduadas, de grãos com arestas vivas e fracas, com manifestação de acomodação de sua estrutura inicial de confinamento mediante compressão horizontal:  $I_A = 0,5^*$ .

\*Valores sugeridos sem demonstração experimental.

Cabe colocar que, na determinação de  $k_{h(z)}$  para profundidades preestabelecidas, de forma pontual, seu valor refere-se a  $k_{h(z)} \cdot 1$ , ou seja, referindo-se a uma placa de 1,0 x 1,0 m. Para efetuar a conformação de  $k_{h(z)} \cdot 1$  para  $k_{h\lambda(z)}$ , deve-se aplicar o fator  $\lambda$ , determinado para a profundidade  $to$ , mesmo que  $to$  não corresponda ao intervalo de variação do  $k_{h(z)}$  pesquisado, ao qual se deseja determinar  $m_h$ . Para solos arenosos, de forma conservativa, mesmo considerando que os valores de  $k_{h(z)}$  são variáveis com a profundidade, sugere-se determinar  $to$  conforme o Quadro 5.1, a partir da média dos valores de  $k_{h(z)}$  característicos no trecho de 0,5  $\ell$  a contar da superfície do solo.

Em solos arenosos, mesmo sendo homogêneos, pressupõe-se que o aumento de  $k_{h(z)}$  com a profundidade ocorra com o aumento do confinamento, que pode ser expresso pela variação do índice de resistência à penetração  $N_{SPT}$ , geralmente crescente com a profundidade. Propõe-se determinar os valores de  $k_{h(z)}$ , pontualmente, a partir da obtenção do módulo de deformação  $Es$  em função do  $N_{SPT}$ , diretamente. Cintra e

Aoki (2011) apresentam critérios para obtenção de  $E_s$  em função de  $N_{SPT}$ , por meio de correlações.

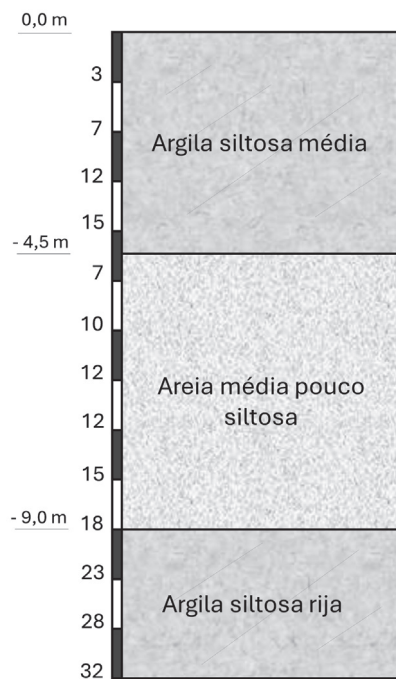
Havendo estratificações horizontais, com a formação de camadas de solos homogêneos bem definidos, aplicar (5.2.15) isoladamente para cada camada, representando o resultado como na Figura 5.4.

Em projetos com o uso de cálculo numérico pelo MEF, pode-se, de forma prática, determinar  $k_{h(z)}$  diretamente para cada unidade de profundidade, segundo (5.2.15).

## EXEMPLO 5.2

Coeficiente de recalque horizontal em solos arenosos

Determinar o módulo de proporcionalidade de recalque horizontal  $m_{h(z)}$  e a distribuição do coeficiente de recalque horizontal  $k_{hi}$  na camada de solo arenoso constante do perfil de sondagem a seguir:



Para estimativa do módulo de deformação  $E_{s(z)}$ , serão utilizados os dados da tabela a seguir, segundo Joppert Jr. (2007), interpolando-se os valores, quando for o caso.

Tipo de solo	Faixa de SPT	Módulo de elasticidade $E_s$ (kN/m <sup>2</sup> )	Peso específico natural $\gamma_s$ (kN/m <sup>3</sup> )
Areia média pouco siltosa	0 – 4	20000 – 50000	17
	5 – 8	40000 – 80000	18
	9 – 18	50000 – 100000	19
	19 – 41	80000 – 150000	20
	> 41	16000 – 200000	20

Considerando o solo: areia média pouco siltosa, obtém-se  $\nu = 0,35$ , interpolando-se os valores correspondentes obtidos da Tabela 2.1. Para  $I_A$ , será assumido o valor de 0,7.

→ aplicando a equação (5.2.17):

$$- \text{ para a cota } - 4,5 \text{ m} \rightarrow N_{SPT} = 7 \rightarrow E_{s(4,5)} = 67000 \text{ kN/m}^2$$

$$k_{h(-4,5)} = 0,7 \cdot \frac{67000}{(1 - 0,35^2)} = 53440 \text{ kN/m}^3$$

$$- \text{ para a cota } - 9,0 \text{ m} \rightarrow N_{SPT} = 18 \rightarrow E_{s(9,0)} = 100000 \text{ kN/m}^2$$

→ aplicando a equação (5.2.17)

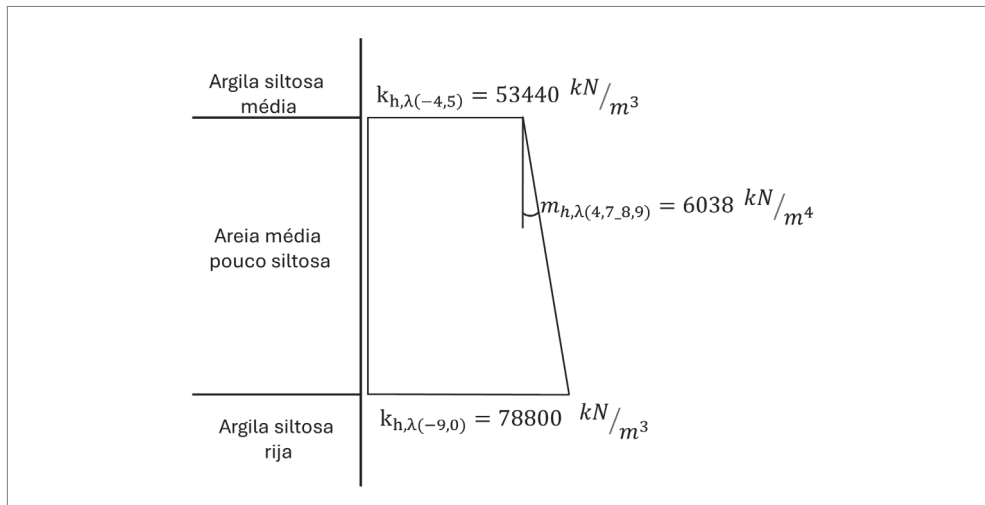
$$k_{h(-9,0)} = 0,7 \cdot \frac{100000}{(1 - 0,35^2)} = 79772 \text{ kN/m}^3$$

→ aplicando a equação (5.2.15)

$$m_{h(a-b)} = \frac{[k_{h(b)} - k_{h(a)}]}{d_{(a-b)}}$$

$$m_{h(9,0-4,5)} = \frac{(79772 - 53440)}{(9,0 - 4,5)} = 5851 \text{ kN/m}^4$$

Esquema da distribuição do coeficiente de recalque horizontal na camada de areia:

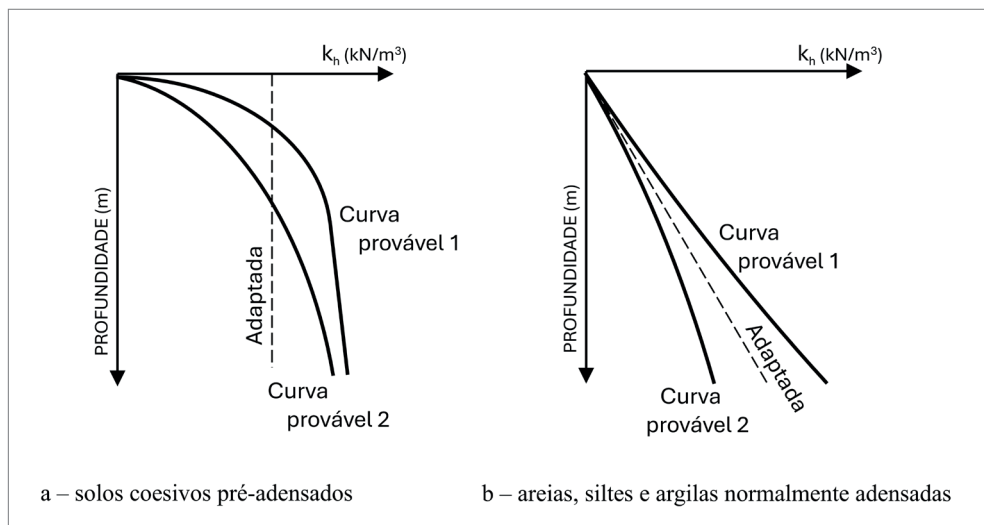


Apesar da intrínseca compatibilidade entre as definições e conceitos que envolvem o problema de uma viga sobre apoio elástico, com a estaca carregada lateralmente, as resoluções são distintas, sendo mais complexas para as estacas, por elas atravessarem extratos de natureza diversa, constituídos por solos com propriedades muitas vezes não compatíveis com uma solução de continuidade numérica. Para as vigas, a estratificação do solo leva à sobreposição de efeitos da deformação na profundidade, podendo-se formular o problema a partir da rigidez equivalente a um solo homogêneo, o que não é possível para as estacas.

Mesmo em meio elástico, homogêneo e isótropo, com possibilidades de deslocamento unicamente em  $y$ , considerando uma estaca rígida, o problema ainda não terá uma solução semelhante a uma placa submetida a recalques verticais, diferenciando-se, o modelo, pelo meio semi-infinito, quanto à interrupção do solo na superfície. Nas camadas próximas à superfície, não há massa suficiente para acomodar as tensões ascendentes causadas pelo efeito de Poisson, resultando em desequilíbrio das tensões na vertical e consequente redução da rigidez do solo junto à superfície. Outra questão, na correlação da rigidez do solo entre a direção vertical e horizontal, na vertical, as deformações são causadas na mesma direção da formação e acomodação das partículas dos solos transportados, sendo que na horizontal, as deformações estariam agindo no desarranjo dessa formação, com consequente redução, seja da rigidez, quanto da própria resistência dos solos.

Essa questão foi pesquisada por vários autores, tendo cada um apresentado leis de variação de  $k_h$  com a profundidade. Há consenso de que a hipótese de Terzaghi, que considera valores constantes com a profundidade para argilas pré-adensadas e variação linear no caso de areias, não seja realista.

Vários autores estudaram a variação de  $k_h$  com a profundidade, muitos apresentando equações que indicam uma variação não linear. Matlock e Reese (1961), como Davisson e Gill (1963), apresentaram estudos para variação não linear e variações segundo a estratificação do solo. Há consenso em relação a uma variação mais acentuada junto à superfície, estabilizando-se ao longo da profundidade, para os solos coesivos, e uma tendência de linearidade, para os solos com predominância arenosa, ao longo de toda a profundidade. Na Figura 5.3 estão esquematizadas possibilidades para configuração de prováveis curvas de variação de  $k_h$  com a profundidade.



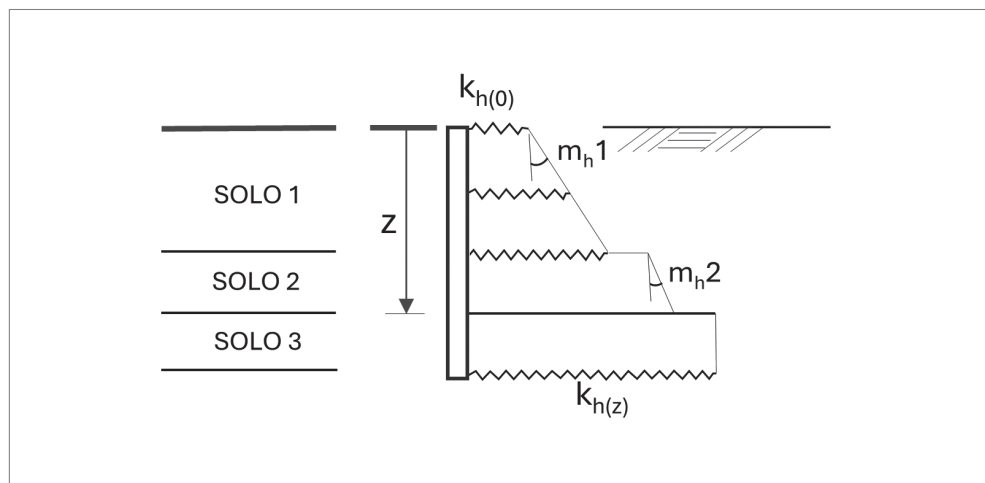
**Figura 5.3** Esquemas de possíveis variações do coeficiente de recalque horizontal com a profundidade.

As argilas pré-adensadas apresentam um comportamento razoavelmente homogêneo por serem compressíveis e coesivas, não havendo variação significativa em relação à profundidade da camada em análise. Junto à superfície, no entanto, pressões horizontais causam maiores deformações na massa de solo, pois as componentes verticais de equilíbrio perdem reação na direção vertical devido ao limite superior do meio semi-infinito. Sendo o solo mais coesivo, maior a rigidez nas camadas superficiais, o que corresponderia à curva provável 1, da Figura 5.3a. A adaptação para valor de  $k_h$  constante com a profundidade tem fins práticos de aplicação. Davisson (1970) propõe uma redução do valor de  $k_h$ , apresentando-o em um diagrama linear e constante em relação à profundidade, no entanto, propõe que essa redução do valor ocorra até uma profundidade de  $0,4 R$ , tendo  $R$  o significado dado na Figura 5.3.

As areias, devido à alta porosidade e baixa compressibilidade, ou nenhuma, apresentam melhor estabilidade em sua estrutura granular, nas camadas mais profundas. Assim, quanto maior a profundidade, maior será sua capacidade de reação aos des-

locamentos horizontais. No entanto, mesmo que a rigidez do solo aumente com a profundidade, para grãos de areia de arestas pronunciadas e pouco resistentes, o aumento do deslocamento horizontal devido ao rearranjo das partículas, na profundidade, não segue unicamente a lógica do confinamento, mas, também, ao maior efeito de rearranjo entre os grãos, tendendo a minimizar o acréscimo de rigidez com a profundidade, como mostra a curva provável 2 da Figura 5.3b. Em contrapartida, as areias com grãos de arestas duras e arredondadas tendem a reduzir o índice de vazios com o confinamento, acentuando um maior aumento da rigidez com a profundidade, como no caso de curva provável 2-b, do esquema. A adaptação para valor de  $k_h$  variando linearmente com a profundidade tem fins práticos de aplicação.

A forma da curva de  $k_h$  com a profundidade, por expressões matemáticas, e suas simplificações para valores constantes ou de variação linear, por exemplo, é de validade prática para resoluções analíticas do comportamento estaca-solo mediante carregamentos horizontais. Ao se trabalhar com métodos numéricos, expressar a variação de  $k_h$  com a profundidade por equações perde a finalidade, já que se pode admitir valores específicos e independentes para cada elemento estrutural em análise ao longo da profundidade. Assim, partindo-se de uma curva básica que represente o tipo de solo, os valores de  $k_h$  podem ser corrigidos em cada profundidade, utilizando correlações como: variação do *SPT*, ou propriedades específicas do solo em que a estaca atravessa, no caso de estratificações. Ver Figura 5.4.



**Figura 5.4** Esquema de variação do coeficiente de recalque horizontal com a profundidade para um perfil de subsolo genérico.

### 5.3 RIGIDEZ RELATIVA ESTACA-SOLO

O problema de uma estaca submetida a carga lateral envolve duas grandezas distintas, mas intrinsicamente interligadas, que são as deflexões da estaca e, concomitantemente, a cada profundidade, as deformações do solo. Dessa forma, cada elemento tem sua rigidez independente, porém, diante de uma mesma sollicitação, apresentam deformações comuns. A partir da integração da equação da linha elástica de uma estaca confinada no solo, pode-se isolar uma constante, denominada de rigidez estaca-solo, utilizada para relacionar a rigidez relativa com que cada um desses elementos contribui na grandeza da rigidez conjunta entre a estaca e o solo. Para os solos coesivos pré-adensados e para as areias, apresenta-se expressões independentes, como a seguir:

- para argilas pré-adensadas (em adimensional):

$$R = \sqrt[4]{\frac{E \cdot I}{k_{h,\lambda} \cdot B}} \quad (5.3.1)$$

- para areias, siltes e argilas normalmente adensadas (em adimensional):

$$T = \sqrt[5]{\frac{E \cdot I}{m_{h,\lambda} \cdot B}} \quad (5.3.2)$$

∴ com  $k_{h,\lambda}$  e  $m_{h,\lambda}$  como demonstrado em 5.2.

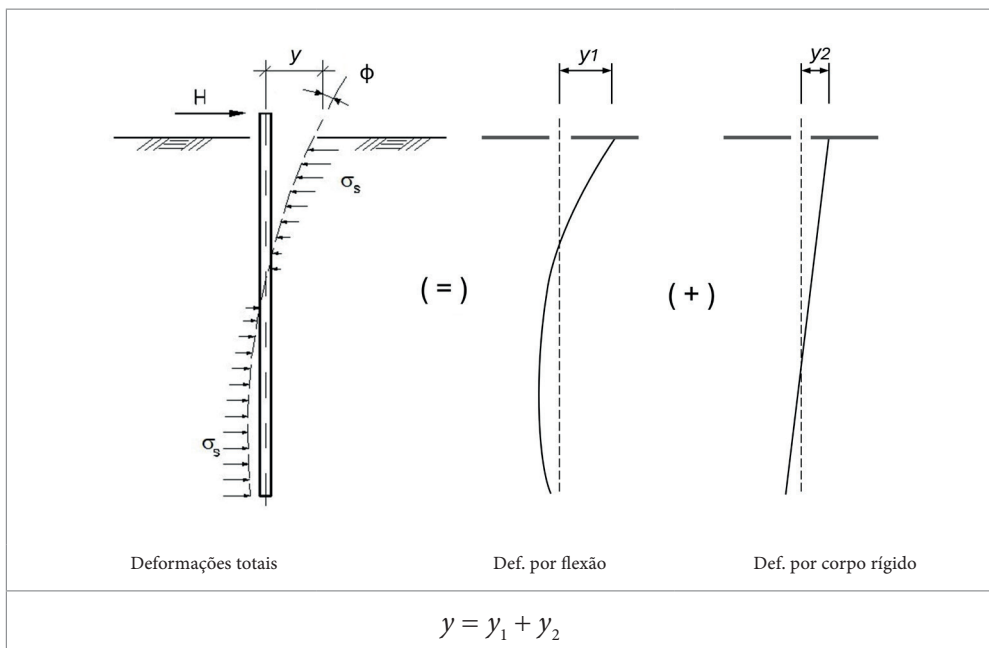
Alguns autores buscaram estabelecer limites para a rigidez estaca-solo, estabelecendo intervalos para seus valores, que se relacionam ao comportamento estrutural da estaca, identificando no limite superior o estado rígido de flexão; no inferior, o estado preponderante por flexão; e um estado intermediário, com características estruturais intermediárias de comportamento. Pesquisadores que desenvolveram métodos de resolução para o problema estaca-solo propuseram valores para esses limites razoavelmente semelhantes. Entre eles, destacam-se Matlock e Reese (1960) e Davisson (1970), e ambas as referências apresentam resultados consensuais, como a seguir:

$$\frac{\ell}{(R \text{ ou } T)} \leq 2 \rightarrow \text{rígida}$$

$$\frac{\ell}{(R \text{ ou } T)} \geq 4 \rightarrow \text{flexível}$$

$$2 \leq \frac{\ell}{(R \text{ ou } T)} \leq 4 \rightarrow \text{caso intermediário}$$

Ao se enquadrar como rígida, há a tendência da estaca se comportar como um corpo rígido, apresentando unicamente deslocamentos no solo, sem que ocorram deflexões significativas da *LE*, face a elevada rigidez da estaca, como se verifica na Figura 5.5, caso *c*. Ao se enquadrar como flexível, as deformações da *LE* preponderam em relação aos deslocamentos por corpo rígido, como se pode observar no caso *b*. No caso intermediário, o estado de deformações impostas ao solo pela estaca, refere-se a uma composição de deslocamentos por corpo rígido e deflexões da *LE*, como se observa no caso *a*.



**Figura 5.5** Esquemas para casos de deformação da linha elástica.



## CAPÍTULO 6

# Métodos de resolução do modelo teórico estaca-solo

São muitas as contribuições efetuadas por autores diversos com métodos para solucionar o problema de estacas carregadas lateralmente. Antes da era dos microcomputadores, para processamento de métodos numéricos como o MEF, as propostas foram efetuadas como variações às simplificações da resolução analítica da equação fundamental de integração da linha elástica, para vigas ou estacas em meio elástico, no caso, o meio solo. Alguns desses métodos tiveram como base a rigidez relativa estaca-solo, com fundamento teórico na relação tensão-deformação, como decorrência da mobilização do solo em consonância às deflexões da *LE*.

Alonso (2019) e Velloso e Lopes (2010) apresentam de forma bem detalhada os princípios de vários métodos de resolução do problema estaca-solo, focando, com destaque, métodos que apresentam simplicidades na aplicação, ou que proporcionam uma razoável aproximação dos resultados. A saber, Miche (1930), com uma contribuição significativa para o problema, apresentou uma solução considerando, nas análises, as deflexões da *LE* e a variação de  $k_h$  linearmente com a profundidade, fornecendo resultados para deslocamento no topo da estaca e momentos máximos em diversas situações específicas de aplicação. Seguiram-se outras contribuições, a exemplo, a de Hetenyi (1946), cuja resolução recai na viga sobre base elástica, considerando também as deflexões da *LE* da estaca e  $k_h$  constante ao longo da profundidade.

Também, com abordagem semelhante, seguiu-se a proposta de Matlock e Reese (1961), já com a auxílio de processamentos em computador, que apresenta seu método aplicado a várias situações da prática, tanto para estacas rígidas como flexíveis, com aplicações de forças e momentos independentes no topo da estaca, considerando a variação de  $K_h$  com a profundidade ou constante. A proposta dos autores destaca-se das anteriores, por apresentar, com o uso de tabelas, resultados para solicitações e deslocamentos da estaca ao longo da profundidade. De fácil aplicação, destaca-se Davisson e Robinson (1965), com um método baseado na analogia de comportamento estrutural entre uma estaca flexível inserida no solo, com trecho livre acima da superfície e um pilar de mesma característica estrutural da estaca, só que em balanço engastado na base. Esse método apresenta soluções para aplicação no topo, de força horizontal e momento, para a análise do comportamento lateral, e também, para o caso de uma força vertical aplicada no topo da estaca, para análise da carga crítica de flambagem.

Broms (1964), com outra abordagem, desenvolve um método baseado na carga de ruptura da estaca. A partir da resistência de uma seção da estaca a ser utilizada e das características do solo e rigidez da estaca-solo, ele apresenta, para diversas situações de vinculação, a máxima força horizontal passível de ser aplicada no topo da estaca.

Merece menção também, com tratamento pela teoria da elasticidade, o método de Poulos e Davis (1980), de solução matricial.

Neste trabalho, serão analisados alguns casos particulares de modelagem para a resolução analítica do problema estaca-solo, aplicada a estacas rígidas, seguindo-se de uma abordagem ao método de Davisson e Robinson, com a apresentação de suas características e resolução, destacando-se pela simplicidade de aplicação, útil ao pré-dimensionamento. O Capítulo 6 será concluído com o método de discretização do solo por coeficientes de mola, utilizando resolução analítica e numérica, por meio do MEF.

## 6.1 RESOLUÇÃO ANALÍTICA PARA ESTACAS ISOLADAS CONSIDERADAS RÍGIDAS E CARREGADAS LATERALMENTE

Considera-se, como hipótese simplificadora do modelo de equacionamento dos deslocamentos de uma estaca-solo considerada rígida, por processo analítico, que as deflexões da linha elástica possam ser desconsideradas frente sua pequena magnitude no resultado do problema. O equacionamento é efetuado para carregamentos aplicados diretamente ao elemento estrutural, seja uma estaca ou uma parede de contenção, podendo tratar-se de empuxos ativos ou cargas horizontais aplicadas junto à superfície do solo, que é tido como homogêneo. Assim, para análise do efeito

de flexão, a deflexão da linha elástica da estaca pode ser desprezada na determinação do equilíbrio estático e na determinação das tensões horizontais no solo.

### 6.1.1 Modelo para estaca-solo com um vínculo fixo

Havendo pelo menos um vínculo fixo às deformações horizontais, o problema se torna naturalmente estaticamente determinado, tendo como resolução as duas equações fundamentais da estática:

$$\Sigma F = 0,0$$

$$\Sigma M = 0,0$$

O elemento estaca-solo pode estar totalmente embutido no solo, ou parcialmente, sendo o segundo vínculo, considerado na resolução, a resultante das reações que se desenvolvem no solo contra a estaca ou parede, na face em que estará comprimida. Nesse caso, para o tratamento analítico, sobre a face em que ocorrerá a descompressão do solo devido ao deslocamento horizontal, aplica-se, diretamente, como carregamento, os empuxos ativos que se desenvolvem nessa face ou eventual carga externa junto à superfície do solo. Na face oposta, na profundidade em que a estaca se encontra embutida, determina-se as reações devido à compressão no solo, para que ocorra o equilíbrio estático, cuja resultante corresponde à reação do segundo vínculo. Demonstra-se, a seguir, com os Exemplos 6.1 e 6.2, aplicações desse caso em análise.

#### EXEMPLO 6.1

##### Parede de contenção

Determinar os esforços nas paredes de fundação e contenção de uma transposição viária em desnível, como indicado na figura a seguir, considerando que as paredes estejam travadas superiormente pelo tabuleiro e, na parte inferior, pela ficha de embutimento no solo. Considera-se que as paredes sejam contínuas por toda a largura da obra e que resistam aos esforços horizontais, segundo seu comportamento como parede e aos verticais, como estaca.

Nessa circunstância de projeto, normalmente, a escavação só é efetuada após o travamento superior. No entanto, como princípio de cálculo, será considerado que as deformações de desconfinamento, ao nível do terrapleno, ocorram em magnitude suficiente para que se desenvolvam empuxos ativos. Mantém-se,

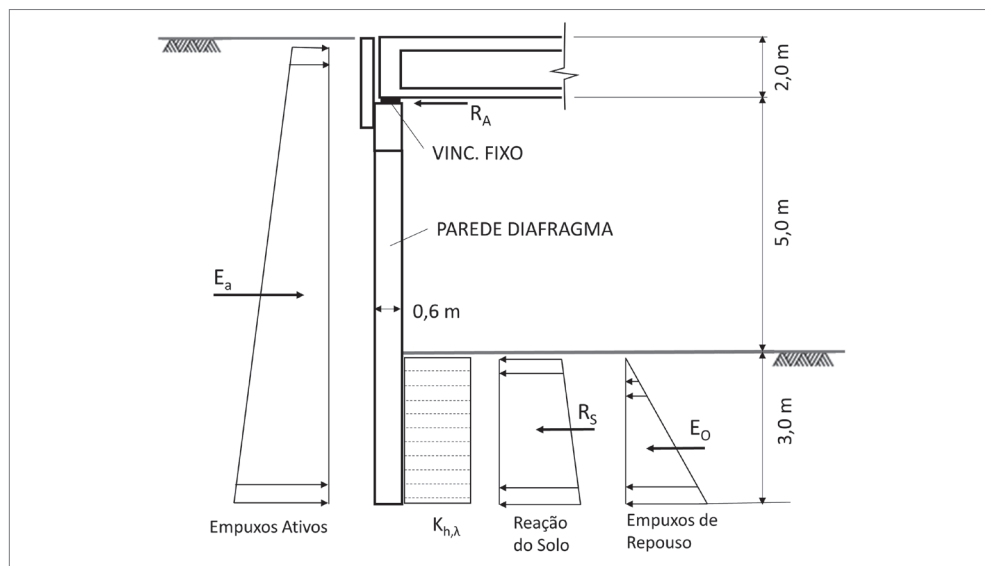
assim, o solo do terrapleno no estado ativo ou eventualmente nas camadas superiores, em um estado intermediário, objeto de verificação.

Como simplificação analítica, caso a rigidez estaca-solo seja inferior a 2,0, como descrito no Capítulo 5, seção 5.3 – Rigidez relativa estaca-solo –, a parede pode ser tratada como rígida, desconsiderando-se as deflexões da linha elástica, tendo em vista sua pequena magnitude frente às deformações horizontais do solo de confinamento. A ficha é tratada como um segundo vínculo, no caso, elástico, desenvolvendo reações à compressibilidade no solo. Nesse caso, a parede basicamente trabalha como uma estrutura estaticamente determinada, com dois vínculos, sendo um deles elástico, o solo.

Quanto às cargas móveis a serem aplicadas, no terrapleno, apesar das dimensões do *veículo tipo TB-450* serem discretas, segundo a NBR-7188 (ABNT, 2013), a carga distribuída a ser aplicada em sua projeção será considerada atuando de forma infinita por toda a superfície do terrapleno.

Ainda, também, para fins práticos, o coeficiente de recalque horizontal será admitido como constante na profundidade, correspondendo a solos argilosos. Deseja-se determinar as tensões finais no solo na profundidade da ficha, assim como, tendo em vista as condições de travamento da parede, verificar se efetivamente ocorreu as condições de desconfinamento para que se desenvolvam os empuxos ativos ao longo da profundidade da parede, no lado do terrapleno.

### Modelo de projeto



O estudo será efetuado para a faixa de 1,0m de largura da parede. Os carregamentos estão já fornecidos de forma distribuída para a faixa de 1,0m.

Dados

Argila siltosa pouco arenosa

$$\Phi = 22^\circ; K_a = 0,45$$

$$C = 20 \text{ kN/m}^2$$

$$\gamma_s = 19,0 \text{ kN/m}^3$$

$$\nu = 0,35; K_o = 0,54$$

$$K_{h,\lambda} = 12000 \text{ kN/m}^3$$

Concreto

$$E_c = 21 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$$

Verificação do valor da rigidez estaca x solo, para enquadramento na condição de estaca rígida, segundo o Capítulo, item 5.3:

$$\frac{\ell}{(R \text{ ou } T)} \leq 2 \rightarrow \text{rígida}$$

No caso de solos coesivos, aplicando-se a expressão:

$$R = \sqrt[4]{\frac{E_c \cdot I}{k_{h,\lambda} \cdot B}} = \sqrt[4]{\frac{21 \times 10^6 \cdot 0,018}{12000 \cdot 1,0}} = 2,37$$

sendo:

I - Momento de inércia determinado segundo a resistência dos materiais:

$$I = B \cdot d^3 / 12 = 1,0 \cdot 0,6^3 / 12 = 0,018 \text{ m}^4$$

$$\frac{\ell}{R} = \frac{3,0}{2,37} = 1,26 \leq 2 \rightarrow \text{rígida}$$



Condição de equilíbrio

$$\sum F = 0$$

$$\sum M_{O''} = 0$$

$$\sum M_{O''} : 267,64 \cdot 5,36 - R_s \cdot 6,5 - 46,17 \cdot 7,0 = 0,0$$

$$R_s = 170,98 \text{ kN}$$

No equilíbrio da ficha, tem-se:

$$\Delta \sigma_{med} = 170,98 / 3,0 = 56,99 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$\delta_{y,med} = \Delta \sigma_{med} / k_{h,\lambda} = 56,99 / 12000 = 0,0047 \text{ m}$$

$$\delta_{y(10,0)} = 0,0047 \cdot 8,0 / 6,5 = 0,0058 \text{ m}$$

$$\Delta \sigma_{max} = \delta_{y(10,0)} \cdot k_{h,\lambda} = 0,0058 \cdot 12000 = 69,60 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$\therefore \sigma_{max} = eo_{max} + \Delta \sigma_{max} = 30,78 + 69,60 = 100,38 \text{ kN} / \text{m}^2 .$$

Esquema das deformações da parede

- Deformação do solo no lado da ficha

$$\delta_{y(10,0)} = 0,0058 \text{ m (causada pelas reações no solo da ficha).}$$

- Desconfinamento do lado do terrapleno, para mobilização dos empuxos ativos.
- Empuxo de repouso em  $z = 10,0 \text{ m}$  (corresponde ao estado neutro de deformações)

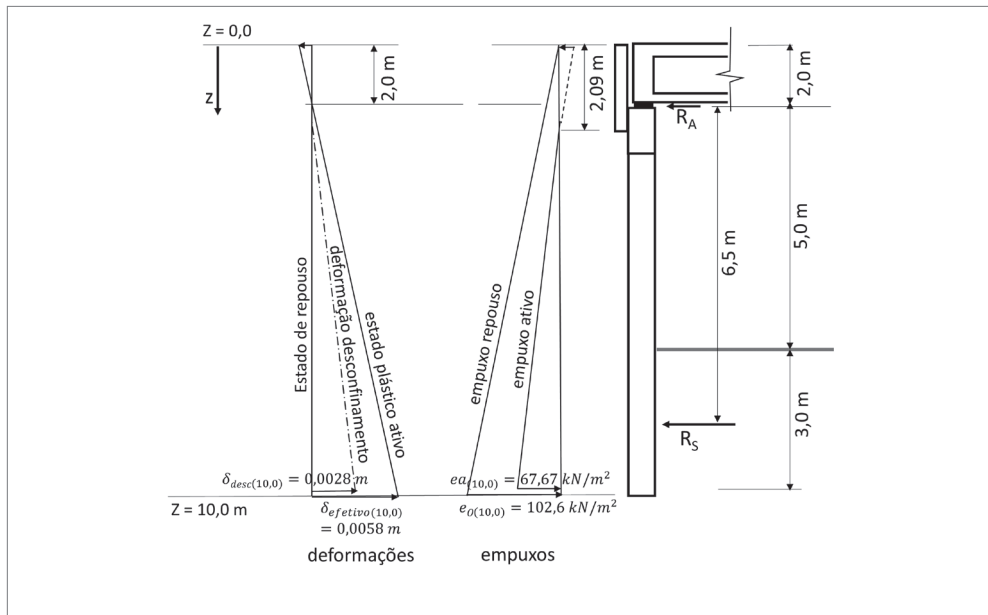
$$eo_{(10,0)} = 10,0 \cdot 19,0 \cdot 0,54 = 102,6 \text{ kN} / \text{m}^2 \text{ kN} / \text{m}^2 .$$

- Deformação correspondente ao estado de desconfinamento em  $z = 10,0$  m

$$\delta_{y(10,0)} = \frac{[e_{o(10,0)} - e_{a(10,0)}]}{k_{h,\lambda}} = \frac{(102,6 - 67,67)}{12000} = 0,0028 \text{ m}.$$

- Deformação do solo da ficha por compressão:  $\delta_{y(10,0)} = 0,0058 \text{ m}$ .
- Deformação do solo do terrapleno por desconfinamento:  $\delta_{y(10,0)} = 0,0028 \text{ m}$ .
- Deformação plástica no solo do terrapleno:  $\Delta\delta_{y(10,0)} = 0,0058 \text{ m} > 0,0028 \text{ m}$ .

$\therefore$  a deformação total da parede em  $z = 10,0$  m (0,0058 m) é maior que a deformação mínima necessária para mobilizar os empuxos ativos: (0,0028 m)



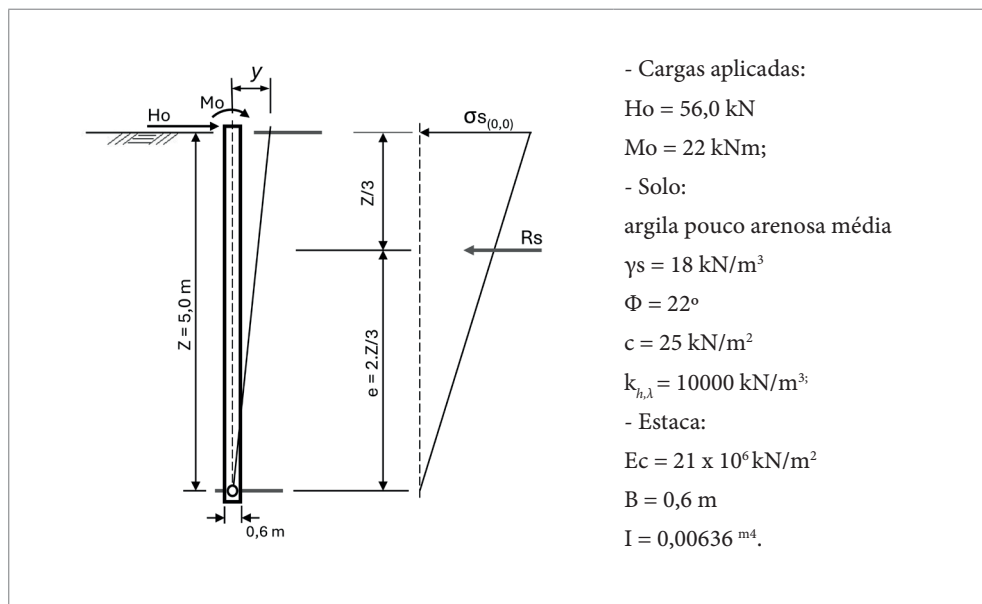
Obs.: desconsiderou-se, em favor da segurança, o não desconfinamento da parede no trecho acima do vínculo de contraventamento, que diante das deformações, mobilizaria empuxos de repouso somados a tensões de compressão.

## EXEMPLO 6.2

### Estaca utilizada como ancoragem de tubulações

Suponha um bloco de ancoragem para tubulações sob pressão interna, concebido para resistir aos esforços externos por meio de uma única estaca escavada, que atravessa uma camada de solo homogêneo até a profundidade de 5,0 m, sendo interrompida por um estrato constituído por solos muito duros e resistentes. Nesse contato estaca-solo, pelo efeito de ponta, pode-se admitir a indeslocabilidade vertical e horizontal da estaca, estando livre, no entanto, para os deslocamentos rotacionais. Considerando a aplicação em seu topo, na superfície do solo, de uma força horizontal  $H_o = 56,0$  kN e um momento  $M_o = 22,0$  kNm, determinar a tensão e o recalque horizontais no solo junto à superfície. As características do solo e da estaca estão representadas a seguir.

### Esquema de tensões no solo



### Comportamento estrutural da estaca

A partir da rigidez estaca-solo, em 5.3, verifica-se o comportamento estrutural da estaca quanto a sua deformabilidade ao longo da profundidade.

Para solos argilosos:

$$R = \sqrt[4]{\frac{Ec \cdot I}{k_{h,\lambda} \cdot B}} = 2,583$$

$$\frac{\ell}{R} = 1,94 < 2 \rightarrow \text{estaca rígida}$$

Na condição de estaca rígida, pode-se considerar que as deflexões da LE não sejam significativas, admitindo-se uma distribuição linear de tensões decorrentes da deslocabilidade da estaca, como se verifica no esquema de deformações apresentado anteriormente. Na determinação das tensões no solo, desconsiderar a contribuição dos empuxos ativos na face descomprimida da estaca.

Determinação da reação resultante no solo  $R_s$

De acordo com o esquema de tensões no solo, representado na figura anterior:

$$R_s = H_0 + \frac{M_{0(z/3)}}{e} = 56,0 + \frac{115,34}{\left(\frac{2}{3}\right) \cdot 5,0} = 90,6 \text{ kN}$$

sendo:

$$M_{0(z/3)} = 56,0 \cdot 5,0 / 3 + 22,0 = 115,34 \text{ kNm}$$

Determinação da reação linear  $q_{s(0,0)}$  que atua na estaca, em  $z = 0,0 \text{ m}$

$$q_{s(0,0)} = \sigma_{s(0,0)} \cdot B = 60,40 \cdot 0,6 = 36,24 \text{ kN / m}$$

sendo:

$$\sigma_{s(0,0)} = \frac{2 \cdot R_s}{\ell} \cdot \frac{1}{B} \text{ (kN / m}^2\text{)}$$

$$\sigma_{s(0,0)} = \frac{2 \cdot 90,6}{5,0} \cdot \frac{1}{0,6} = 60,40 \text{ kN / m}^2$$

Determinação da reação limite dos empuxos passivos do solo na superfície:  $ep_{z=0}$

A reação linear limite do solo contra a estaca corresponde ao empuxo passivo que atua na sua projeção horizontal, a ser determinado segundo a largura de influência dada pelas equações a seguir:

- Capítulo 3, item 3.3.3 – Empuxos passivos em estacas isoladas carregadas lateralmente

$$ep_z = (\gamma_s \cdot K_p \cdot z + 2 \cdot c \cdot \sqrt{K_p}) \cdot (b_0 + b') \quad (3.3.3.3)$$

sendo:

$$\text{sendo : } b' = 0,65 \cdot \operatorname{tg}(\varphi / 2) \cdot z \quad (3.3.3.2)$$

$$K_p = \frac{1 + \operatorname{sen} 22^\circ}{1 - \operatorname{sen} 22^\circ} = 2,19$$

para:  $z = 0,0 \text{ m}$ :  $b' = 0,0$

$$ep_{z=0} = 2 \cdot c \cdot \sqrt{K_p} \cdot b_0$$

$$ep_{z=0} = 2 \cdot 25 \cdot \sqrt{2,19} \cdot 0,6 = 44,39 \text{ kN/m} > qs_{,0} = 36,24 \text{ kN/m OK}$$

Cálculo da deformação da estaca junto à superfície do solo, em  $z = 0,0 \text{ m}$

$$\delta_{(0,0)} = \frac{\sigma_{s(0,0)}}{k_{h,\lambda}} = \frac{60,40}{10000} = 0,0061 \text{ m}$$

### 6.1.2 Modelo para estaca-solo em “balanço”

As estacas ou paredes podem não dispor de qualquer vinculação fixa ao longo da altura escavada, sendo equilibrada unicamente pelo embutimento no solo, recebendo a denominação simplista de estacas ou paredes em balanço, quando apresentam um trecho desconfinado acima da superfície do solo, o que conduz a momentos solici-

tantes no topo da parte enterrada, que é o objeto do modelo analítico de cálculo proposto. A profundidade enterrada é denominada de ficha. Nesse caso, o equilíbrio mediante solicitações de tombamento é precário, pois com o aumento das solicitações, o equilíbrio tende a uma espiral divergente, havendo limitações para sua utilização, no entanto, a estabilidade da ficha pode ser conseguida, mesmo para solos pouco resistentes, aumentando-se sua profundidade. A estabilidade deve ser avaliada de forma criteriosa, determinando-se as deformações ao longo da profundidade por meio de métodos que considerem a interação solo-estrutura. No entanto, ocorrendo a plastificação do solo junto à superfície, que interrompe a linearidade das equações de equilíbrio, a solução analítica para o problema se torna por demais dificultosa, sendo mais eficientes os métodos numéricos, como o MEF.

Apresenta-se, como solução para o caso, um processo analítico para determinação dos deslocamentos e esforços em estacas rígidas. A resolução depende das características do solo e da carga aplicada. No desenvolvimento das expressões de cálculo, importa a profundidade em que a estaca se encontra enterrada.

Admite-se que a lei de variação do coeficiente de recalque horizontal seja uniforme, com variação linear ao longo da profundidade, partindo de valor nulo na superfície, no caso de solos arenosos, ou então, constante ao longo de toda a profundidade, no caso de solos coesivos. A aplicação do processo de cálculo pressupõe que a aplicação dos carregamentos ocorram no topo da estaca e provoquem deslocamentos de rotação e translação do eixo, mantendo-se a linha elástica, sem deflexões. Pode-se assumir,

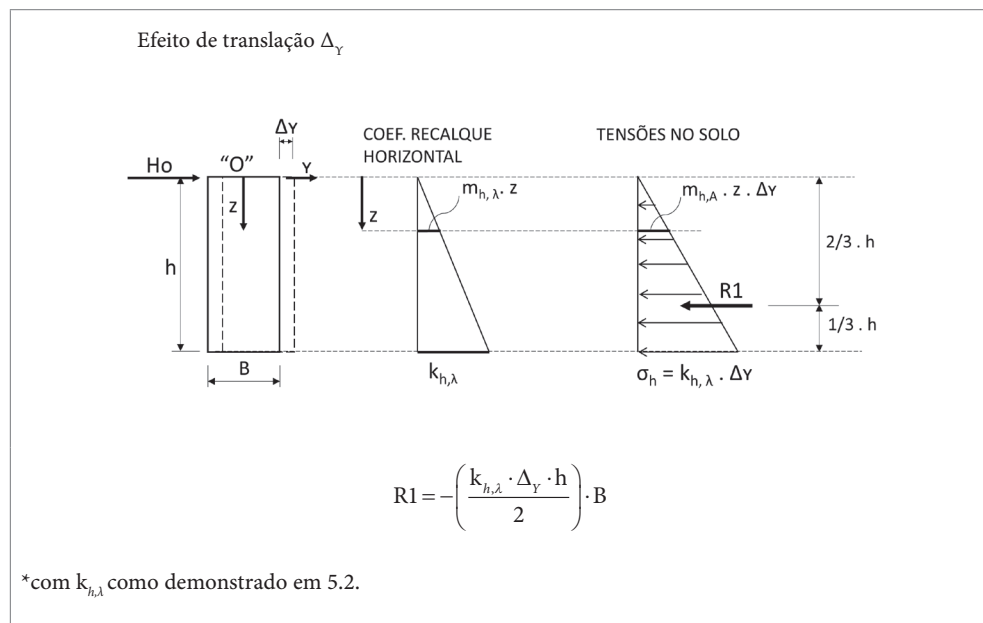
para essa hipótese, que essa condição ocorra quando  $\frac{h}{RouT} \leq 2,0$ , sendo  $R$  ou  $T$  a

rigidez relativa estaca x solo, como visto no Capítulo 5, na seção 5.3.

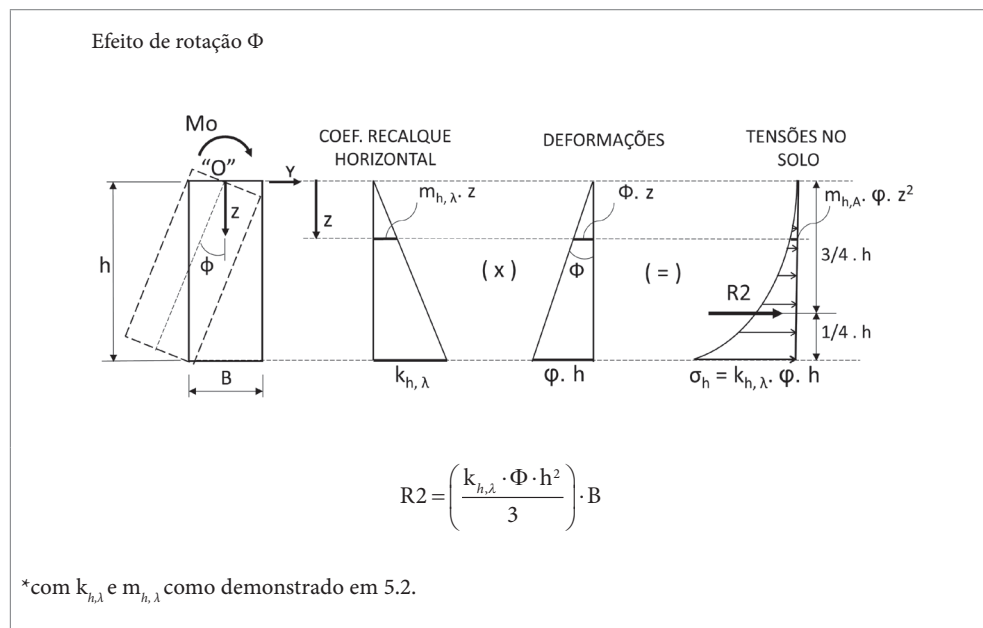
Segue-se o desenvolvimento teórico do comportamento estrutural dessas estacas, para o caso de combinação de uma força horizontal  $H_0$  e um momento  $M_0$ , aplicados em seu topo. Devido à aplicação de  $H_0$  e  $M_0$ , a estaca, que por hipótese deve ser rígida, sofrerá uma translação  $\Delta x$  e uma rotação  $\varphi$ .

### *Aplicação para solos arenosos*

Os deslocamentos dos corpos rígidos ocorrem por meio dos movimentos de translação e rotação. Para o desenvolvimento do estudo do problema proposto, vai-se impor à estaca esses dois deslocamentos, a partir dos carregamentos aplicados no topo da estaca:  $H_0$  e  $M_0$ . Estudam-se, então, as tensões que serão geradas no solo para o equilíbrio dos carregamentos aplicados e suas reações de equilíbrio.



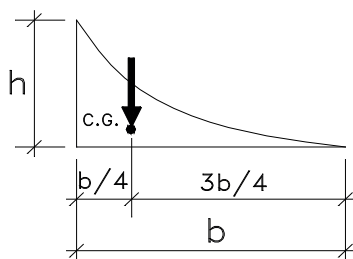
**Figura 6.1** Esquemas de resolução para determinação da reação no solo devido ao efeito de translação horizontal da estaca.



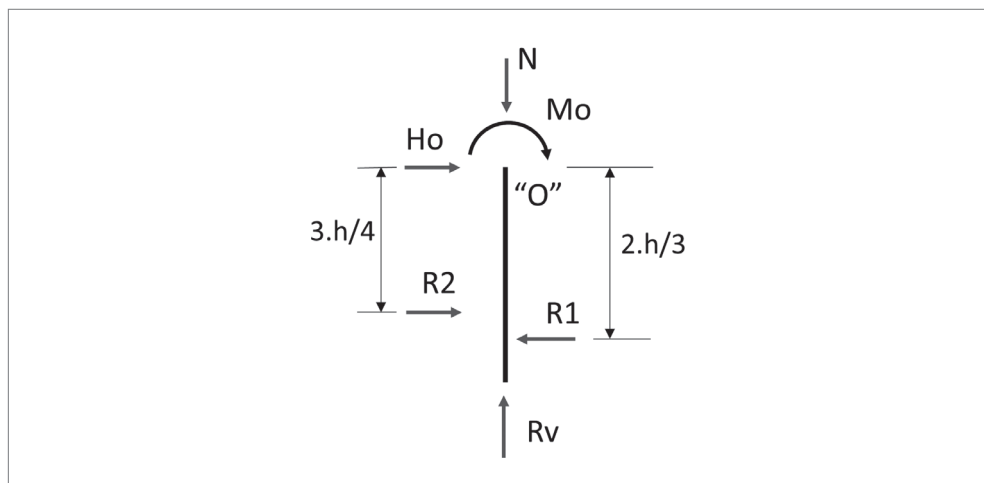
**Figura 6.2** Esquemas de resolução para determinação da reação no solo devido ao efeito de rotação da estaca.

parábola do 2º grau

$$\text{Área} = \frac{b \cdot h}{3}$$



Resumo dos esforços



Condição de equilíbrio

$$\sum V = 0 \rightarrow R_v = N$$

$$\sum H = 0 \rightarrow H_o = R_1 - R_2 \quad (6.1.1)$$

$$H_o = \frac{k_{h,\lambda} \cdot \Delta \gamma \cdot h \cdot B}{2} - \frac{k_{h,\lambda} \cdot \Phi \cdot h^2 \cdot B}{3}$$

$$\sum M^{\circ} O = 0 \rightarrow M_o = -R_1 \cdot \frac{2}{3} \cdot h + R_2 \cdot \frac{3}{4} \cdot h$$

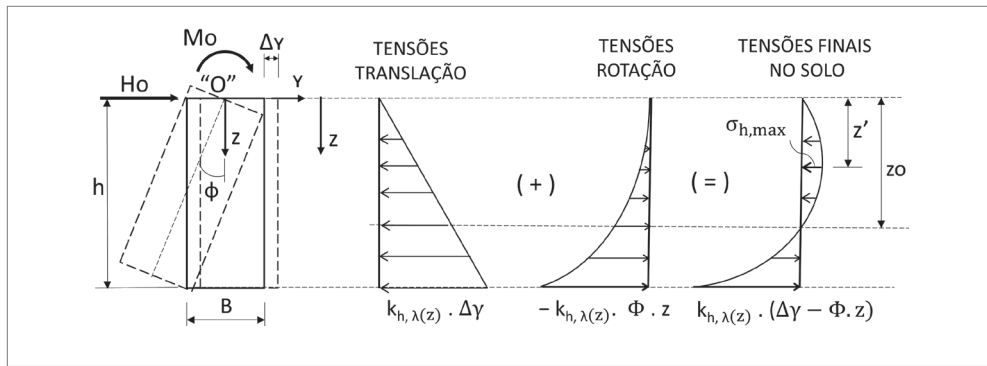
$$M_o = -\frac{k_{h,\lambda} \cdot B \cdot h^2 \cdot \Delta \gamma}{3} + \frac{k_{h,\lambda} \cdot B \cdot h^3 \cdot \Phi}{4} \quad (6.1.2)$$

Resolvendo o sistema de equações Ho e Mo, têm-se as deformações:

$$\Delta\gamma = \left( \frac{18 \cdot H_o}{h} + \frac{24 \cdot M_o}{h^2} \right) \cdot \frac{1}{k_{h,\lambda} \cdot B} \quad (6.1.3)$$

$$\Phi = \left( \frac{4 \cdot M_o}{k_{h,\lambda} \cdot B \cdot h^3} + \frac{4 \cdot \Delta\gamma}{3 \cdot h} \right) \quad (6.1.4)$$

### Tensões horizontais no solo



**Figura 6.3** Esquemas de resolução para determinação da reação final no solo devido aos efeitos de translação e rotação da estaca.

As tensões horizontais ao longo da profundidade do fuste são:

$$\sigma_{h(z)} = k_{h,\lambda(z)} \cdot (\Delta\gamma - \Phi \cdot z) \quad (6.1.5)$$

Para  $z = 0$  ;  $\sigma_{h(0,0)} = 0$

Para  $z = h$  ;  $\sigma_{h(z)} = k_{h,\lambda(h)} \cdot (\Delta\gamma - \Phi \cdot h)$

Igualando a equação (6.1.5) a zero, encontramos a profundidade  $z_o$ , em que ocorre o ponto de rotação da estaca:

temos que, para  $z = z_o$ :

$$z_o = \Delta\gamma / \Phi$$

fazendo:  $k_{h,\lambda(z)} = m_{h,\lambda} \cdot z$ , substituindo em (6.1.5), têm-se:

$$\sigma_{h(z)} = m_{h,\lambda} \cdot \Delta\gamma \cdot z - m_{h,\lambda} \cdot \Phi \cdot z^2 \quad (6.1.6)$$

Para se determinar o máximo valor das tensões no solo  $\sigma_{h,max}$ , efetua-se a derivada primeira de (6.1.6), igualando-se a zero, da qual se obtém a profundidade correspondente  $z'$ :

$$m_{h,\lambda} \cdot \Delta\gamma - 2 \cdot m_{h,\lambda} \cdot \Phi \cdot z' = 0$$

$$\text{resultando: } z' = \frac{\Delta\gamma}{2 \cdot \Phi}$$

Substituindo em (6.1.6), resulta:

$$\sigma_{h,max} = -\frac{m_{h,\lambda} \cdot \Delta\gamma^2}{4 \cdot \Phi} \quad (6.1.7)$$

### *Determinação do esforço cortante e momento fletor ao longo do fuste*

Ao se multiplicar a equação (6.1.6) de tensões horizontais ao longo do fuste pela largura B, encontra-se o carregamento linear ao longo da estaca:  $q_{h,z}$  [kN / m].

$$q_{h,z} = \sigma_{h,\lambda(z)} \cdot B = -m_{h,\lambda} \cdot \Delta\gamma \cdot B \cdot z + m_{h,\lambda} \cdot \Phi \cdot B \cdot z^2 \quad (6.1.8)$$

Sabendo-se que  $q_{h,z} = \frac{dV(z)}{dz} \therefore V(z) = \int q_{h,z} \cdot dz$ , logo:

$$V(z) = -m_{h,\lambda} \cdot \Delta\gamma \cdot B \cdot \frac{z^2}{2} + m_{h,\lambda} \cdot \Phi \cdot B \cdot \frac{z^3}{3} + C$$

para  $z = 0$  :  $V_z = H_0$ , resulta então:  $C = H_0$

$$V(z) = H_0 - m_{h,\lambda} \cdot \Delta\gamma \cdot B \cdot \frac{z^2}{2} + m_{h,\lambda} \cdot \Phi \cdot B \cdot \frac{z^3}{3} \quad (6.1.9)$$

analogamente  $M(z) = \int V(z) \cdot dz$ , logo

$$M(z) = H_0 \cdot z - \left[ \frac{m_{h,\lambda} \cdot \Delta_Y \cdot B}{6} \right] \cdot z^3 + \left[ \frac{m_{h,\lambda} \cdot \Delta \cdot B}{12} \right] \cdot z^4 + A$$

para  $z = 0$  :  $M_z = M_0$ , resulta então:  $A = M_0$

$$M(z) = M_0 + H_0 \cdot z - \left[ \frac{m_{h,\lambda} \cdot \Delta_Y \cdot B}{6} \right] \cdot z^3 + \left[ \frac{m_{h,\lambda} \cdot \Phi \cdot B}{12} \right] \cdot z^4 \quad (6.1.10)$$

Para se determinar o valor do máximo momento fletor ao longo do fuste da estaca, devemos procurar a seção na qual o esforço cortante é nulo.

$$V(z) = 0$$

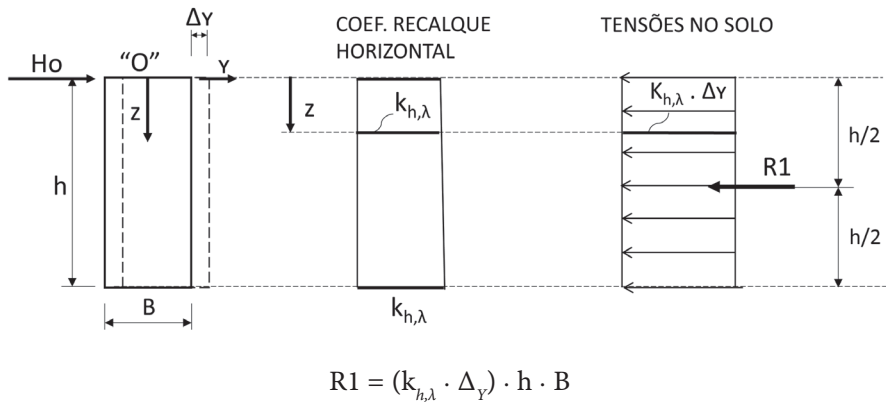
Com o valor de  $z$  assim determinado, substituindo na equação (6.1.10), obtém-se  $M_{max}$ , que, conjuntamente com a força normal, permite efetuar o dimensionamento da estaca à flexo-compressão.

### *Aplicação em solos argilosos*

Em semelhança aos solos arenosos, para o desenvolvimento do estudo do problema proposto, impõe-se à estaca deslocamentos de translação e rotação, a partir da aplicação de carregamentos no topo da estaca:  $H_0$  e  $M_0$ , estudando-se, então, as tensões que serão geradas no solo para o equilíbrio dos carregamentos aplicados.

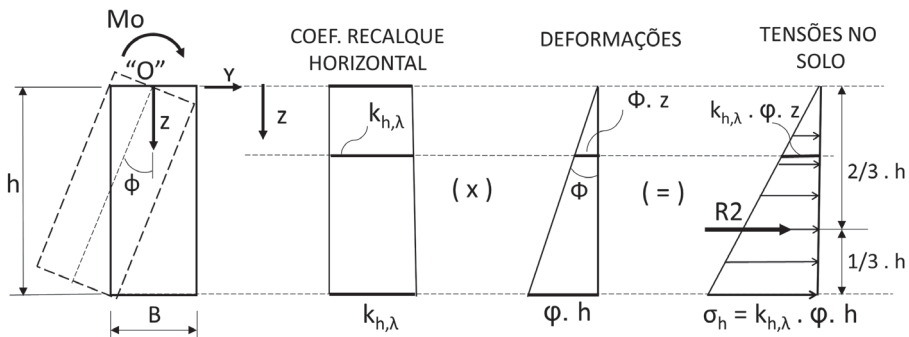
Para a resolução do problema, podem-se levar em conta os momentos de reação na base da estaca, devido à sua rotação angular. Normalmente, esse momento é de pequena magnitude se considerado como parcela de equilíbrio para a estabilidade da estaca, especialmente para estacas com diâmetro inferior a 1,0 m.

A formulação para resolução dos esforços, sem a consideração dos momentos na base, tem o desenvolvimento a seguir:

Efeito de translação  $\Delta_y$ 

\*com  $k_{h,\lambda}$  como demonstrado em 5.2.

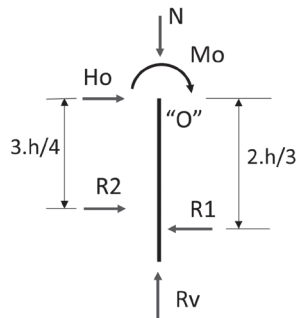
Figura 6.4 Esquema de reação no solo para o efeito de translação horizontal da parede.

Efeito de rotação  $\Phi$ 

\*com  $k_{h,\lambda}$  como demonstrado em 5.2.

Figura 6.5 Esquema de reação no solo para o efeito rotacional da parede.

- Resumo dos esforços



- Condição de equilíbrio

$$\sum V = 0 \rightarrow R_v = N$$

$$\sum H = 0 \rightarrow H_o = R_1 - R_2$$

$$H_o = k_{h,\lambda} \cdot \Delta_Y \cdot h \cdot B - k_{h,\lambda} \cdot \Phi \cdot B \cdot \frac{h^2}{2} \quad (6.1.11)$$

$$\sum M^{O''} = 0 \rightarrow M_o = -R_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot h + R_2 \cdot \frac{2}{3} \cdot h$$

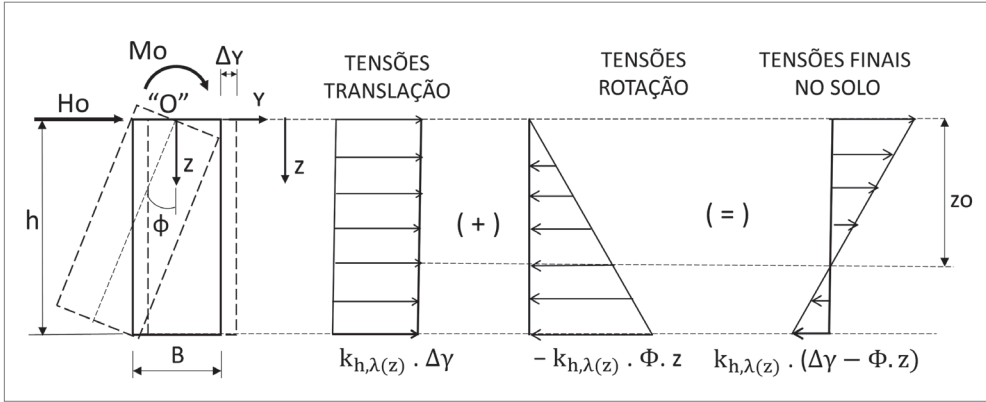
$$M_o = -k_{h,\lambda} \cdot \Delta_Y \cdot B \cdot \frac{h^2}{2} + k_{h,\lambda} \cdot \Phi \cdot B \cdot \frac{h^3}{3} \quad (6.1.12)$$

Resolvendo o sistema, temos as deformações:

$$\Delta_Y = \frac{H_o}{k_{h,\lambda} \cdot h \cdot B} + \Phi \cdot \frac{h}{2} \quad (6.1.13)$$

$$\Phi = \frac{M_o + H_o \cdot h / 2}{B \cdot k_{h,\lambda} \cdot h^3 / 12} \quad (6.1.14)$$

- Tensões horizontais no solo



**Figura 6.6** Esquema de reação no solo para os efeitos de translação e rotacional da parede.

- Tensões horizontais ao longo do fuste

$$\sigma_{h,z} = -k_{h,\lambda} \cdot (\Delta_Y - \Phi \cdot z) \quad (6.1.15)$$

Igualando a equação (6.1.15) a zero, encontramos a profundidade  $z_o$ , em que ocorre o ponto de rotação da estaca, temos que, para  $z = z_o$ :

$$z_o = \Delta_Y / \Phi$$

- Cortantes ao longo do fuste

$$V(z) = H_o - B \cdot k_{h,\lambda} \cdot \Delta_Y \cdot z + B \cdot k_{h,\lambda} \cdot \Phi \cdot \frac{z^2}{2} \quad (6.1.16)$$

- Momentos ao longo do fuste

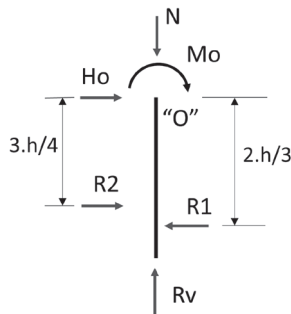
$$M(z) = M_o + H_o \cdot z - B \cdot k_{h,\lambda} \cdot \Delta_Y \cdot \frac{z^2}{2} + B \cdot k_{h,\lambda} \cdot \Phi \cdot \frac{z^3}{6} \quad (6.1.17)$$

Para se determinar o valor do máximo momento fletor ao longo do fuste da estaca, devemos procurar a seção na qual o esforço cortante é nulo.

$$V(z) = 0$$

Com o valor de  $z$  assim determinado, substituindo na equação (6.1.17), obtém-se  $M_{máx}$  que conjuntamente com a força normal, pode-se efetuar o dimensionamento da estaca à flexo-compressão.

Em se desejando considerar o momento  $M_b$  que ocorre na base da estaca, como parcela para a estabilidade e determinação dos esforços no fuste da estaca, tem-se o desenvolvimento a seguir:



O momento resultante na base é determinado em compatibilidade aos esforços e deformações, considerando-se a rigidez da base à rotação, conforme:

$$M_b = \phi_0 \cdot k_{v,\lambda} \cdot I_B \quad (6.1.18)$$

Retomando as condições de equilíbrio do problema, tem-se o sistema de equações:

$$\sum V = 0 \rightarrow R_v = N$$

$$\sum H = 0 \rightarrow H_o = R_1 - R_2$$

$$H_o = k_{h,\lambda} \cdot \Delta_Y \cdot h \cdot B - k_{h,\lambda} \cdot \Phi \cdot B \cdot \frac{h^2}{2} \quad (6.1.19)$$

$$\sum M^{''}O'' = 0 \rightarrow M_o = -R_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot h + R_2 \cdot \frac{2}{3} \cdot h$$

$$M_o = -k_{h,\lambda} \cdot \Delta_Y \cdot B \cdot \frac{h^2}{2} + k_{h,\lambda} \cdot \Phi \cdot B \cdot \frac{h^3}{3} \quad (6.1.20)$$

Introduzindo (6.1.18) em (6.1.20), tem-se:

$$M_o = -k_{h,\lambda} \cdot \Delta_Y \cdot B \cdot \frac{h^2}{2} + k_{h,\lambda} \cdot \Phi \cdot B \cdot \frac{h^3}{3} + \Phi \cdot k_{v,\lambda} \cdot I_B \quad (6.1.21)$$

Resolvendo o sistema das equações (6.1.19) e (6.1.21), tem-se:

$$\Delta_Y = \frac{H_0}{k_{h,\lambda} \cdot h \cdot B} + \Phi \cdot \frac{h}{2} \quad (6.1.22)$$

$$\Phi = \frac{M_0 + H_0 \cdot h / 2}{B \cdot k_{h,\lambda} \cdot \frac{h^3}{12} + k_{v,\lambda} \cdot I_B} \quad (6.1.23)$$

As equações dos esforços cortantes e momentos fletores serão:

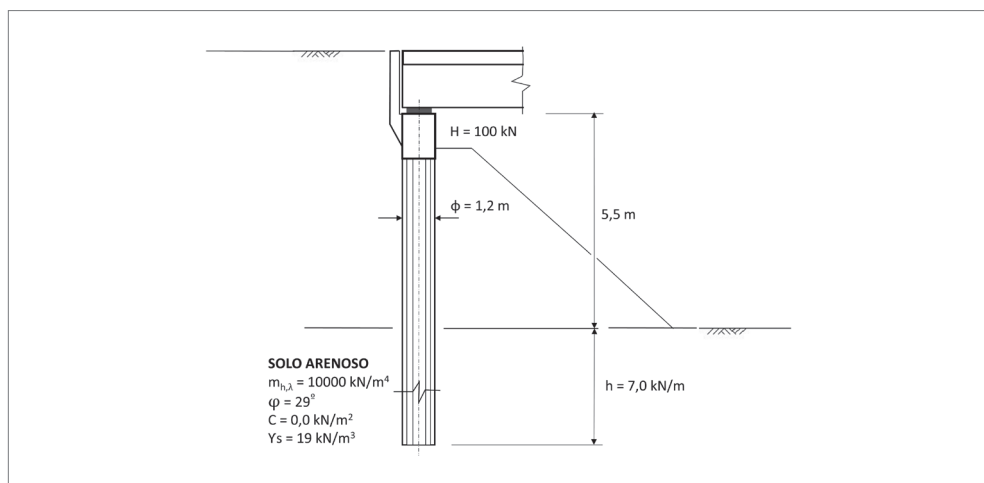
$$V(z) = H_0 - B \cdot k_{h,\lambda} \cdot \Delta_Y \cdot z + B \cdot k_{h,\lambda} \cdot \Phi \cdot \frac{z^2}{2} \quad (6.1.24)$$

$$M(z) = M_0 + H_0 \cdot z - B \cdot k_{h,\lambda} \cdot \Delta_Y \cdot \frac{z^2}{2} + B \cdot k_{h,\lambda} \cdot \Phi \cdot \frac{z^3}{6} \quad (6.1.25)$$

### EXEMPLO 6.3

Pilar-estaca de encontro de pontes

Determinar as tensões no solo e os diagramas de esforços cortantes e momentos fletores para o pilar x estaca do encontro esquematizado a seguir.



$$E_c = 21 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$$

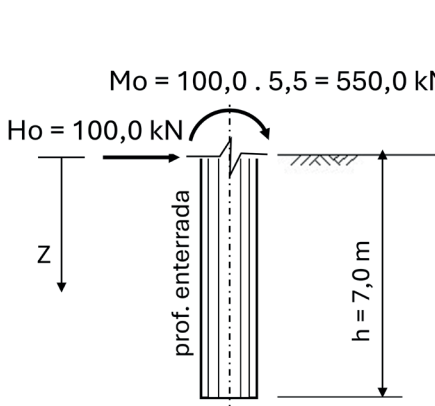
$$I = \frac{\pi \cdot D^4}{64} = 0,102 \text{ m}^4$$

A alternativa estrutural para encontros de pontes com fundações em estacas isoladas confinadas pressupõe que o solo de confinamento exerça um papel de reação horizontal aos esforços aplicados pela superestrutura, como também, que propicie uma natural redução aos efeitos de flambagem. Construtivamente, para cumprir esse papel, os aterros devem ser executados anteriormente às estacas, que são escavadas a partir de sua conclusão. Relativamente à determinação das deflexões e esforços horizontais nas fundações, os aspectos construtivos dos encontros interferem no resultado do seu equilíbrio, devendo-se avaliar cuidadosamente as fases de execução. Detalhes sobre tipos de encontro de pontes e suas etapas de execução podem ser vistos em Dinis (2011). No exemplo em questão, os encontros são denominados leves e normalmente são concebidos a partir de um par de estacas de grande diâmetro coroadas pelo bloco de apoio da superestrutura.

Para encontros leves, quanto à interpretação da estabilidade das fundações, alguns aspectos devem ser meticulosamente analisados, tendo em vista o confinamento da estaca-pilar. Questionam-se vários fatores na consideração dos efeitos favoráveis a esse confinamento. Em primeiro, a não configuração do meio contínuo solo, na superfície delimitada pelos taludes, pode fazer com que a extensão de compressibilidade horizontal frontal à estaca não seja suficiente para dissipar as tensões segundo a formação completa de um bulbo de tensões. Diante dessa baixa capacidade de reação à compressibilidade do aterro ao deslocamento horizontal, tem-se desconsiderado o confinamento do aterro, admitindo-se a estaca livre nessa altura. Além disso, os empuxos ativos que se desenvolveriam no solo de aterro ao redor da estaca, considerando os efeitos e a compressão axissimétricos em torno da estaca, com a formação de anéis de tensões de compressão perimetrais, se autoequilibram, anulando suas componentes sobre a própria estaca.

Diante das considerações realizadas, desconsidera-se o confinamento oferecido pelo solo do aterro, supondo assim, que toda a profundidade da estaca nele contido, se encontre livre.

## Modelo de cálculo adotado



$$T = \sqrt[5]{\frac{Ec \cdot I}{m_{h,\lambda} \cdot B}}$$

$$T = \sqrt[5]{\frac{21 \cdot 10^6 \cdot 0,102}{10000 \cdot 1,2}} = 2,82$$

$$\ell/T = 7,0/2,82 = 2,48 > 2,0^*$$

\* Tendo em conta que a deformada da LE não é significativa em relação aos deslocamentos da estaca, considera-se satisfeita a relação:  $\ell/T = 2,0$

## Deformações

$$k_{h,\lambda(h)} = m_{h,\lambda} \cdot h = 10000 \cdot 7,0 = 70000 \text{ kN/m}^3$$

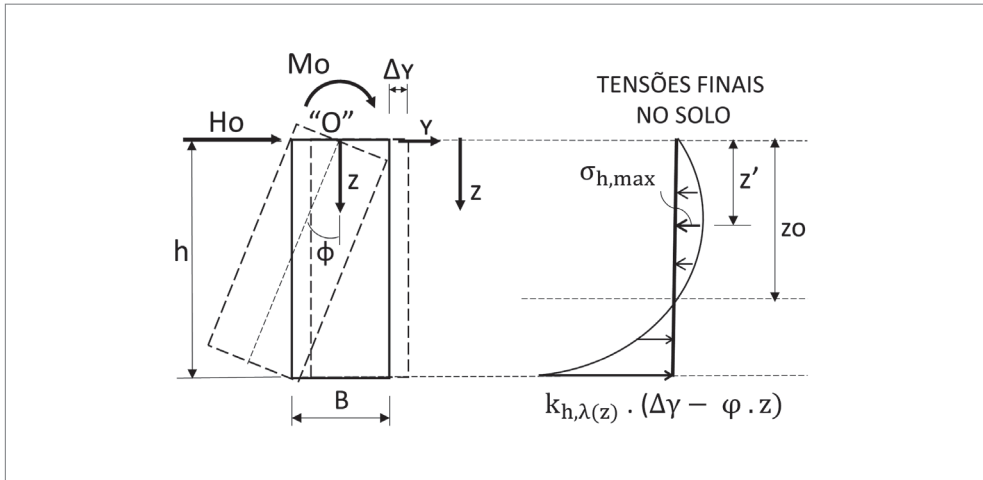
$$\Delta_Y = \left( \frac{18 \cdot Ho}{h} + \frac{24 \cdot Mo}{h^2} \right) \cdot \frac{1}{70000 \cdot B} =$$

$$= \left( \frac{18 \cdot 100}{7,0} + \frac{24 \cdot 550}{7,0^2} \right) \cdot \frac{1}{70000 \cdot 1,2} = 6,269 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Phi = \left( \frac{4 \cdot Mo}{k_{h,\lambda(h)} \cdot B \cdot h^3} + \frac{4 \cdot \Delta_Y}{3 \cdot h} \right) =$$

$$= \left( \frac{4 \cdot 550}{70000 \cdot 1,2 \cdot 7,0^3} + \frac{4 \cdot 6,269 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 7,0} \right) = 1,27 \cdot 10^{-3} \text{ rd}$$

- Tensões no solo



- na profundidade  $h$ :

$$\sigma_{h(z)} = k_{h,\lambda(z)} \cdot (\Delta y - \Phi \cdot z) = 70000 \cdot [6,269 \cdot 10^{-3} - (1,27 \cdot 10^{-3} \cdot 7,0)] = -183,5 \text{ kN/m}^2$$

- profundidade da tensão máxima  $z'$ :

$$z' = \frac{\Delta y}{2 \cdot \Phi} = \frac{6,269 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 1,27 \cdot 10^{-3}} = 2,47 \text{ m}$$

- tensão máxima:

$$\sigma_{h,max} = -\frac{m_{h,\lambda} \cdot \Delta y^2}{4 \cdot \Phi} = \frac{-70000 \cdot (6,269 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 7,0 \cdot 1,27 \cdot 10^{-3}} = -77,01 \text{ kN/m}^2$$

- profundidade da tensão nula

$$z_o = \frac{\Delta y}{\Phi} = 6,296 \cdot 10^{-3} / 1,27 \cdot 10^{-3} = 4,94 \text{ m}$$

Esforço cortante e momento fletor ao longo do fuste

$$V(z) = H_0 - \left[ \frac{m_{h,\lambda} \cdot \Delta\gamma \cdot B}{2} \right] \cdot z^2 + \left[ \frac{m_{h,\lambda} \cdot \varphi \cdot B}{3} \right] \cdot z^3$$

$$V(z) = 100 - \left[ \frac{10000 \cdot 6,269 \cdot 10^{-3} \cdot 1,2}{2} \right] \cdot z^2 + \left[ \frac{10000 \cdot 1,27 \cdot 10^{-3} \cdot 1,2}{3} \right] \cdot z^3$$

$$V(z) = 100 - [37,61] \cdot z^2 + [5,08] \cdot z^3$$

Para  $z = z_0 \rightarrow V(z) = V_{\max}$

$$z_0 = 4,94 \text{ m}$$

$$V_{\max} = 100 - 37,61 \cdot 4,94^2 + 5,08 \cdot 4,94^3 = 205,41 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} M(z) &= M_0 + H_0 \cdot z - \left[ \frac{m_{h,\lambda} \cdot \Delta\gamma \cdot B}{6} \right] \cdot z^3 + \left[ \frac{m_{h,\lambda} \cdot \Phi \cdot B}{12} \right] \cdot z^4 \\ &= 550 + 100 \cdot z - [12,54] \cdot z^3 + [1,27] \cdot z^4 \end{aligned}$$

$p/M_{\max} \rightarrow$  tem-se a partir de:  $V(z) = 0$

$$V(z) = 100 - \left[ \frac{10000 \cdot 6,269 \cdot 10^{-3} \cdot 1,2}{2} \right] \cdot z^2 + \left[ \frac{10000 \cdot 1,27 \cdot 10^{-3} \cdot 1,2}{3} \right] \cdot z^3$$

$$V(z) = 100 - [37,61] \cdot z^2 + [5,08] \cdot z^3 \rightarrow 5,08 \cdot z^3 - 37,61 \cdot z^2 + 100 = 0$$

$$\therefore z = 1,89 \rightarrow M_{\max}$$

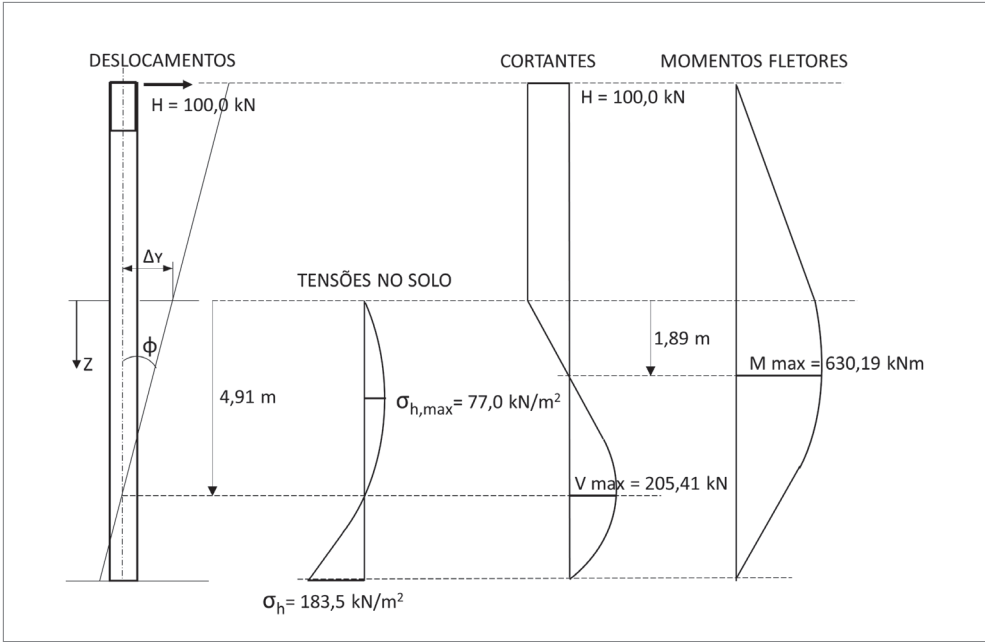
$$M_{\max} = 550 + 100 \cdot 1,89 - \left[ \frac{10000 \cdot 6,269 \cdot 10^{-3} \cdot 1,2}{6} \right] \cdot 1,89^3 + \left[ \frac{10000 \cdot 1,27 \cdot 10^{-3} \cdot 1,2}{12} \right] \cdot 1,89^4$$

$$M_{\max} = 550 + 189 - 84,66 + 16,05 = 670,39 \text{ kN.m}$$

Esforços ao longo da profundidade z

z[m]	V(z) [kN]	M(z) [kNm]
0,00	100,00	550,00
1,00	67,47	638,73
2,00	-9,80	670,00
3,00	-101,33	614,29
4,00	-176,64	472,56
5,00	-205,25	276,25
6,00	-156,68	87,28
7,00	0,0	0,0

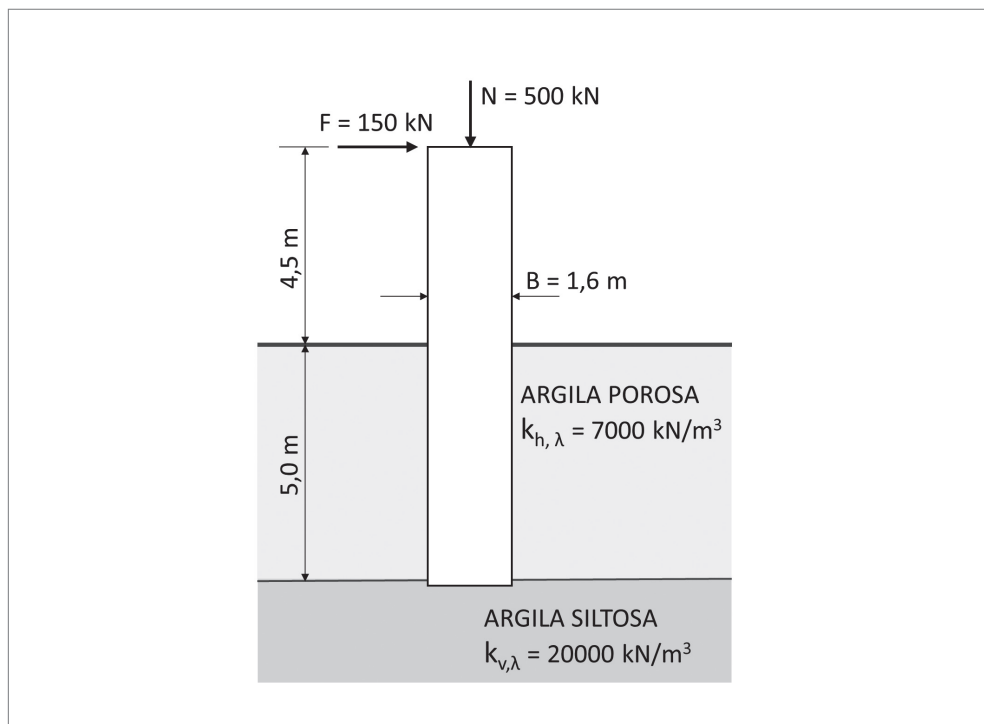
Esquema dos esforços e deformações



**EXEMPLO 6.4**

## Estaca curta isolada carregada lateralmente

Determinar as tensões verticais no solo da base de uma estaca curta e o diagrama de momentos fletores, considerando a participação do momento na base da estaca, como contribuição à sua estabilidade. A partir do esquema didático a seguir:

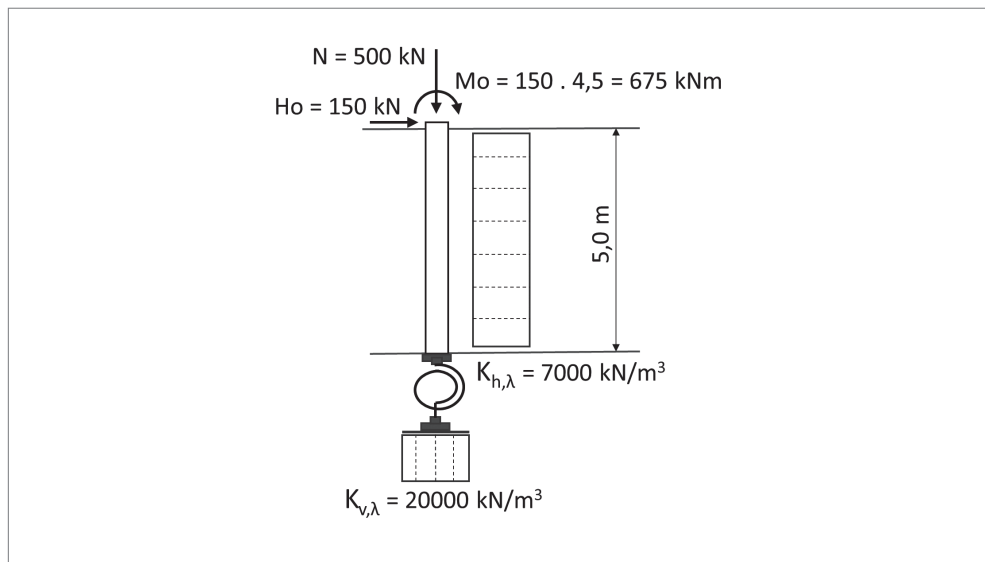


As estacas curtas recebem essa denominação devido ao fato de que as reações no solo não se equilibram, unicamente, a partir dos deslocamentos horizontais ao longo do fuste, resultando em momentos reativos na base da estaca, compatíveis com os esforços aplicados. Normalmente, essa característica se evidencia quando a rigidez estaca-solo for elevada, decorrente de grande diâmetro em relação à profundidade de embutimento.

No exemplo em questão, o coeficiente de recalque horizontal foi considerado constante com a profundidade e despreza-se as deflexões da LE, admitindo-se para a compatibilidade dos esforços somente as reações resultantes dos deslocamentos de corpo rígido, de translação e rotação.

Verifica-se que a equação dos momentos fletores, em sua resolução, apresentará um valor representativo diferente de zero na base da estaca, o qual corresponde ao momento de reação que se desenvolve.

### Modelo de cálculo



O momento de inércia da base pode ser calculado segundo a resistência dos materiais:

$$I_B = \pi \cdot D^4 / 64 = \pi \cdot 1,6^4 / 64$$

$$I_B = 0,3217 \text{ m}^4$$

A partir de (6.1.22) e (6.1.23), tem-se:

$$\Phi = \frac{675,0 + 150,0 \cdot 5,0 / 2}{1,6 \cdot 7000 \cdot \frac{5,0^3}{12} + 20000 \cdot 0,3217} = 0,00853 \text{ rd}$$

$$\Delta_Y = \frac{150,0}{7000 \cdot 5,0 \cdot 1,6} + 0,00853 \cdot \frac{5,0}{2} = 0,0240 \text{ m}$$

A partir de (6.1.25), determina-se a equação de momentos fletores, como a seguir:

$$M(z) = 675,0 + 150,0 \cdot z - 1,60 \cdot 7000 \cdot 0,024 \cdot \frac{z^2}{2} + 1,60 \cdot 7000 \cdot 0,00853 \cdot \frac{z^3}{6}$$

Z (m)	M (z) (kNm)
0,0	675,00
1,0	706,52
2,0	564,78
3,0	345,32
4,0	143,67
5,0	54,88

→ Momento na base da estaca

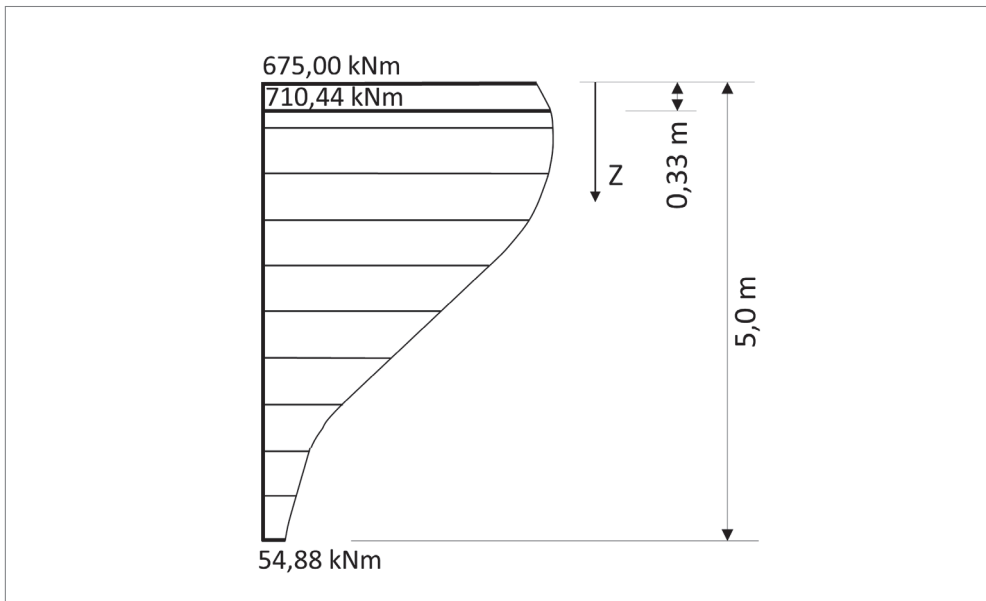
Para se determinar o valor do máximo momento fletor ao longo do fuste da estaca, deve-se procurar a seção na qual o esforço cortante é nulo. A partir de (6.1.24):

$$V(z) = 150,0 - 1,6 \cdot 7000 \cdot 0,024 \cdot z + 1,6 \cdot 7000 \cdot 0,00853 \cdot \frac{z^2}{2} = 0,0$$

$$z = 0,33 \rightarrow M(z) = M \text{ max}$$

$$M \text{ max} = 710,44 \text{ kNm}$$

Diagrama de momentos fletores



## Tensões verticais na base

Aplicando-se as formulações da resistência dos materiais, relativamente a cargas excêntricas em uma seção genérica de pilar, assimilando-se à base da fundação, tem-se:

$$\sigma_v = \frac{N}{S} \pm \frac{M_L}{W_B} \therefore S = \pi \cdot \frac{B^2}{4} \therefore W_B = \pi \cdot \frac{B^3}{32}$$

$$S = \pi \cdot \frac{1,6^2}{4} = 2,01 \text{ m}^2$$

$$W_B = \pi \cdot \frac{1,6^3}{32} = 0,402 \text{ m}^3$$

$$\sigma_v = \frac{N}{S} \pm \frac{M_L}{W_B} = \frac{500}{2,01} \pm \frac{54,88}{0,402}$$

$$\sigma_{v,max} = 385,3 \text{ kN/m}^2 (+ / +)$$

$$\sigma_{v,min} = 112,2 \text{ kN/m}^2 (+ / -)$$

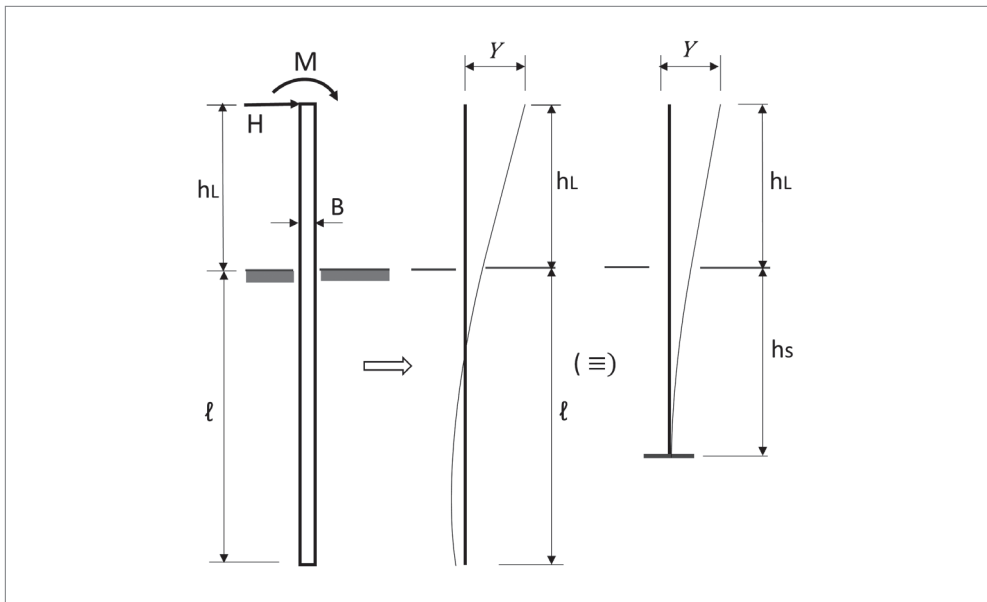
## 6.2 MÉTODO DE DAVISON E ROBINSON APLICADO ÀS ESTACAS FLEXÍVEIS

Davisson e Robinson (1965) apresenta uma proposta para resolução do problema estaca-solo, para o caso específico de estacas parcialmente enterradas, cuja base é uma analogia de comportamento estrutural entre uma estaca flexível inserida no solo, parcialmente enterrada, com um pilar de mesma característica estrutural da estaca, só que em balanço livre. São apresentadas soluções isoladas para aplicação de força horizontal e momento no topo da estaca, como também para uma força vertical axial, fornecendo subsídios para análise e determinação da carga crítica de flambagem. Mesmo sendo simplista, tendo em vista a facilidade de aplicação e razoável aproximação dos resultados, ainda encontra aplicações.

O método tem como base o coeficiente de reação horizontal do solo  $k_h$ , ou módulo de proporcionalidade do coeficiente horizontal  $m_h$ , utilizados para a determinação da rigidez relativa estaca-solo, fornecendo um fator de correlação entre a profundi-

dade embutida de estaca real, com uma estaca-pilar livre e engastada na base, como modelo de resolução para a determinação das deformações no topo. Somente tem validade para estacas flexíveis, em que  $(\ell/R$  ou  $\ell/T) > 4$ , segundo Capítulo 5, item 5.3. Para satisfazer a analogia entre o caso real e o análogo, o parâmetro de equivalência é a deformação no topo da estaca, que deve ser igual para os dois casos. Para a resolução analítica do problema, teve-se como base dois métodos então consagrados, de Hetenyi (1946), para  $k_h$  constante; e de Matlock e Reese (1961) para  $k_p$ , variando com a profundidade.

Definem-se parâmetros de flexibilidade para estacas inseridas no solo, fazendo-se uma correlação com estacas desconfiadas e engastadas na base, como mostra a Figura 6.7.



**Figura 6.7 –** Correlação entre as deformações para uma estaca parcialmente embutida no solo e a equivalente livre em balanço pelo método de Davisson e Robinson.

O método define, assim, um comprimento  $h_e$  correspondente a uma estaca desconfiada e engastada na base, de tal forma que, quando carregada lateralmente, apresente a mesma deformação que a confinada no seu topo, mantendo-se as mesmas condições de carregamento.

Os parâmetros de flexibilidade são determinados, no Capítulo 5, item 5.3 – Rigidez relativa estaca-solo:

$$R = \sqrt[4]{\frac{E \cdot I}{k_{h,\lambda} \cdot B}} : \text{para argilas pré-adensadas}$$

$$T = \sqrt[5]{\frac{E \cdot I}{m_{h,\lambda} \cdot B}} : \text{para areias, siltes e argilas normalmente adensadas}$$

Sendo:

$E$  – módulo de elasticidade da estaca;

$I$  – momento de inércia da seção da estaca;

$k_{h,\lambda}$  – coeficiente de recalque horizontal constante;

$m_{h,\lambda}$  – módulo de proporcionalidade do coeficiente de recalque horizontal;

$B$  – diâmetro da estaca.

A teoria somente tem validade se:  $\ell / (R \text{ ou } T) > 4$ .

Para a determinação de  $h_s$ , o método apresenta quatro ábacos, como mostra a Figura 6.8, sendo dois para o caso da análise à flexão, coluna a, e outros dois, para a análise da carga crítica de flambagem, coluna b. Em ambos os casos, diferencia-se a aplicação, a partir de ábacos distintos, um para a rigidez relativa  $R$  e outro para  $T$ .

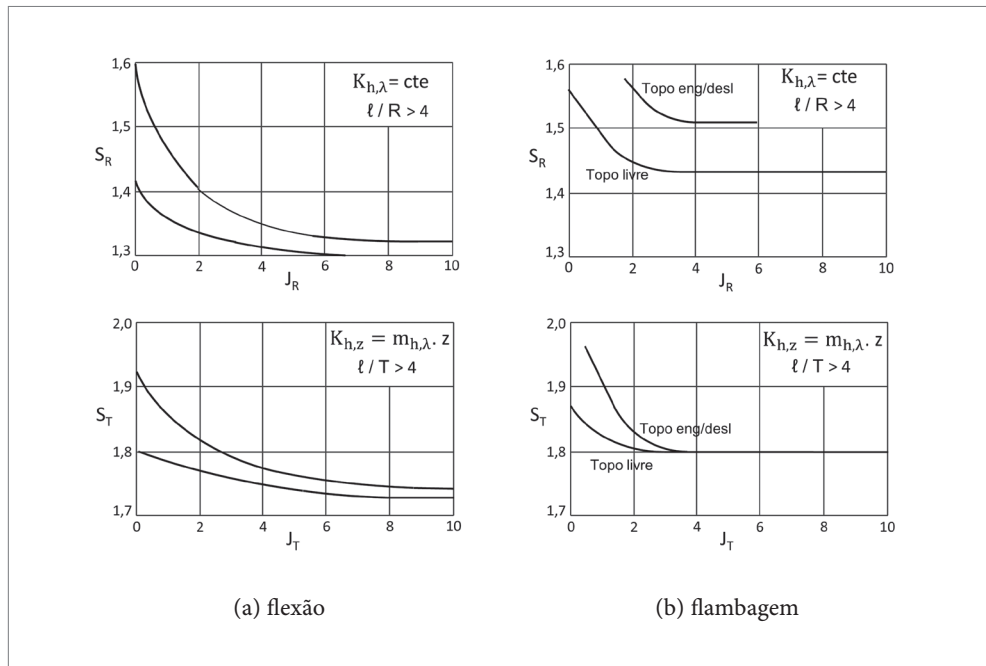
Para o caso de flexão, utiliza-se os ábacos da coluna a, sendo um para a rigidez relativa  $R$  e outro para  $T$ , como mostra a Figura 6.8. Em ambos os casos, a partir dos parâmetros:  $J_R = h_L / R$ ; ou  $J_T = h_L / T$ , obtém-se, pelos ábacos,  $S_R$  ou  $S_T$ , respectivamente. As curvas de cada ábaco referem-se à aplicação de momentos  $M$  ou cargas horizontais  $H$  aplicados no topo da estaca.

Fazendo  $S_R = h_s / R$ ; ou  $S_T = h_s / T$ ; determina-se o valor de  $h_s$ .

A carga crítica de flambagem pode ser calculada pela expressão a seguir, com  $S_R$  e  $J_R$  aplicados diretamente:

$$V_{\text{crit}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{4 \cdot (R \text{ ou } T)^2 \cdot (S_R + J_R)} \quad (6.2.1)$$

Os valores de  $S_R$  ou  $S_T$  poderão ser obtidos a partir de dois ábacos que se referem ao caso de flambagem, um para a rigidez relativa  $R$  e outro para  $T$ , como se verifica na coluna b da Figura 6.8. Em ambos os casos, a partir dos parâmetros:  $J_R = h_L / R$ ; ou  $J_T = h_L / T$ , para os casos de topo da estaca engastada ou livre, obtém-se  $S_R$  ou  $J_T$ .



**Figura 6.8** Valores de  $S_R$  ou  $S_T$  para aplicação do método de Davisson e Robinson.

As curvas para determinação de  $h_s$ , no caso de flexão, seja para  $H$  ou  $M$ , apresentam pequena variação nos valores. Os próprios autores recomendam os seguintes valores para  $h_s$ , em função das curvas de variação de  $S_R$  ou  $S_T$ :

$\therefore$  para as argilas, se  $J_R > 2 \rightarrow S_R = 1,4$

$h_s = 1,4 R$ ;

ou

$\therefore$  para as areias, se  $J_T > 1 \rightarrow S_T = 1,8$

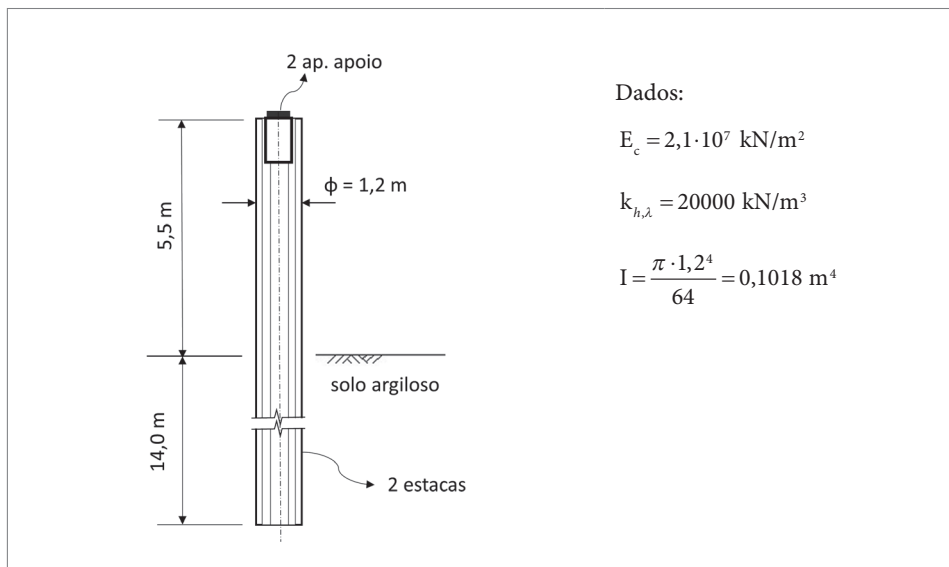
$h_s = 1,8 T$ .

Devido à própria configuração do método, os resultados para as deformações no topo da estaca apresentam boa aproximação de valores, já os momentos de engaste calculado com a estaca equivalente engastada resultam em valores maiores que os reais. Dinis (2012) apresenta vários casos de aplicação do método, referindo-se a fundações ou encontros leves de pontes, com o objetivo de determinar a rigidez dos elementos estruturais da infra/mesoestrutura. Segue o Exemplo 6.5, com aplicação imediata do método.

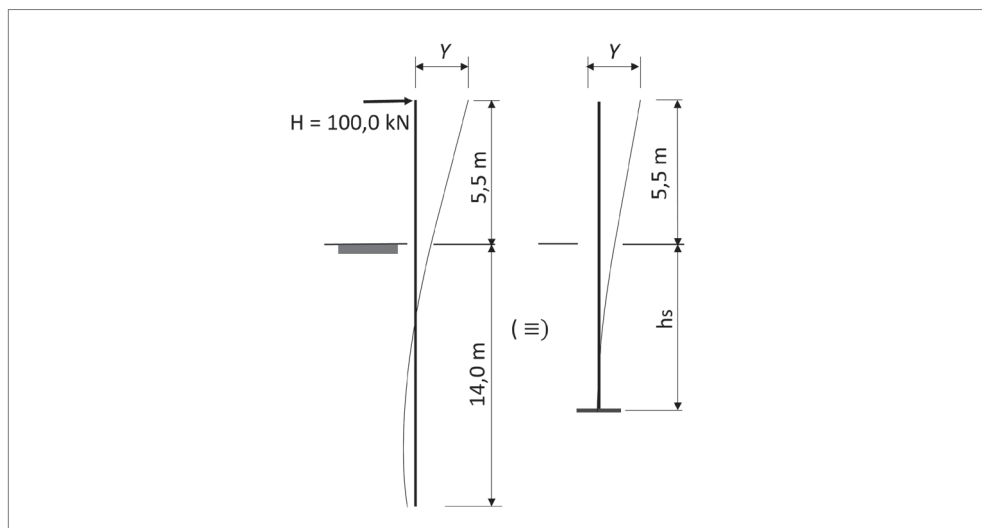
## EXEMPLO 6.5

Deformação em estaca-pilar por Davison e Robinson

Calcular o momento máximo e a deformação no topo do pilar-estaca, a seguir esquematizado, utilizando o método Davison e Robinson. Considerar que o aparelho de apoio transmita ao pilar uma força longitudinal de 100 kN.



Comprimento equivalente da estaca



A rigidez estaca x solo, para solos argilosos, vale:

$$R = \sqrt[4]{\frac{E \cdot I}{k_{h,\lambda} \cdot B}} = 2,26$$

$$\frac{h}{R} = \frac{14,0}{2,26} = 6,19 > 4,0 \rightarrow \text{a estaca é flexível}$$

Para solos argilosos, a altura equivalente ao trecho enterrado é obtida como a seguir:

$$h_s = 1,4 \cdot 2,26 = 3,17 \text{ m};$$

- Altura total equivalente do pilar-estaca equivalente:

$$h_e = 5,5 + 3,17 = 8,67 \text{ m}.$$

Determinação da deformação no topo da estaca

A carga horizontal por estaca será:

$$H = 100,0 / 2 = 50,0 \text{ kN}.$$

Momento de engaste:

$$M_{max} = 50,0 \cdot 8,67 = 433,50 \text{ kNm}.$$

Deformação no topo da estaca

$$\delta = \frac{H \cdot h_e^3}{E \cdot I} = \frac{100,0 \cdot 8,67^3}{21,10^6 \cdot 0,1018} = 0,0152 \text{ m}$$

### 6.3 MÉTODO PARA DISCRETIZAÇÃO DO SOLO POR COEFICIENTES DE MOLA

Esse método deriva da teoria de viga sobre apoio elástico, em que a viga se estabelece como um elemento estrutural flexível vinculado continuamente a um meio elástico, o solo. Emil Winkler (1867) apresentou um modelo simplificado para resolução do problema da viga sobre apoio elástico, em modelo unidimensional, que consiste em discretizar o solo em vínculos elásticos ao longo do elemento estrutural, que trabalham independentes uns dos outros e com resposta linear. Define-se para cada vínculo

um módulo de rigidez elástico  $K_M$  (kN/m), que recebe a denominação de coeficiente de mola. Assim, segundo a hipótese de Winkler, para estabelecer um modelo estrutural de cálculo, deve-se transformar o meio elástico contínuo, ou seja, o solo, em vínculos pontuais ou finitos que expressem características de rigidez. Nos estudos mais complexos, que levam as análises a um maior nível de sofisticação numérica, o solo é representado por meio de sistemas planos discretizados por uma malha de elementos finitos bidimensionais ou tridimensionais, que apresentam, inclusive, recursos para simular sua plastificação. Ver Capítulo 7, item 7.1 – Método evolutivo de tensões aplicado a modelos planos.

No entanto, de uso mais corrente e com suficiente aproximação, o problema tem sido resolvido numericamente de forma unidimensional, segundo o modelo de Winkler, por meio de modelos formados por barras, simulando determinado elemento estrutural, entremeadas por nós que unem as barras e possibilitam, por meio deles, prover o sistema estrutural de vínculos elásticos que representam o solo. Os vínculos são elementos de rigidez pontuais, podendo ter dimensões discretizadas, mas independentes entre si, normalmente denominados de coeficientes de mola  $K_M$ . O elemento de mola  $K_M$  (kN/m) concentra as tensões  $\sigma_s$  relativamente ao contato do solo com a estaca, em proporção à sua área de influência, o que resulta em reações pontuais  $R_s$  (kN) nos vínculos entre o solo e o elemento estrutural. As pressões de contato  $\sigma_s$  são proporcionais aos deslocamentos  $\rho$  do elemento estrutural, tendo como proporcionalidade o coeficiente de recalque do solo  $k_s$  (kN/m<sup>3</sup>), ver Capítulo 4, seção 4.1 e Capítulo 5, item 5.2. Assim, segundo esse modelo, o deslocamento  $\rho_i$  de um determinado elemento de mola  $K_{M,i}$ , de vinculação da viga ou estaca com o solo, gera uma reação  $R_{s_i} = \rho_i \cdot K_{M,i}$  (kN) no vínculo, que ocorre de forma independente aos deslocamentos dos elementos de mola adjacentes.

No caso do modelo da estaca carregada lateralmente, da mesma forma que para as vigas sobre apoio elástico, a solução numérica do problema permite, também, igualmente, ser efetuada de forma simplificada pela hipótese de Winkler, sendo que  $K_M$ , no caso, concentra as tensões no solo  $\sigma_h$ , que serão proporcionais aos deslocamentos  $y$  do elemento estrutural, tendo como proporcionalidade o coeficiente de recalque horizontal do solo  $k_h$  (kN/m<sup>3</sup>), ver Capítulo 5, item 5.2, expressão (5.2.8).

De maneira geral, o modelo enquadra-se na teoria da elasticidade, admitindo-se uma linearidade na resposta do solo aos deslocamentos, no intervalo de limite elástico, a partir do qual, uma vez ultrapassados, ocorrerá a plastificação do solo, que pode ocorrer por descompressão, utilizando-se para esse limite os empuxos ativos ou por compressão excessiva, nesse caso, os empuxos passivos. Em sistemas planos de análise, bidimensionais, os limites de plastificação podem ser determinados pelo critério Mohr-Coulomb, para cada elemento de solo discretizado no modelo de análise,

isoladamente, ver Exemplo 2.6. No caso do modelo Winkler, unidimensional, os limites de plastificação podem ser impostos por algoritmos não lineares, representados por curvas específicas  $p$ - $y$ , pré-determinadas para cada solo, assumidas segundo suas propriedades e simplificações que se queira impor.

Assim,  $K_M$  representa um vínculo elástico, cujo comportamento estrutural reproduz as mesmas deformações axiais que ocorreriam em determinado elemento discreto do meio solo, de mesmo ponto de vinculação com a estaca, se considerado o meio solo contínuo, cujo módulo de deformação seria  $E_s$ . Pelo fato de a estaca aplicar ao solo deformações variáveis e contínuas em sua profundidade, essas deformações são determinadas por meio do coeficiente de recalque horizontal,  $k_{h,\lambda}$ , que considera, na determinação das deformações, o espraçamento das tensões no meio contínuo solo, como visto no Capítulo 5, seção 5.2. A determinação do coeficiente de mola  $K_M$  se faz, concentrando-se a rigidez do solo, em vínculos isolados e independentes, que podem ser obtidos como mostra a Figura 6.9:

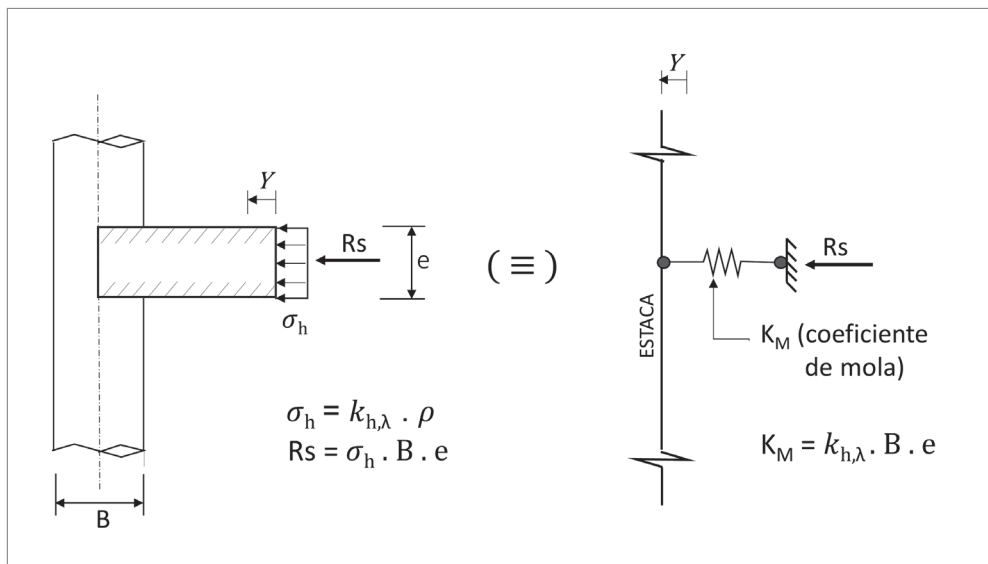
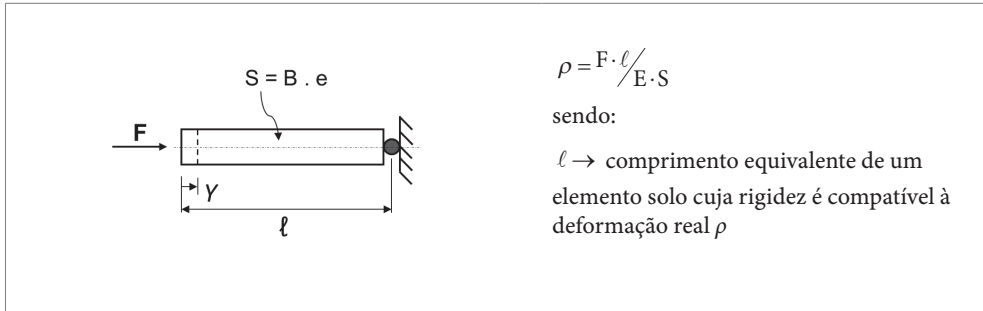


Figura 6.9 Caracterização do coeficiente de mola  $K_M$  na discretização do solo.

O coeficiente de mola, na verdade, em sua conotação a um vínculo elástico, tem analogia a um elemento estrutural que representa o solo, cujas características poderiam ser representadas como na Figura 6.10:



**Figura 6.10** Analogia do coeficiente de mola  $K_M$  a uma barra estrutural.

Assim, para um carregamento aplicado por meio de uma superfície discreta contra o meio solo, considerando o espraçamento das tensões, faz com que a relação  $(\ell/S)$  não seja linear, o que leva à própria definição do coeficiente de recalque horizontal  $k_h$  como uma relação direta entre a tensão aplicada e a deformação, em seu resultado final junto à face do elemento estrutural.

$$\rho = \frac{\sigma_h}{k_h} = \left( \frac{F}{S} \right) / (k_h) \quad (6.3.1)$$

Os softwares estruturais possibilitam a interpretação direta de um vínculo elástico por meio de sua rigidez, no caso, o elemento mola, cuja expressão para avaliação, quando aplicado ao vínculo de um segmento de barra, de área de projeção  $S = B \cdot e$ , será:

$$K_M = k_{h,\lambda} \cdot S (\text{kN/m}) \quad (6.3.2)$$

com  $k_{h,\lambda}$  determinado como em 5.2 e  $\lambda$  segundo a Tabela 5.2.

O modelo completo para o processamento de cálculo pode ser representado, como mostra a Figura 6.11:

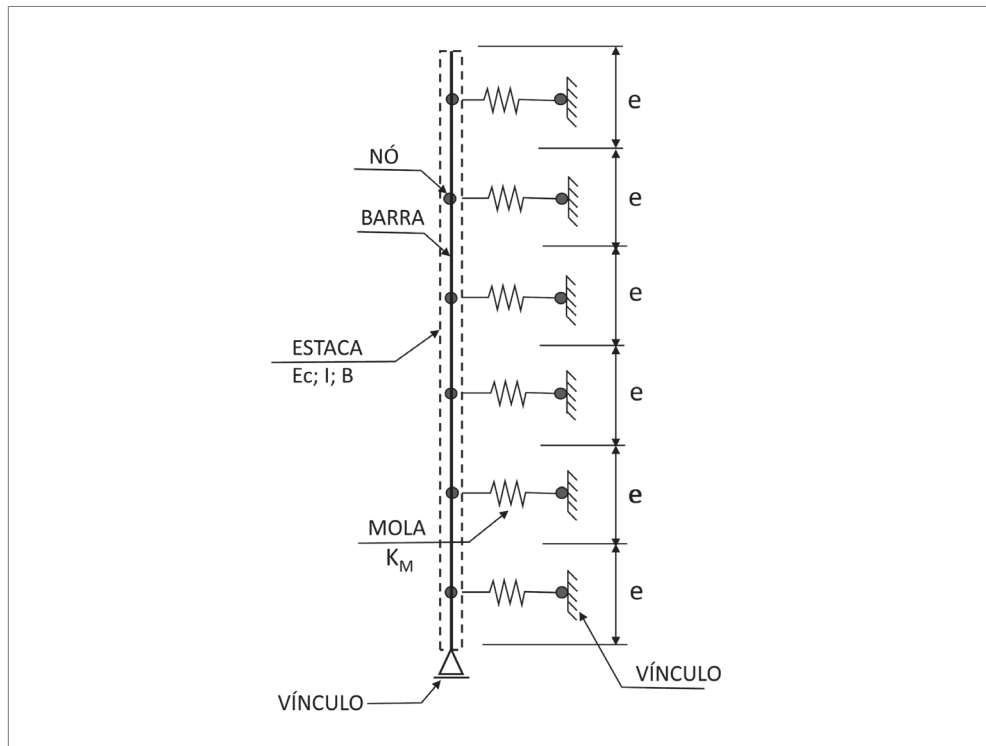


Figura 6.11 Modelo de processamento estaca-solo com vínculos de rigidez de mola  $K_M$

O modelo assim concebido, que utiliza barras estruturais e molas independentes representando o solo, unicamente, não reproduz com fidelidade o comportamento do solo mediante recalques em meio elástico contínuo, tendo em vista o efeito de espraiamento das tensões de compressão que ocorre no maciço, causado exatamente pela interação contínua entre as partículas do solo. O comportamento do solo refere-se a um efeito conjunto e integrado entre compressibilidade e cisalhamento. Há críticas quanto a validade do modelo de Winkler, tendo sido essa questão tratada por vários autores. Rosa (2013) cita algumas propostas efetuadas para reduzir as distorções causadas pela consideração de molas independentes, entre elas o modelo de Pasternack, que propõe interligar dois elementos de mola por uma membrana delgada a ser tensionada diante de deformações diferenciais, simulando o cisalhamento, e o modelo de Hetenyi (1946), que sugere a geração de uma viga elástica para interação entre as molas.

No entanto, qualquer rebuscamento teórico-analítico na tentativa de melhor aproximar os resultados a uma resposta mais realista que represente o comportamento do solo reduziria sua praticidade de aplicação. Para muitos problemas correntes da

engenharia, a precisão do método, mesmo com as diversas simplificações adotadas para sua aplicação, tem se mostrado suficiente.

### 6.3.1 Resolução analítica por coeficientes de mola

As aplicações do método levam a várias considerações, que são específicas a cada caso. O modelo mais simplista, com vínculos elásticos representando o solo, refere-se ao caso de vigas sobre apoio elástico, horizontais e apoiadas na superfície do solo. Para esse modelo, tendo em vista sua posição exatamente na delimitação do meio elástico semi-infinito, as deformações do elemento estrutural mobilizam diretamente a camada de solo abaixo da viga. Assim, o solo de base corresponde ao meio elástico que oferece apoio contínuo à viga, podendo ser interpretado, de acordo com o modelo de Winkler, como uma série de apoios elásticos independentes e contíguos. A maior quantidade de molas representará uma maior precisão na resolução estática do sistema. No entanto, é necessário atentar para o fato de que, mesmo que se admita espaçamentos infinitesimais entre as molas, trata-se de uma simplificação do meio solo contínuo, tendo em vista que o espraçamento das tensões no solo, ainda que consideradas na conformação do coeficiente de recalque horizontal,  $k_h$ , que terá dado origem às molas, não reproduz exatamente a situação real. Em sua aplicação, deve-se ater, em contrapartida, que se a viga for muito flexível, ou os carregamentos por demais excêntricos, na ausência de uma pré-compressão mínima no contato com o solo, poderá ocorrer seu descolamento parcial por decompressão do solo. Nessa situação, caso ocorra, devem-se efetuar correções na matriz estrutural, considerando a desmobilização dos vínculos que estariam submetidos ao efeito de descolamento, já que não mais responderão às deformações, por resultarem negativas, uma situação não admitida para os solos. Ver Figura 6.12.

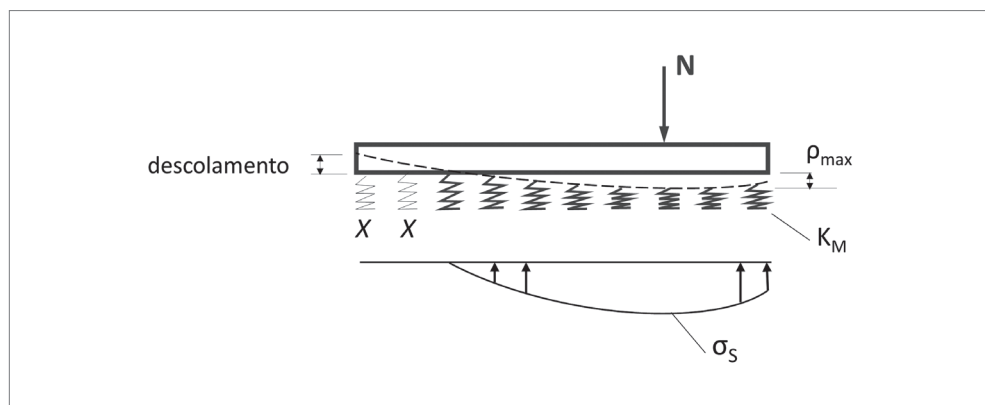
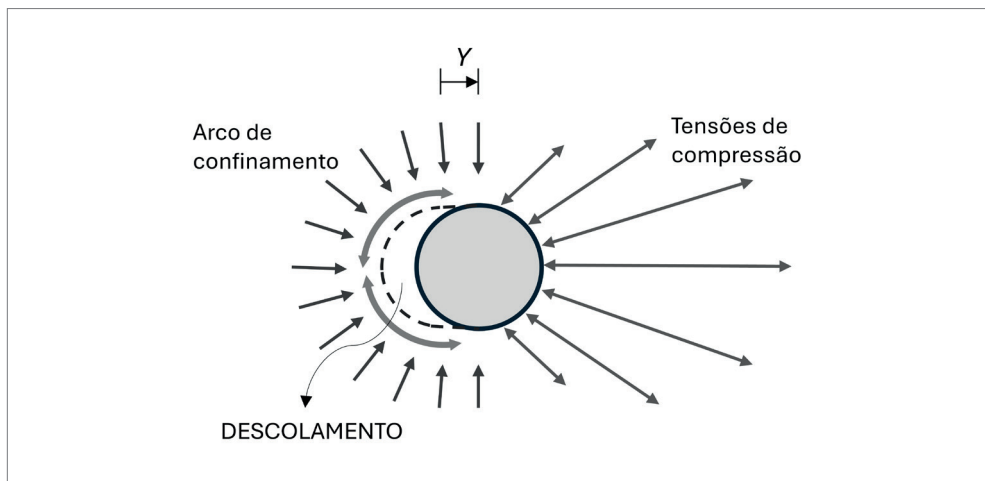


Figura 6.12 Modelo de molas para resolução estática de viga sobre apoio elástico.

Quanto ao problema estaca-solo, o elemento estrutural, por estar posicionado na vertical, estará inteiramente confinado pelo solo. No sentido do deslocamento horizontal da estaca, mediante carregamento, na face frontal, ocorrerão tensões de compressão junto ao solo e, na face oposta, descompressão. Nessa circunstância, deve-se prever elementos molas nas duas faces da estaca, de modo a dotar o modelo de uma vinculação que reproduza este estado de deformações no solo. Ocorre, no entanto, que a estaca, quando embutida no solo, ao se deslocar horizontalmente, forma um semianel perimetral de compressão na face oposta ao deslocamento, um arco de confinamento, como resultado do comportamento axissimétrico característico (ver Figura 6.13). Assim, na face oposta ao deslocamento frontal, o solo, sob descompressão, mantém seu estado de deformação estável, não acompanhando as deformações da estaca, ocorrendo seu descolamento relativamente ao solo. Da mesma forma, na face frontal da estaca, após ter ocorrido a compressão do solo, diante do descarregamento, no retorno da estaca à sua posição inicial, pelo mesmo fenômeno, pode o solo perder a pressão de contato com a estaca. O tipo de estaca e seu processo construtivo pode evidenciar, com maior ou menor intensidade, a manutenção do efeito de confinamento contra o solo após o deslocamento horizontal. Por exemplo, em estacas moldadas e preenchidas com nata de cimento sob pressão, a probabilidade de ocorrer desconfinamento na face descomprimida é menor. O mesmo acontece com as estacas cravadas, em menor intensidade. Já para as estacas moldadas de maior diâmetro, concretadas por gravidade, em especial, com a utilização de fluido estabilizador, a possibilidade de ocorrer o efeito de desconfinamento e a formação do anel de compressão é bem maior. Tipos de estacas e seus processos construtivos podem ser vistos em Abef (2022).



**Figura 6.13** Efeito de desconcolamento do solo em estacas sob deformação horizontal.

Na modelagem do sistema solo-estaca, é comum adotar elementos mola em uma única face da estaca, assumindo que, nos trechos em que ocorrem inversões do deslocamento horizontal, as reações que resultarem negativas serão interpretadas como de compressão na face oposta. Assim, por simplificação, com essa consideração, evita-se a correção da matriz de processamento, que exigiria desativar as molas em que ocorreu o descolamento do solo. Ver Figura 6.14.

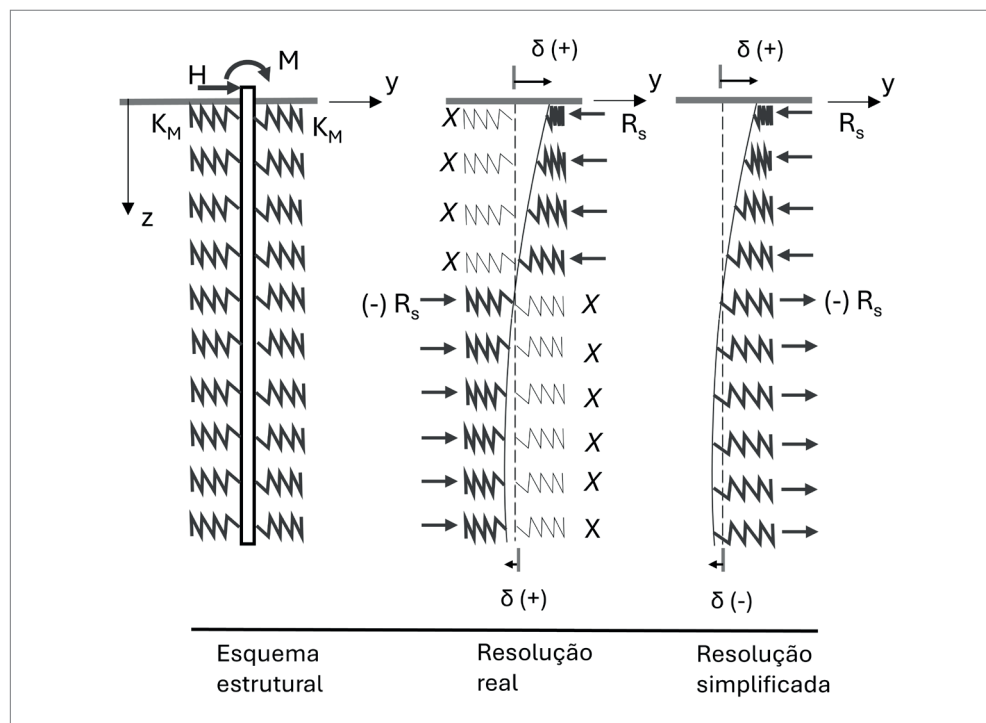


Figura 6.14 Modelo de molas para resolução estática de estacas carregadas lateralmente.

Em se tratando de estacas para a formação de paredes de contenção, por serem contínuas, não há, na horizontal, arqueamento de tensões por compressão pelo efeito de axissimetria, assim, os efeitos do desconfinamento do lado da face descomprimida devem ser avaliados e considerados no modelo solo-estrutura, por meio de vinculações, no caso, utilizando-se elementos de mola. Esse modelo é bem representado pelo método evolutivo de tensões, como abordado no Capítulo 7. No entanto, tendo em conta que o confinamento existente do solo é sensível a pequenos deslocamentos da parede, o que leva normalmente à plastificação, atinge-se, na maior parte da profundidade, os limites estabelecidos pelos empuxos ativos. Dessa forma, é prática comum a simplificação desse modelo estático, assumindo-se o pleno desconfinamento do solo ao longo de toda a profundidade da estaca-parede, na face oposta à escavação,

desvinculando-a do solo e aplicando-se, diretamente, os empuxos ativos como carregamento horizontal. Ver Capítulo 6, exemplo 6.1. Contudo, caso o travamento superior for um tirante protendido, a ativação do solo em toda a altura da parede não ocorrerá, exigindo maior atenção ao problema, seja a partir de uma simplificação mais criteriosa ou pela adequação do modelo à força a ser aplicada pelo tirante, de modo a garantir sua reação pelo meio contínuo solo.

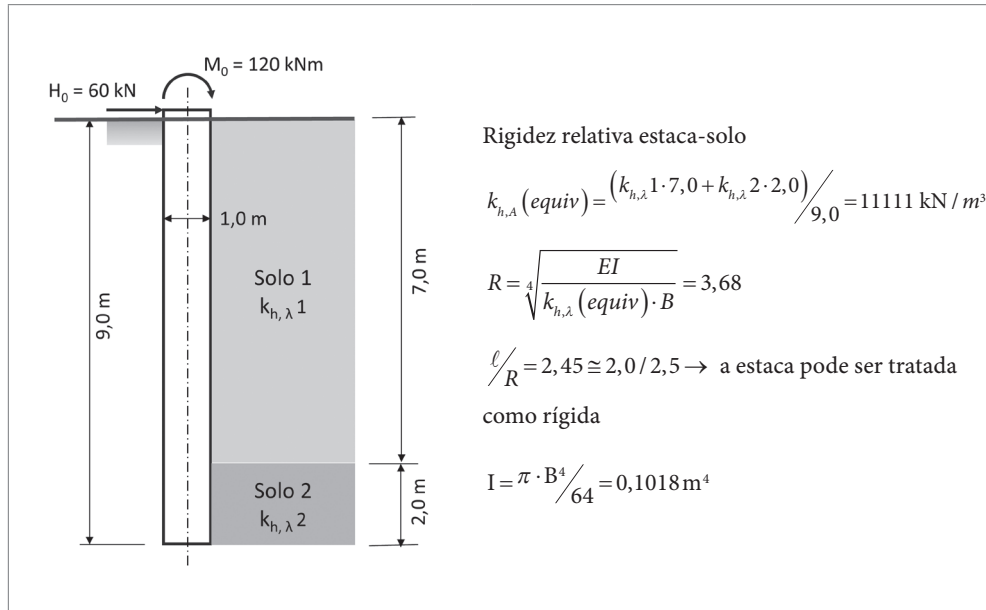
Em se considerando o comportamento do sistema estaca-solo como rígido, a resolução do problema pode ser efetuada por meio de cálculos analíticos, com o equacionamento em função dos deslocamentos da estaca no solo a partir dos movimentos de um corpo rígido, equilibrado pelas duas equações da estática:  $\Sigma F = 0$  e  $\Sigma M = 0$ . Ver Exemplo 6.3 e Exemplo 6.4.

Sendo o sistema flexível, por outro lado, devido à complexidade de sua resolução, deve-se recorrer a métodos numéricos, como o MEF. Ver: Exemplo 6.6 e Exemplo 6.7.

### EXEMPLO 6.6

#### Estaca isolada carregada lateralmente

Considerando uma estaca isolada com 9,0 m de profundidade, carregada na superfície por uma força horizontal  $H_0 = 60,0$  kN e um momento aplicado  $M_0 = 120,0$  kNm, segundo o esquema a seguir, determinar as máximas e mínimas deformações e tensões horizontais que ocorrem no solo, utilizar o modelo de resolução dos esforços com a consideração de molas elásticas representando o solo e as reações máxima e mínima nas molas, ao longo da estaca. O coeficiente de recalque horizontal refere-se já à forma da superfície de incidência, segundo Capítulo 5, item 5.2:  $k_{h,\lambda} 1 = 10000$  kN/m<sup>3</sup> ;  $k_{h,\lambda} 2 = 15000$  kN/m<sup>3</sup>  
 $E_c = 20 \times 10^6$  kN/m<sup>2</sup>



Discretização da estaca-solo em modelo de molas

Adota-se como segmentação da profundidade de embutimento da estaca, segmentos de 1,0 m, o que corresponde a espaçamentos entre as molas de 1,0 m.

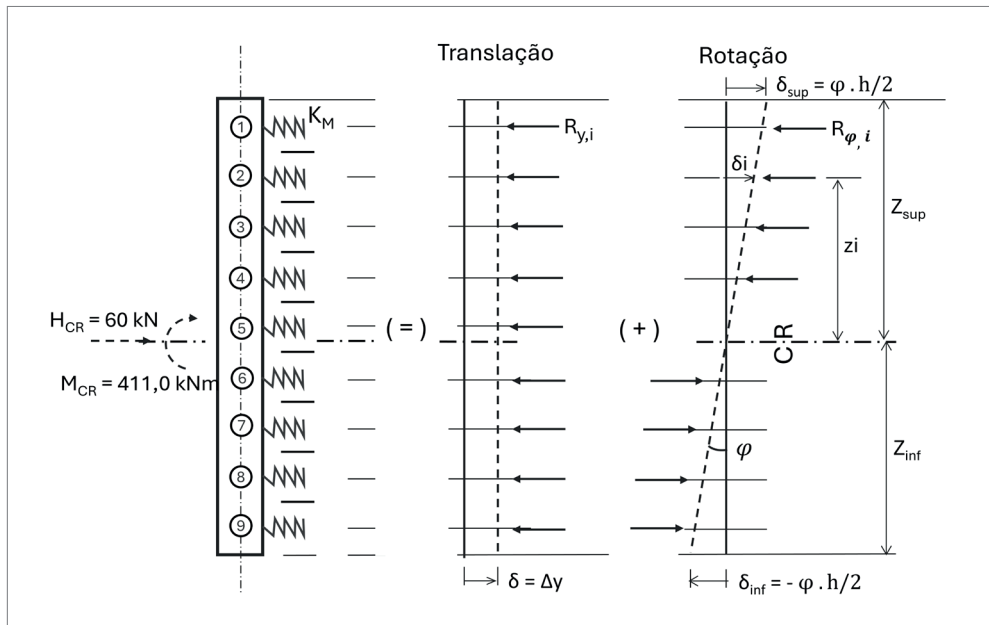
$$K_{M1} = B \cdot e = 10000 \cdot 1,0 \cdot 1,0 = 10000 \text{ kN} / \text{m}$$

$$K_{M2} = B \cdot e = 15000 \cdot 1,0 \cdot 1,0 = 15000 \text{ kN} / \text{m}$$

Esquema estrutural

Os esforços serão transladados para o CR – centro de rigidez dos vínculos elásticos, resolvendo-se o sistema com a consideração de equilíbrio de corpo rígido.

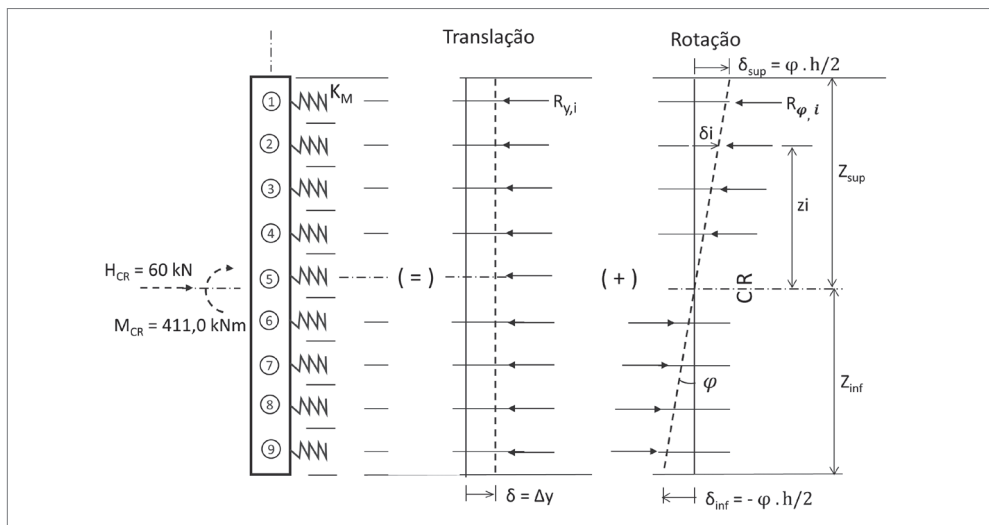
$$h_{CR} = \frac{7,0 \cdot 10000 \cdot 5,5 + 2,0 \cdot 15000 \cdot 1,0}{7,0 \cdot 10000 + 2,0 \cdot 15000} = 4,15 \text{ m}$$



### Resolução

A determinação das tensões máximas e mínimas e o cálculo das reações nas molas será efetuada sob a consideração da estaca-solo como corpo rígido:

Efeitos de translação  $\Delta y$  e rotação  $\varphi$



$$\Sigma F = 0$$

$$R_y = H_{CR} / n = 60,0 / 9 = 6,67 \text{ kN}$$

$$R_y = \Delta y \cdot 10000 = 6,67 \rightarrow \Delta y = 0,00067 \text{ m}$$

$$\Sigma M = 0$$

$$M_{CR} = \Sigma \delta i \cdot K_M i \cdot z_i$$

$$M_{CR} = \Sigma (\varphi \cdot z_i) \cdot K_M i \cdot z_i \rightarrow \varphi = M_{CR} / \Sigma (K_M i \cdot z_i^2)$$

$$\varphi = M_{CR} / K_M 1 \cdot (z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + z_4^2 + z_5^2 + z_6^2 + z_7^2) + K_M 2 \cdot (z_8^2 + z_9^2)$$

$$\varphi = 411,0 / 10000 \cdot (1,35^2 + 2,35^2 + 3,35^2 + 4,35^2 + 0,35^2 + 0,65^2 + 1,65^2) + 15000 \cdot (2,65^2 + 3,65^2) = 0,00058 \text{ rd}$$

Deformações

$$\delta_{sup} = (\Delta y + \varphi \cdot z_{sup}) = 0,00067 + 0,00058 \cdot 4,85 = 0,00348 \text{ m}$$

$$\delta_{inf} = (\Delta y - \varphi \cdot z_{inf}) = 0,00067 - 0,00058 \cdot 4,15 = -0,00172 \text{ m}$$

Tensões máximas e mínimas

$$\sigma_{max} = \delta_{sup} \cdot K_M 1 = 0,00348 \cdot 10000 = 34,8 \text{ kN} / \text{m}^2 \text{ (compressão na face frontal)}$$

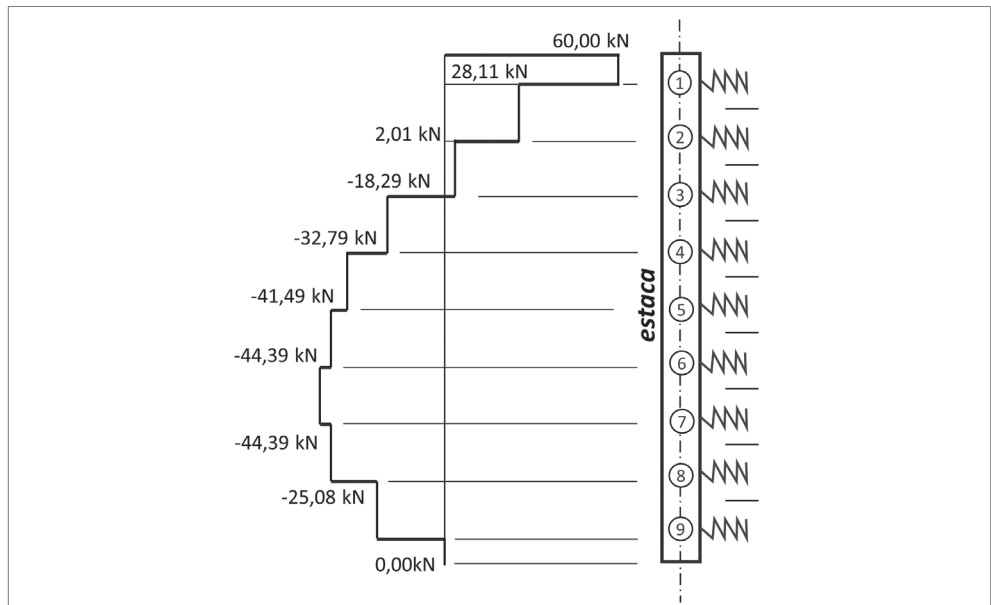
$$\sigma_{min} = \delta_{inf} \cdot K_M 2 = -0,00172 \cdot 15000 = -25,8 \text{ kN} / \text{m}^2 \text{ (compressão na face oposta)}$$

### Reações nas molas

$R_{\text{mola } 1} = 31,89 \text{ kN}$	$R_{\text{mola},i} = R_y +/_- R_\phi$
$R_{\text{mola } 2} = 26,10 \text{ kN}$	$R_{\text{mola},i} = \left( \frac{H_{\text{CR}}}{n} \right) +/_- (\phi \cdot z_i \cdot K_{M,i})$
$R_{\text{mola } 3} = 20,30 \text{ kN}$	
$R_{\text{mola } 4} = 14,50 \text{ kN}$	$R_{\text{mola } 1} = \left( \frac{60,0}{9} \right) + (0,00058 \cdot 4,35 \cdot 10000) = 31,89 \text{ kN}$
$R_{\text{mola } 5} = 8,70 \text{ kN}$	$R_{\text{mola } 8} = \left( \frac{60,0}{9} \right) - (0,00058 \cdot 2,65 \cdot 15000) = -16,37 \text{ kN}$
$R_{\text{mola } 6} = 2,90 \text{ kN}$	
$R_{\text{mola } 7} = -2,90 \text{ kN}$	
$R_{\text{mola } 8} = -16,37 \text{ kN}$	
$R_{\text{mola } 9} = -25,08 \text{ kN}$	→ compressão na face oposta.

A partir das reações nas molas, ou do diagrama de tensões, pode-se calcular as forças cortantes e momentos fletores, como a seguir:

- Esforços Cortantes –  $V_i$



- Momento fletor máximo –  $M_{max}$

$$V = 0,0 \rightarrow Z = 2,5 \text{ m} \rightarrow M_{z=2,5} = M_{max}$$

$$M_{max} = -120,0 - 60,0 \cdot 2,5 + 31,89 \cdot 2,0 + 26,1 \cdot 1,0 = 180,12 \text{ kNm}$$

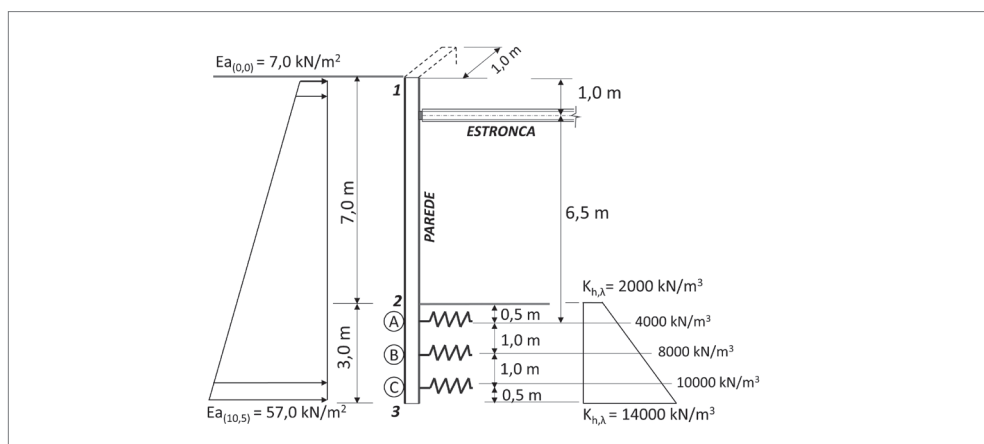
## EXEMPLO 6.7

Contenção de escavação utilizando-se parede contínua

Considerando uma parede contínua para conter uma escavação de 7,0 m de profundidade, com 3,0 m de ficha, escorada a 1,0 m da superfície do terreno por uma estronca metálica provisória, que será substituída posteriormente pela estrutura definitiva de tamponamento da escavação, verificar a estabilidade estrutural do conjunto, na fase provisória.

Determinar a deformação na base da parede, as reações na estronca, a tensão no solo da ficha, esforços cortantes ao longo da parede e momento fletor máximo. Supõe-se que ocorra o total desconfinamento do solo na face oposta à escavação, o que leva a se assumir os empuxos ativos como carregamentos, da forma com que estão no esquema a seguir. A largura teórica de cálculo a considerar é de 1,0 m e o coeficiente de recalque horizontal  $k_{h,\lambda}$  refere-se já à forma da superfície de incidência, segundo Capítulo 5, seção 5.2 – Coeficiente de recalque horizontal ( $k_{h,\lambda}$ ). Suponha que a parede tenha rigidez infinita relativamente ao solo.

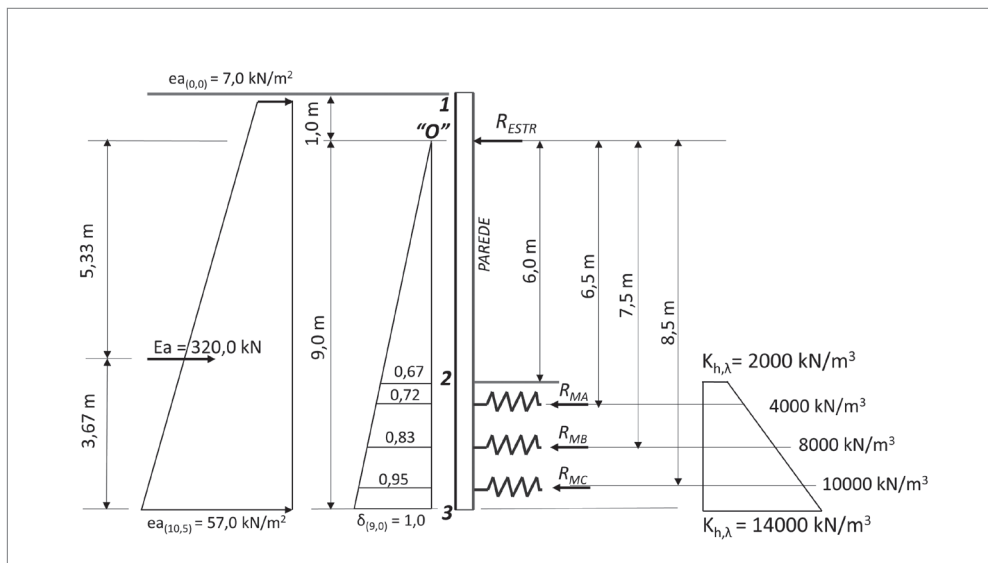
Modelo de cálculo



Para resolução, adotar como modelo a hipótese de Winkler, adotando, para representar a reação do solo da ficha, três molas, cuja rigidez deverá ser determinada a partir do diagrama de  $k_{h,\lambda}$ , como indicado no esquema. Utilizar a teoria dos corpos rígidos, tendo em vista que em qualquer ponto da estrutura da parede:  $\Sigma F = 0$  e  $\Sigma M = 0$ .

Determinar o valor da reação nas molas, o diagrama de cortantes e o máximo momento fletor que atua na parede.

Esquema teórico de resolução



Rigidez das molas

$$K_{M,A} = 4000 \cdot 1,0 \cdot 1,0 = 4000 \text{ kN/m}$$

$$K_{M,B} = 8000 \cdot 1,0 \cdot 1,0 = 8000 \text{ kN/m}$$

$$K_{M,C} = 12000 \cdot 1,0 \cdot 1,0 = 12000 \text{ kN/m}$$

Para  $\Sigma M^{\circ} = 0$ , tem-se:

$$320,0 \cdot 5,33 = 6,5 \cdot 4000 \cdot 0,72 \cdot \delta_y + 7,5 \cdot 8000 \cdot 0,83 \cdot \delta_y + 8,5 \cdot 12000 \cdot 0,95 \cdot \delta_y$$

$$\delta_y = 0,0103 \text{ m.}$$

Reações nas molas

$$R_{M,A} = 0,72 \cdot 0,0103 \cdot 4000 = 26,66 \text{ kN}$$

$$R_{M,B} = 0,83 \cdot 0,0103 \cdot 8000 = 68,39 \text{ kN}$$

$$R_{M,C} = 0,95 \cdot 0,0103 \cdot 12000 = 117,42 \text{ kN}$$

Reação na estronca

$$RE = 320,0 - 26,66 - 68,39 - 117,42$$

$$RE = 107,53 \text{ kN}$$

Cortantes

$$V1 = 0,0 \text{ kN}$$

$$V''O'' = 7,0 \cdot 1,0 + (50,0/10) \cdot 1,0 \cdot 1,0 / 2 = 11,50 \text{ kN/m}$$

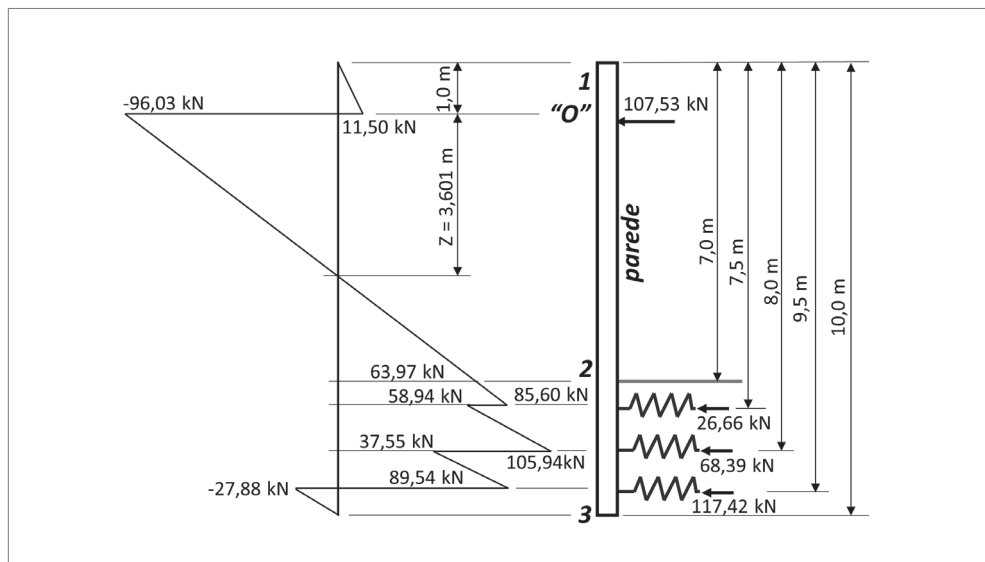
$$V2 = 7,0 \cdot 7,0 + (50,0/10) \cdot 7,0 \cdot 7,0 / 2 - 107,53 = 63,97 \text{ kN}$$

$$VA = 7,0 \cdot 7,5 + (50,0/10) \cdot 7,5 \cdot 7,5 / 2 - 107,53 - 26,66 = 58,94 \text{ kN}$$

$$VB = 7,0 \cdot 8,5 + (50,0/10) \cdot 8,5 \cdot 8,5 / 2 - 107,53 - 26,66 - 68,39 = 37,55 \text{ kN}$$

$$VC = 7,0 \cdot 9,5 + (50,0/10) \cdot 9,5 \cdot 9,5 / 2 - 107,53 - 26,66 - 68,39 - 117,42 = -27,88 \text{ kN}$$

$$V3 = 7,0 \cdot 10,0 + (50,0/10) \cdot 10,0 \cdot 10,0 / 2 - 107,53 - 26,66 - 68,39 - 117,42 = 0,0$$



Momento máximo

$$x \rightarrow (V = 0,0) = 3,601 \text{ m}$$

$$M_{max} = -7,0 \cdot 4,601 - 50,0/10 \cdot 4,601 \cdot 4,601 \cdot 4,601 / 6 + 107,53 \cdot 3,601 = 273,84 \text{ kNm}$$

### 6.3.2 Método dos elementos finitos aplicados a modelos com coeficientes de mola

Para análise de estacas carregadas lateralmente pelo MEF, é usual a utilização de sistemas formados por barras e nós, como mostra a Figura 6.11, com o solo representado por vínculos elásticos (molas), segundo a hipótese de Winkler, como desenvolvido em maiores detalhes, neste Capítulo. Ao se simular o comportamento do solo mediante a interação solo-estrutura, em modelos unidimensionais, aplicando-se o MEF, os recursos podem ser mais restritos em comparação aos modelos planos, no tocante à abrangência necessária que se deseja dar à resolução do problema. O comportamento dos vínculos elásticos (molas), conforme a curva tensão-deformação do solo pode ser pré-estabelecido na própria modelagem, por curvas p-y, de modo delimitar a variação das solicitações que levam à plasticidade do solo. Não havendo esse recurso, assume-se a proporcionalidade entre tensões e deformações no trecho elástico da curva, desativando-se os vínculos elásticos, ao se atingir a plastificação, inserindo-se forças corretivas correspondendo aos valores das reações de plastificação, nos referidos nós. De forma mais complexa, ainda, quando atingida a plastificação em determinado vínculo, pode-se inserir uma força corretiva, correspondente ao valor da parcela da reação que ultrapassou o limite estabelecido, de sinal contrário, de modo a ajustar a reação obtida pelo processamento ao valor que corresponde à tensão de plastificação em cada mola, repetindo-se o processamento a cada etapa de ajuste.

As demais considerações relativas à aplicação do método são similares às apresentadas no Capítulo 6, seção 6.3.1 – Resolução analítica por coeficientes de mola –, ajustando-se ao próprio problema em análise.

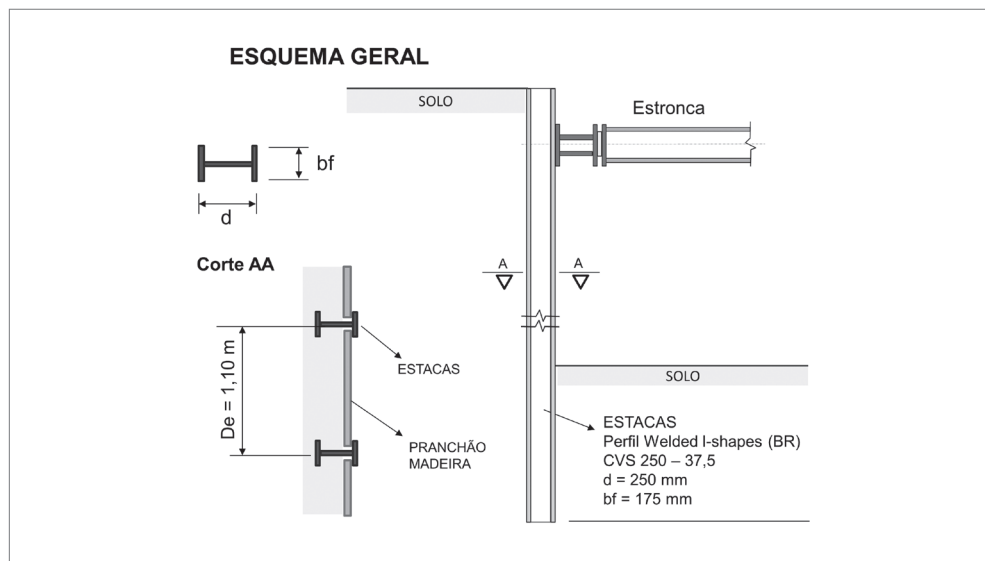
#### EXEMPLO 6.8

##### Contenção de escavação com estacas espaçadas

Verificar a estabilidade geotécnica de um escoramento para contenção da escavação de uma vala destinada à instalação de serviços públicos. A contenção consiste em uma pranchada formada por estacas metálicas espaçadas e entremeadas por pranchões de madeira. Ao nível superior, há um travamento efetuado por um estroncamento metálico, constituído por longarinas horizontais que dão suporte a estroncas espaçadas, travando as estacas. Verificar a estabilidade do

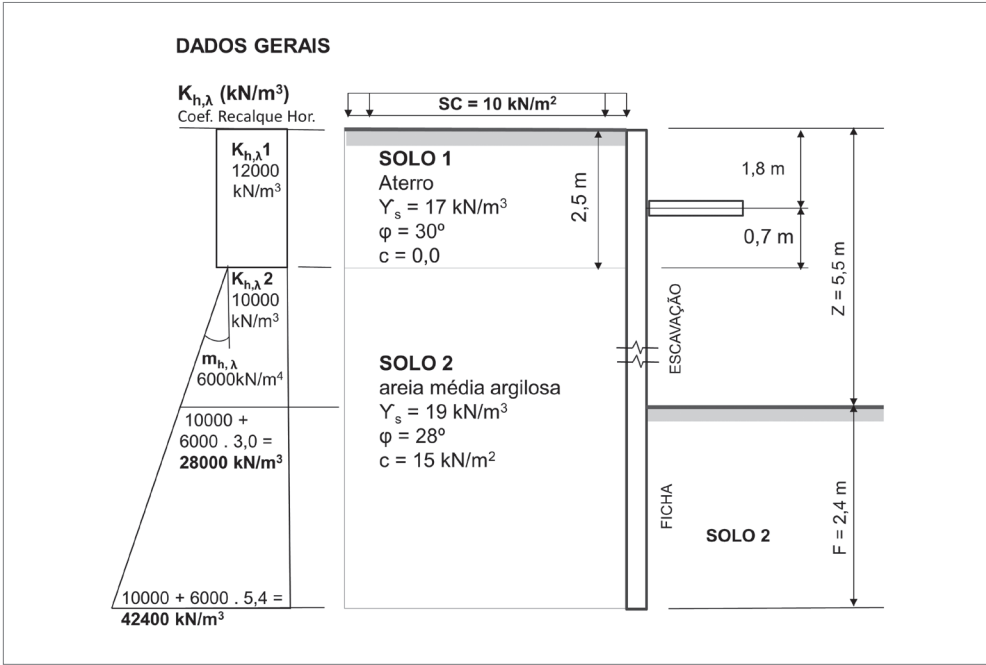
solo da ficha, a partir das tensões horizontais de compressão impostas pelas estacas e as máximas deformações e momentos fletores que ocorrem ao longo das estacas. Para resolução, será utilizado o MEF unidimensional, em um modelo de barras, nós e vínculos fixos e elásticos. Os vínculos a considerar são os travamentos oferecidos pelo escoramento e molas elásticas, segundo o modelo de Winkler.

### Detalhes construtivos

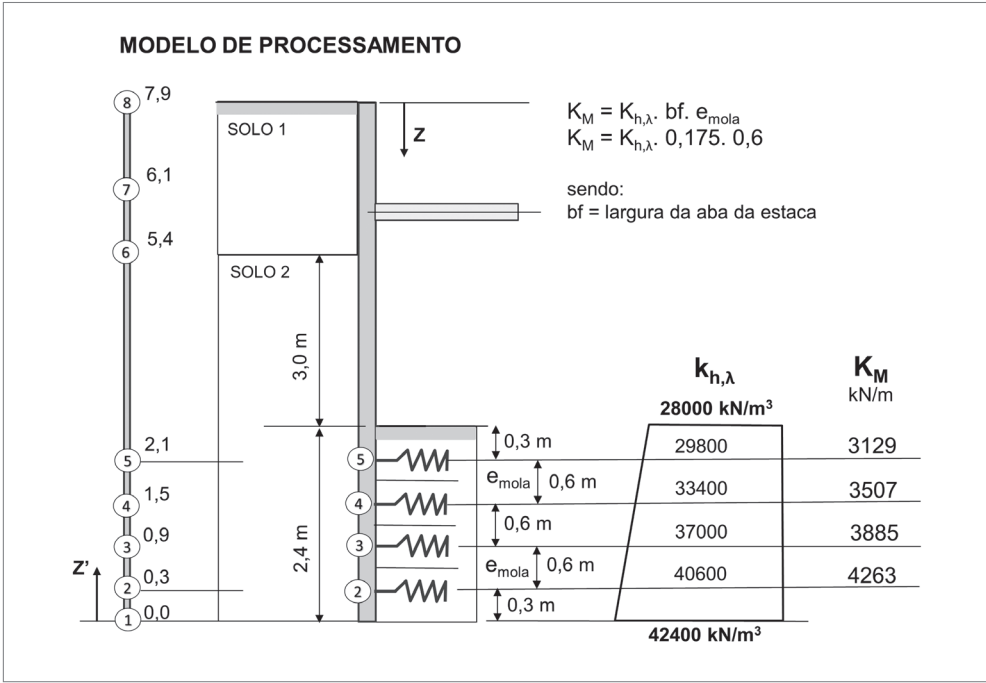


Para a análise, supor que todo o solo do terrapleno tenha sido desconfinado, prevalecendo, assim, a atuação dos empuxos ativos em toda a profundidade contida. Para avaliação dos limites de plastificação do solo da ficha, desconsiderar a atuação dos empuxos de repouso no equilíbrio da ficha, como estado inicial de tensões, tal qual indicado no Capítulo 3, item 3.3.3 – Empuxos passivos em estacas isoladas carregadas lateralmente –, tendo em conta a descontinuidade do escoramento. A análise da ruptura do solo da ficha será avaliada para cada elemento de mola elástica, efetuando-se a substituição das molas cujo limite elástico tenha sido ultrapassado, pela força limite correspondente à plastificação, determinada pelo estado limite passivo do solo, reprocessando-se, então, para essa nova condição.

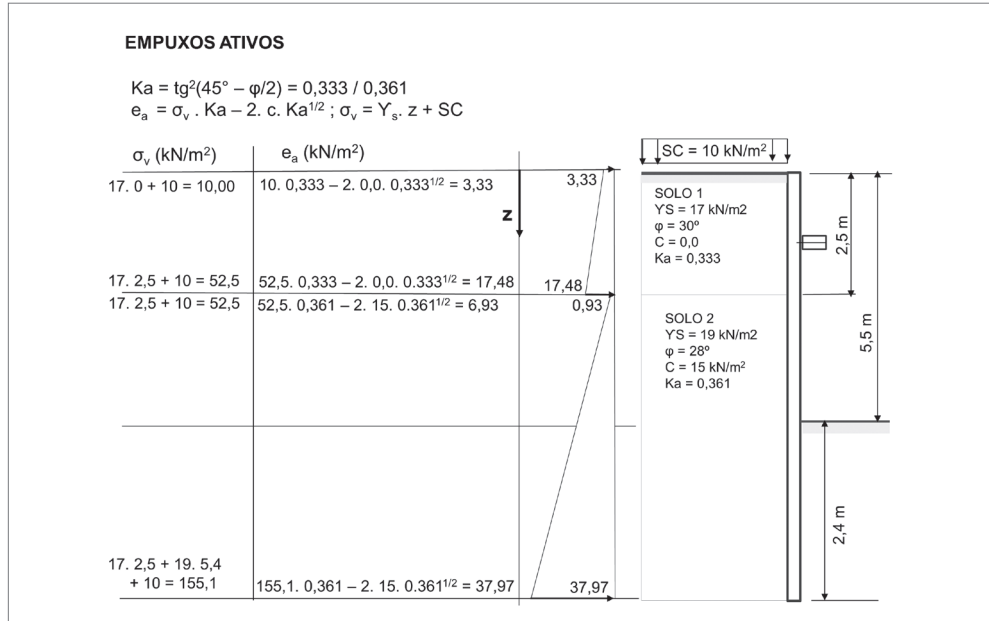
A estabilidade da ficha será verificada pelo fator de segurança  $FS = 1,5$ , na relação direta entre a resultante das reações limites, e a resultante das reações de compressão nos elementos de mola, obtidas pelo processamento.



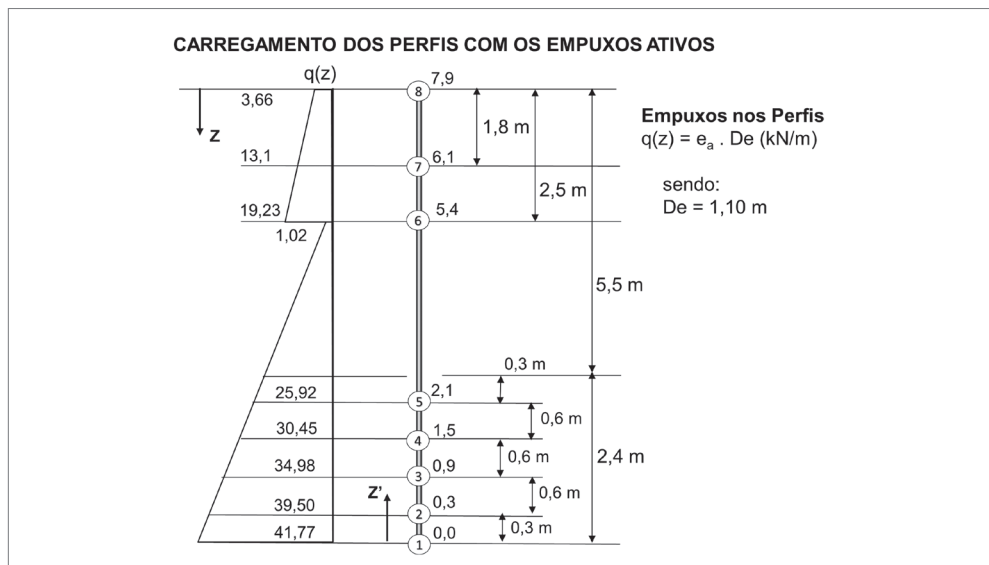
A rigidez das molas são determinadas como sendo diretamente proporcionais ao coeficiente de recalque horizontal  $k_{h,\lambda}$ , conforme a seguir:



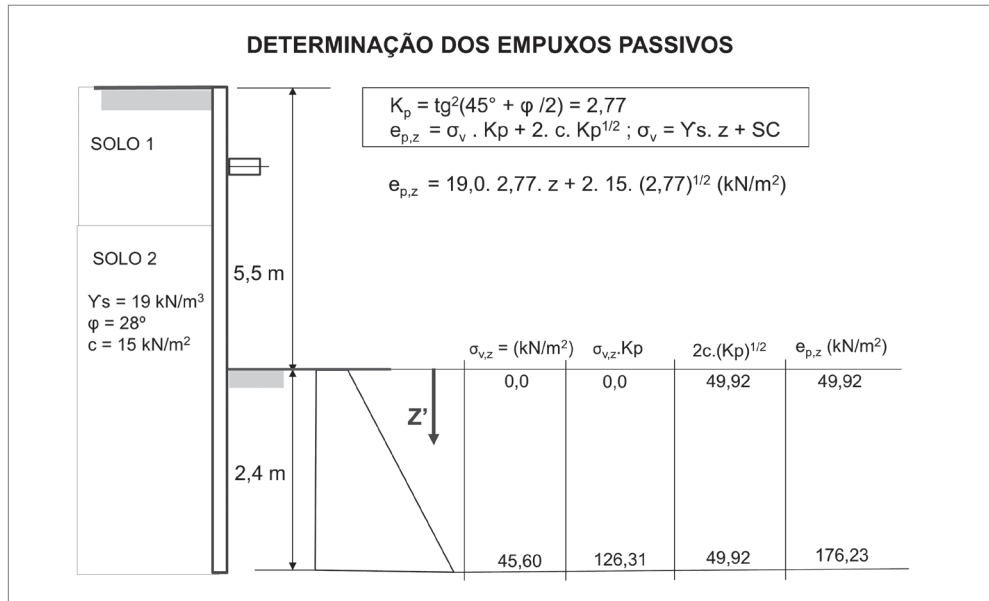
Os empuxos ativos que atuam no escoramento são aplicados em toda sua profundidade, desconsiderando eventuais trechos em que não tenha ocorrido o desconfinamento do solo do terrapleno, incidindo contra o paramento contínuo:



O modelo de processamento com os carregamentos dos empuxos ativos em cada barra estão indicados a seguir:



O limite de resistência do solo da ficha à compressão horizontal será considerado como sendo os empuxos passivos de Rankine. A pressão do empuxo é determinada, inicialmente, como atuando na projeção em área contra o paramento vertical, sendo então corrigida pela largura de propagação frontal às estacas.



Determinação da reação limite do solo contra as estacas

A reação limite do solo a considerar, trata-se do carregamento linear produzido pelas deformações horizontais limites, que resultam dos empuxos passivos. A componente linear das reações limites do solo contra as estacas, decorrentes das deformações da linha elástica, corresponde a duas grandezas multiplicativas, a primeira, uma variável, que é resultado da mobilização dos empuxos passivos do solo ao longo da profundidade da ficha. A segunda grandeza trata-se da largura de incidência na mobilização dos empuxos passivos, também variável.

Para considerar a largura de mobilização dos empuxos passivos, será utilizado o critério como apresentado em 3.3.3. A componente linear das reações limites do solo contra as estacas  $q_{p,z}$  será determinada segundo equação (3.3.3.3):

$$q_{p,z} = \left( \gamma_s \cdot K_p \cdot z + 2 \cdot c \cdot \sqrt{K_p} \right) \cdot (b_0 + b') \text{ "kN / m"}$$

sendo:

$b_0$ : largura da aba da estaca;

$b' = 0,65 \cdot \operatorname{tg} \varphi' \cdot z$ : largura de espraçamento do empuxo passivo correspondente ao atrito interno do solo (3.3.3.2).

Cálculo das reações lineares limites do solo contra as estacas,  $q_{p,z}$

$$b' = 0,65 \cdot \operatorname{tg} 28^\circ \cdot z = 0,346 \cdot z$$

$$q_{p,z} = \left( 19,0 \cdot 2,77 \cdot z + 2 \cdot 15,0 \cdot \sqrt{2,773} \right) \cdot (0,175 + b')$$

$$q_{p,z} = (52,63 \cdot z + 49,92) \cdot (0,175 + b') \text{ kN / m}$$

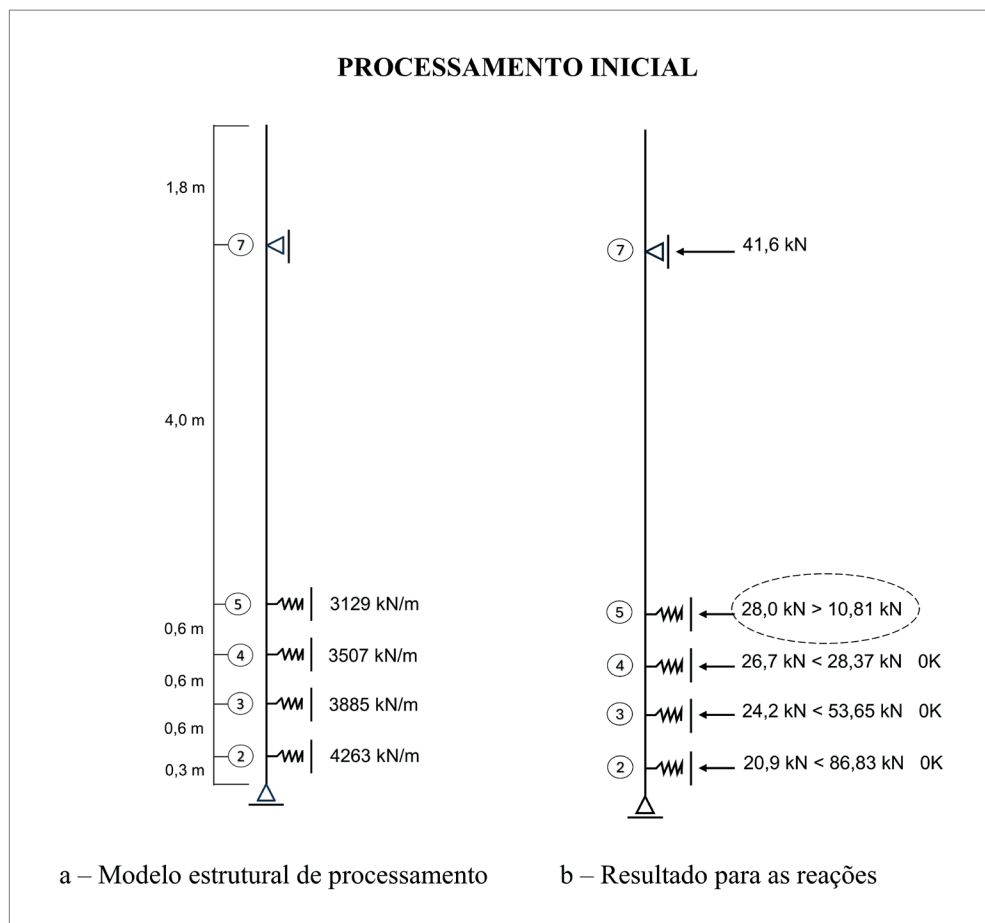
Reação limite das molas

$$R_{ult,mola} = e_{mola} \cdot q_{p,z} = 0,6 \cdot q_{p,z}$$

$\rightarrow Z$	$b = (0,175 + b')$ $(0,175 + 0,346 \cdot z)$	$q_{p,z}$ $(52,63 \cdot z + 49,92) \cdot b \text{ (kN / m)}$	$R_{ult,mola}$ $0,6 \cdot q_{p,z} \text{ (kN)}$
0,0	0,175	8,74	
0,3	0,279	18,02	10,81
0,9	0,486	47,28	28,37
1,5	0,694	89,43	53,65
2,1	0,902	144,72	86,83
2,4	1,01	177,99	

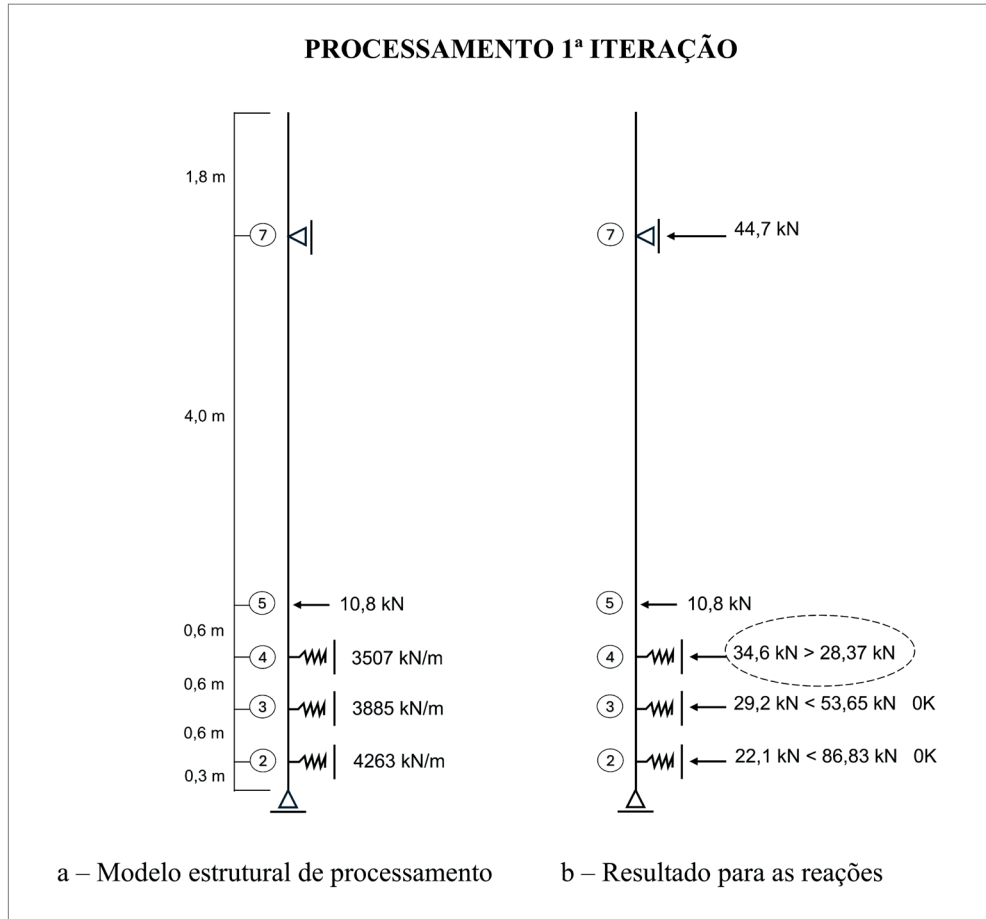
Com o modelo de processamento, a partir das barras entre os nós de 1 a 8, aplica-se a cada uma os carregamentos provenientes dos empuxos ativos, processando-se então, pelo MEF unidimensional, modelo linear elástico, cujos resultados estão apresentados, a seguir.

## Resultados do processamento



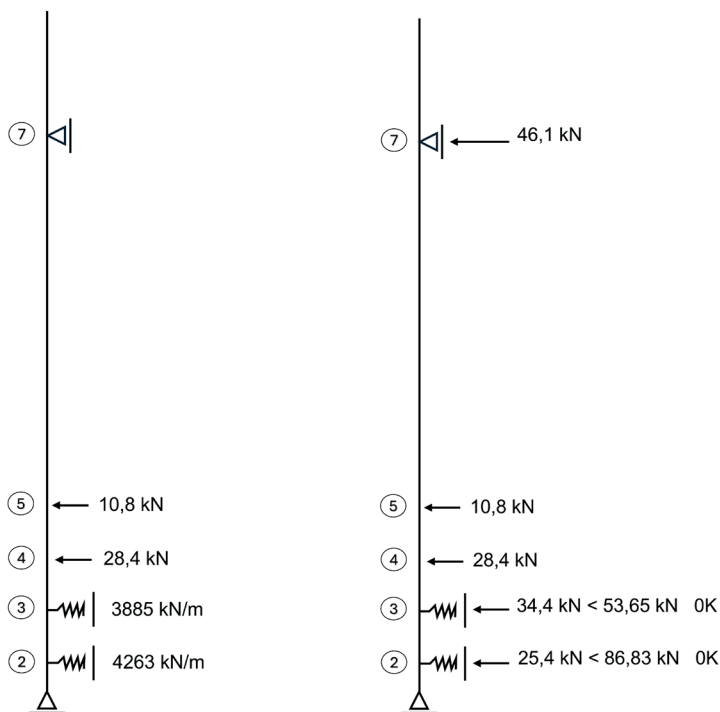
Verifica-se que, para a mola do nó 5, a reação ultrapassou o limite de resistência do solo. Como procedimento de correção, o modelo será adequado a essa situação, manualmente, atribuindo-se rigidez nula à mola correspondente e aplicando-se, no mesmo nó, uma força reativa que simule a reação última mantida na mola após a plastificação do solo. Efetua-se, então, um novo processamento, a partir dessa adaptação, correspondendo a uma primeira iteração.

## Resultados do processamento para a primeira iteração



A partir da nova configuração do modelo estrutural, para uma primeira iteração, não houve o equilíbrio dos esforços. Efetua-se, a seguir, uma segunda iteração, atribuindo-se rigidez nula à mola do nó 4 e aplicação, no mesmo nó, da força reativa correspondente.

## PROCESSAMENTO 2ª ITERAÇÃO



a – Modelo estrutural de processamento

b – Resultado para as reações

A partir da nova configuração do modelo estrutural, na segunda iteração, houve o equilíbrio dos esforços, assumindo-se as forças finais que atuam nos nós 2, 3, 4 e 5. Para a verificação da estabilidade da ficha, impõe-se um fator de segurança FS para a relação:  $\Sigma R_{ult,mola}$  (resistência limite das molas) /  $\Sigma R_i$  (reações dos carregamentos)  $> 1,5$ .

$$\frac{\Sigma R_{ult,mola}}{\Sigma R_i} = \frac{10,8 + 28,4 + 53,65 + 86,83}{10,8 + 28,4 + 34,4 + 25,4} = 1,82$$

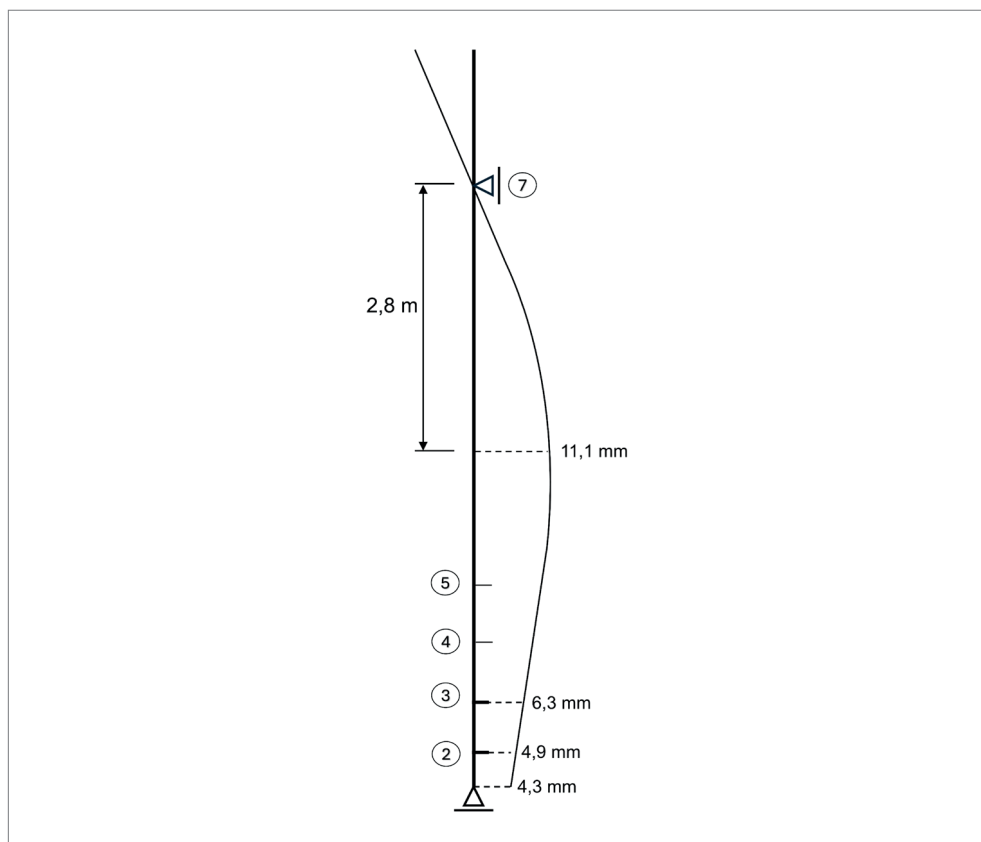
$$\frac{\Sigma R_{ult,mola}}{\Sigma R_i} = 1,82 > 1,5 \text{ OK}$$

O modelo estrutural satisfaz às condições de estabilidade do solo da ficha.

## Análise estrutural

Inicialmente, cabe avaliar a conformação da deformação da linha elástica com o modelo de processamento e verificar o limite da máxima deformação da estaca.

### Deformação da linha elástica



Será utilizada na verificação a relação:  $\ell$  (vão teórico) /  $m$  (proporção da deformação de 300).

$$\frac{\ell}{m} \geq f_{\max}; \frac{2 \cdot 2,8}{300} = 0,0187 > 0,0111 \text{ OK}$$

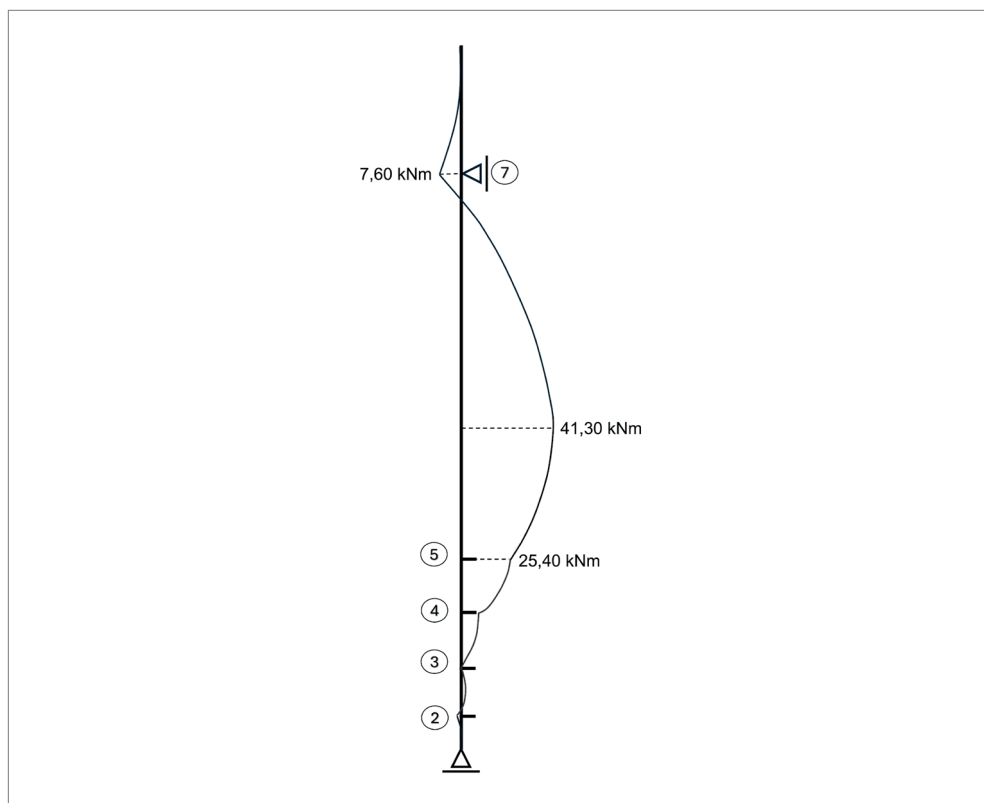
Verificação das *tensões normais* do perfil metálico que compõe a estaca.  
Será considerado o aço ASTM A-36,  $f_y = 250$  Mpa.

Tendo em conta tratar-se unicamente de uma verificação sucinta e direta, será considerada, como limite para a tensões, a relação:

$$\frac{M_k}{W_s} \leq \frac{f_y}{1,65}$$

sendo:  $W_s$  – momento resistente do perfil metálico

Diagrama de momentos fletores



$$\frac{M_k}{W_s} = \frac{41,3}{0,4366^{-3}} \leq \frac{250000}{1,65}; 94,59 \text{ Mpa} < 151,51 \text{ Mpa OK}$$

O perfil metálico: Welded I-shapes (BR) - CVS 250 – 37,5 satisfaz às necessidades estruturais.

**EXEMPLO 6.9**

## Estacas engastadas em bloco rígido

Para o bloco rígido a seguir esquematizado, constituído por quatro estacas verticais igualmente espaçadas, submetido a esforços aplicados nas duas direções, determinar as máximas e mínimas reações verticais nas estacas e os momentos de engastamento delas no bloco. Adotar para a resolução o MEF unidimensional, segundo o modelo de Winkler.

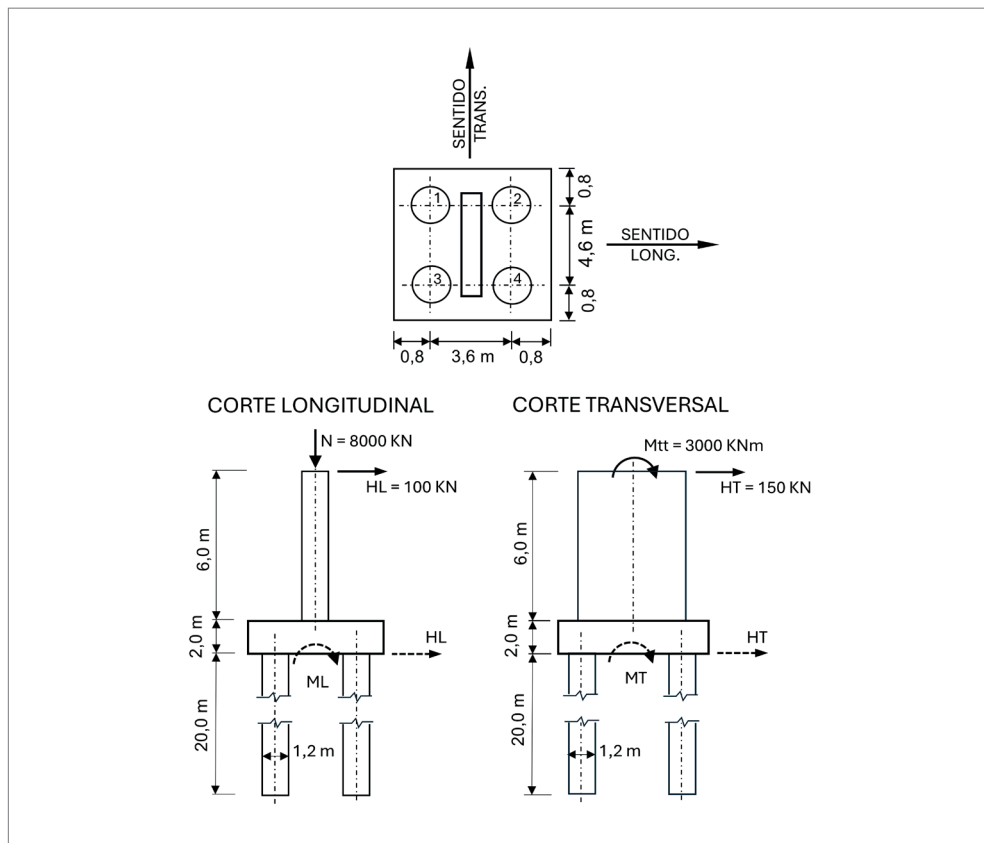
## Dados

- Estacas de concreto
  - $E_c = 21.10^6 \text{ kN/m}^2$
  - diâmetro: 1,2 m
  - profundidade das estacas: 15,0 m
- Solo argiloso
  - $k_{h,\lambda} = 10000 \text{ kN/m}^3$

## Cargas aplicadas

- Direção longitudinal
  - $L = 100,0 \text{ kN}$
  - $ML = 100,0 \cdot 8,0 \text{ m} = 800,0 \text{ kNm}$  (ver esquema a seguir)
- Direção transversal
  - $T = 150,0 \text{ kN}$
  - $Mt = 3000,0 \text{ kNm}$
  - $MT = 3000,0 + 150,0 \cdot 8,0 = 4200,0 \text{ kNm}$  (ver esquema a seguir)
- Normal
  - $N = 8000,0 \text{ kN}$

## Esquema geométrico e de carregamentos



As principais considerações sobre o funcionamento estrutural das estacas, são:

- As estacas estão engastadas no bloco.
- As forças horizontais aplicadas ao bloco são resistidas pela capacidade de flexão das estacas, gerando momentos de engaste no bloco.
- Os momentos de engastamento das estacas no bloco devem ser somados aos momentos solicitantes atuantes, participando na decomposição dos momentos para a composição das cargas axiais das estacas.
- As estacas devem ser dimensionadas às solicitações de flexo-compressão, para as máximas e mínimas reações, prevalecendo o caso mais desfavorável.



A partir do processamento, tem-se:

$$M1 = -373,3 \text{ kNm.}$$

- Momentos no topo das estacas

- Direção longitudinal

$$M_{\text{eng,L}} = \frac{M1}{100} \cdot \frac{HL}{4}$$

$$M_{\text{eng,L}} = \frac{-373,3}{100,0} \cdot \frac{100,0}{4} = -93,32 \text{ kNm}$$

- Direção transversal

$$M_{\text{eng,T}} = \frac{M1}{100} \cdot \frac{HT}{4}$$

$$M_{\text{eng,T}} = \frac{-373,3}{100,0} \cdot \frac{150,0}{4} = -139,95 \text{ kNm}$$

- Determinação dos momentos totais nos blocos

- Direção longitudinal

$$ML = 100,0 \cdot 8,0 - 4 \cdot 93,32 = 426,72 \text{ kNm}$$

- Direção transversal

$$MT = 3000 + 150,0 \cdot 8,0 - 4 \cdot 139,95 = 3640,20 \text{ kNm}$$

- Cálculo das reações nas estacas

$$R_{\text{est,i}} = \frac{N}{4} \pm \frac{ML}{2 \cdot 3,6} \pm \frac{MT}{2 \cdot 4,6}$$

$$R_{\text{est,i}} = \frac{8000,0}{4} \pm \frac{426,72}{2 \cdot 3,6} \pm \frac{3640,20}{2 \cdot 4,6}$$

$$R_{\text{est } 1} = 2336,40(+ - +)$$

$$R_{\text{est } 2} = 2454,94(+ + +)$$

$$R_{\text{est } 1} = 1545,06(+ - -)$$

$$R_{\text{est } 4} = 1663,60(+ + -)$$

- Momento máximo nas estacas

$$M_{\text{eng,max}} = \sqrt{M_{\text{eng,L}}^2 + M_{\text{eng,T}}^2} = 168,21 \text{ kNm}$$

As estacas devem ser dimensionadas para flexo-compressão, para os casos de combinações de reação máxima ou mínima, considerando-se o caso mais desfavorável.

- Caso 1:  $R = 2454,94 \text{ kN}$  e  $M = 168,21 \text{ kN.m}$ ;
- Caso 2:  $R = 1545,60 \text{ kN}$  e  $M = 168,21 \text{ kN.m}$ .



## CAPÍTULO 7

# Método da evolução das tensões

Refere-se à avaliação da evolução das *tensões normais* que atuam em um elemento solo ou, mais especificamente, referindo-se ao método, às tensões horizontais e suas progressões a partir do estado neutro de tensões, em repouso. Quando aplicado à análise das tensões horizontais que se desenvolvem no solo, o método pressupõe que um elemento solo transita entre os limites dos estados ativo de tensões e passivo, mantendo as características elásticas do solo, após ciclos em que tenha atingido a plastificação, quando se supõe total recuperação elástica. O objetivo desse método é estudar modelos de interação solo-estrutura em que ocorram ciclos de deformações do elemento estrutural, com alternância dos sentidos das curvaturas da linha elástica.

As tensões internas no solo somente estarão em equilíbrio estático natural, como já visto no Capítulo 2, seção 2.2 – Estado de tensões em repouso –, quando em repouso, recebendo a denominação de tensões de confinamento ou de repouso. Esse estado de tensões pode ser alterado pela aplicação de deformações impostas ou variações das próprias tensões, por carregamentos induzidos, que introduzem na massa de solo, parcelas de compressão ou descompressão. Partindo-se, como referência, de um elemento solo solicitado a tensões de confinamento  $\sigma_o$ , estando assim a massa de solo pré-comprimida, o referido elemento poderá receber incrementos específicos de deformação, que correspondem a acréscimos de tensão  $\Delta\sigma$ , até atingir o estado de plastificação passivo  $ep$ , mantendo, então, o mesmo nível de tensões para defor-



módulo secante de deformações equivalente. A transição para o patamar de escoamento também deve receber ajustes. Os principais ajustes, no entanto, devem-se ao estado de descompressão, mediante tensões de desconfinamento, situação que merece as maiores considerações. A dificuldade em se estabelecer um módulo secante de deformações no desconfinamento decorre do comportamento atípico que muitos solos apresentam em estado de descompressão, como perda total da elasticidade, ruptura brusca ou fluência, entre algumas das possibilidades. Em argilas sobreadensadas, por exemplo, abaixo da tensão referencial de pré-adensamento, o modelo é razoavelmente previsível, assemelhando-se ao da Figura 7.1, podendo, no entanto, ocorrer expansões na evolução das compressões e rompimentos localizados na descompressão, como decorrência da ação da coesão.

Assim, importa aos estudos o gráfico de evolução de *tensões normais*, em função das deformações, também denominado de curva p-y, que representa a evolução da curva tensão-deformação em progressão não elástica das deformações, podendo ser elaborado a partir de ensaios em laboratório ou de referências conhecidas sobre o solo, para que se obtenha uma previsão do comportamento do solo em compressão ou descompressão. Desse resultado, pode-se, por exemplo, idealizar um modelo em que a região de serviço se enquadre convenientemente em um trecho mais homogêneo e previsível, relativamente à relação tensões-deformações, quanto à mobilização do solo às solicitações de projeto. Tomando-se como exemplo um projeto de uma parede de contenção vinculada por tirantes protendidos, pode-se decidir por trabalhar unicamente com tensões de compressão acima do estado de serviço, mesmo nas etapas construtivas distintas ou, ao contrário, diante de propriedades favoráveis do solo, permitir que as pressões finais do solo contra a parede resultem inteiramente no estado ativo, por economia de projeto.

Cabe ressaltar que em modelos numéricos de cálculo, como o MEF, o módulo de deformação a ser assumido refere-se à relação tensão-deformação, na compressão simples, sem a inserção de qualquer tensão de confinamento para sua obtenção, visto que por este método, naturalmente se impõe ao modelo um estado inicial de confinamento do solo, segundo suas características físicas e relações geométricas do modelo em análise. Na inviabilidade de realizar um ensaio de compressão simples, pelas razões já conhecidas, como é o caso das areias, pode-se proceder à realização do ensaio *triaxial CD*, efetuando-se a correção do módulo de deformação e do coeficiente de Poisson, resultantes, a partir de formulações da teoria da elasticidade. Elimina-se, dessa forma, a influência da tensão confinante  $\sigma_3$  sobre o resultado obtido para o módulo de deformação. Cabe ressaltar que, na realidade, com o confinamento, são as deformações que são reduzidas, ficando o módulo de deformação invariável. O aumento do módulo de deformação com o confinamento é um recurso utilizado

para obter a redução das deformações, em caso de modelos simplificados de resolução, como os unidimensionais. Em caminho inverso, no caso de métodos semiempíricos que estimam o valor do módulo de deformação do solo por correlações, pode-se recorrer à correção do módulo de deformação em função dos efeitos favoráveis do confinamento, utilizando-se as mesmas formulações da teoria da elasticidade. Há também correlações de valores com resultados de sondagens e ensaios *in situ*, como o  $N_{SPT}$  que, de certa forma, fornecem uma relação para se estimar o módulo de deformação com relativa coerência ao que o solo está submetido a determinada profundidade, especialmente em areias, como apresentam Cintra e Aoki (2011).

Para a determinação das tensões no solo, o método de cálculo numérico mais difundido e utilizado como base para os problemas que envolve uma massa de solo é o MEF – método dos elementos finitos. Também são utilizados outros métodos, como o MDF – método das diferenças finitas – e o MEC – método dos elementos de contorno –, cada um aplicado diante das facilidades que proporciona na resolução de cada problema específico e do nível de precisão que se deseja impor à solução do problema. Segundo Rosa (2013), o MDF foi o primeiro a surgir, que consta da discretização do meio contínuo, que transforma um sistema de equações diferenciais em um sistema algébrico utilizando-se os valores de domínio. Seguiu-se com o MEF, que consiste em discretizar todo o meio contínuo em elementos que interagem entre si pelos seus nós de vinculação. Cada elemento é equacionado isoladamente, mediante variáveis que representam seus campos de deformação, mas, no conjunto, considera a energia total da deformação imposta ao sistema e o equilíbrio das forças nos nós. Nos casos de aplicação em solo, normalmente, tem-se utilizado modelos que simulam o comportamento de vigas ou pilares (unidimensionais), paredes (planos), ou axisimétrico (sólidos). Pappalardo (2023) efetua considerações sobre as equações de resolução aplicadas a cada caso, resultando, para sua resolução, na formação de sistemas com  $n$  equações a  $n$  incógnitas, sendo  $n$  o número de vinculações (nós), obtendo-se maior precisão nos resultados, quanto maior o número de nós. O MEC, mais recente, é considerado de melhor desempenho quando aplicado em meio infinito ou, no caso particular do solo, em meio semi-infinito. Consiste em uma representação integral envolvendo dois problemas: o primeiro considera o meio infinito, cuja resolução exige a interpretação e discretização da vinculação do contorno, de modo a simular os efeitos da propagação das deformações em meio infinito; o segundo representa o problema em questão, inserido no primeiro, com maior precisão no detalhamento, caracterizado também pela compatibilidade obtida por condições de contorno.

A análise do comportamento da relação estaca-solo, por quaisquer dos métodos, é feita por meio da compatibilidade dos deslocamentos dos nós e equilíbrio das forças

de interação ao longo da interface estaca-solo. Normalmente, as estacas são tratadas como elementos estruturais unidimensionais de comportamento linear-elástico. No entanto, tratando-se de estacas de concreto, o modelo com comportamento linear-elástico pode não corresponder a um estado realista das deformações que ocorrem no concreto armado, o qual, dependendo do domínio de trabalho, pode apresentar perda da rigidez flexional devido ao efeito de propagação de fissuras, o que leva as peças de concreto armado à condição de não-linearidades físicas e geométricas, como apresenta Khouri (2001). Para se levar em conta esse efeito, pode-se recorrer ao desenvolvimento teórico que considera a relação momento-curvatura para avaliar e prever nas análises, mediante flexão do elemento estrutural, a perda progressiva da rigidez da seção pelo efeito da fissuração, mas isso implica em um rebuscamento elevado ao processo de análise.

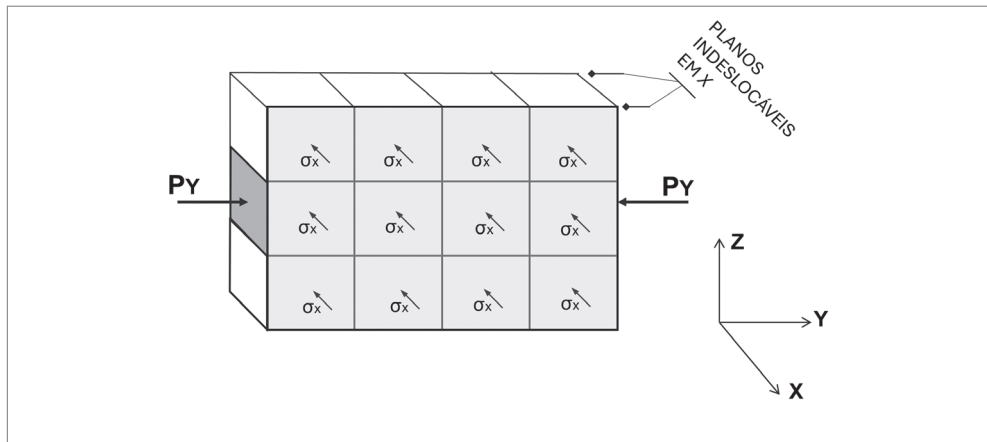
Havendo predominância das solicitações de flexão, de forma mais simplista, para a avaliação da deformabilidade lateral da estaca, pode-se utilizar parâmetros de rigidez aplicados a uma seção estrutural fissurada, como preconiza a NBR 6118 (ABNT, 2014). No entanto, na maioria dos casos da prática, a consideração de comportamento linear-elástico para os problemas de estaca-solo é aceita e traz suficiente precisão.

Em casos em que se requer maior precisão de análise, tem sido aceito o modelo denominado de “dano plástico” ou *concrete damaged plasticity*. González (2014) descreve os princípios básicos que norteiam as análises. Esse modelo pode ser utilizado no intuito de avaliar os efeitos de danos irreversíveis a que as estruturas podem estar submetidas, ao se considerar nas análises, especialmente em peças de concreto armado, os mecanismos que levam ao estado de fissuração e degradação da rigidez dos materiais constituintes da peça estrutural, com registro histórico relacionado ao nível das solicitações.

## 7.1 MÉTODO EVOLUTIVO DE TENSÕES APLICADO A MODELOS PLANOS

No caso de as análises serem efetuadas no estado plano de tensões, normalmente a seção no plano  $YZ$  em estudo é replicada ao longo do eixo ortogonal  $X$ , ou seja, por meio de sucessivos planos paralelos  $YZ$ , analisados de forma independente, mas cujas deformações orientadas ao eixo  $X$ , decorrentes do efeito de Poisson, anulam-se, por se contraporem em cada seção. A simulação, assim, admite a ação do confinamento lateral ao plano  $YZ$  (em  $X$ ), dos elementos quando solicitados por compressão ao longo dos eixos  $Y$  e  $Z$ . Ver Figura 7.2. Nesse caso, pode-se efetuar a consideração de que os planos  $YZ$  sucessivos sejam indeslocáveis na direção  $X$ , o que irá gerar, como decorrência, tensões de confinamento ortogonais ao plano em análise. Se os carregamentos  $P_y$  aplicados ao longo de  $Z$  forem contínuos e uniformes, o modelo repre-

sentaria um ensaio *triaxial* edométrico, em que as laterais dos elementos são confinadas, respondendo ao equilíbrio diretamente pelo efeito de Poisson.



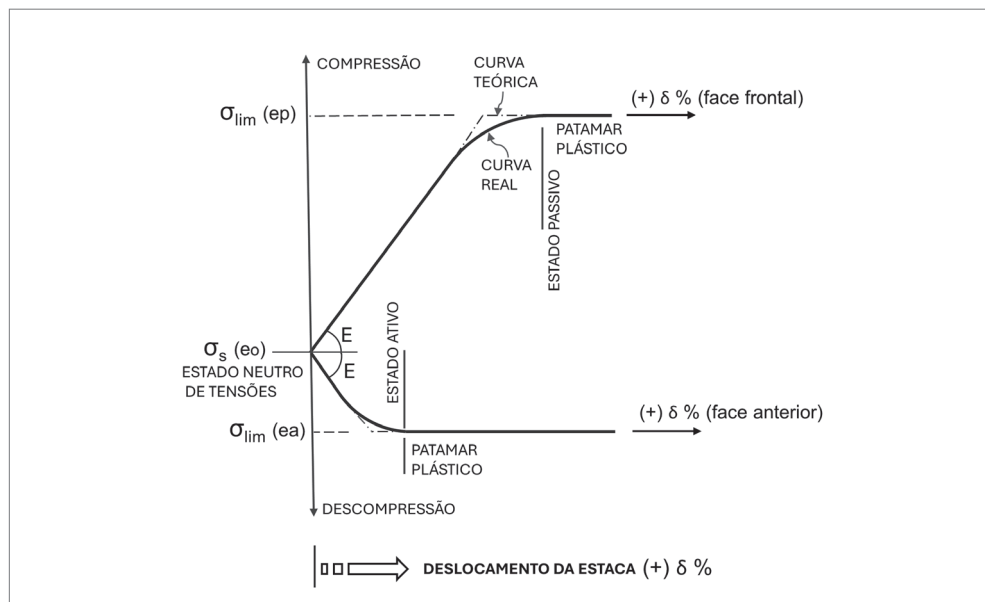
**Figura 7.2** Representação de modelagem de malha para processamento em MEF.

Fonte: adaptado de Tamoio, 2015.

Os estudos e análises de interação solo-estrutura voltados a elementos estruturais carregados lateralmente, que envolvem a evolução de tensões, são normalmente efetuados pelo MEF. Tratando-se de paredes contínuas, utilizam-se, em especial, os modelos em estado plano de tensões, fatiando-se a massa de solo em sucessivos planos *YZ*. No caso de estacas isoladas, os modelos sólidos representam melhor a discretização do solo, segundo a orientação axissimétrica, por considerarem o equilíbrio do elemento estrutural com a contribuição das interações ortogonais à direção de deslocamento principal, com resposta mediante tensões radiais à superfície da estaca, obtendo-se de forma mais realista os efeitos das reações de confinamento, no entanto, geram um trabalho de elaboração e processamento do modelo bem mais complexo.

Nas análises em modelos planos, mais usuais, inicialmente, o solo encontra-se pré-comprimido, gerando um estado de tensões que corresponde ao estado de repouso. Ao se aplicarem os carregamentos externos, o solo estará submetido a um acréscimo de compressão no sentido do deslocamento e, em sentido oposto, à descompressão (decréscimo da compressão inicial correspondente ao repouso), tendo, em ambos os casos, como estado inicial de tensões, o de repouso. Assim, as tensões iniciais de confinamento (repouso) serão acrescidas das tensões de compressão causadas pelo deslocamento do elemento estrutural, até um limite estabelecido como o de plastificação, normalmente os empuxos passivos de Rankine. Em sentido oposto, as tensões iniciais de repouso serão reduzidas pela descompressão do solo até o limite

mínimo, em que ocorre a plastificação, estabelecendo-se, normalmente, para esse limite, os empuxos ativos, como mostra a Figura 7.3.



**Figura 7.3** Efeito sobre a compressão e descompressão do meio devido ao deslocamento horizontal de um elemento estrutural no solo.

O método evolutivo de tensões tem sua maior aplicação nos modelos de contenção de escavações, como nos escoramentos com paramento vertical contínuo. Em especial, quando atirantados em vários níveis, a evolução das etapas construtivas, envolvendo a escavação e protensão dos tirantes, faz com que, nas duas faces da estrutura, ocorra uma inversão de esforços, com flutuação das tensões, podendo inclusive levar à inversão das tensões limites de ativas para passivas, assim como o inverso. Nesse tipo de sistema construtivo, cujas deformações ocorrem de forma significativa, prepondera a mobilização dos empuxos, passivos e ativos, de forma mais significativa em profundidades intermediárias, prevalecendo, no entanto, a restituição dos níveis de tensão, ao se estabilizarem as deformações após escavação. Essa configuração, para simular a oscilação das tensões no solo nas etapas de evolução do método construtivo, mesmo com muitas aproximações, leva a envoltórias que se aproximam bem a resultados reais.

O método evolutivo é, em geral, aplicado por softwares específicos para solos, que apresentam sub-rotinas para acumular de modo automático os resultados das várias iterações, consideradas as etapas de escavação, aplicação de vínculos provisórios, ou definitivos, variação das cargas acidentais, entre outros. Também deve ser

intrínseca a lei de plastificação do solo adotada. Dinis (1988) apresenta uma aplicação para parede com um único travamento fixo, pelo MEF modelo plano e software específico para solos, com considerações para análise plástica de cada elemento pelo critério Mohr-Coulomb. O confinamento do solo foi aplicado diretamente, cuja variação de seus valores foi efetuada mediante evolução por meio de empuxos de repouso aplicados diretamente, com a correção automática de seus valores a partir das etapas de escavação. Os resultados reproduziram com boa coerência o comportamento do solo, em especial para cargas verticais de grande magnitude aplicadas parcialmente no terrapleno. Na Figura 7.4, é exemplificada a aplicação do método evolutivo de tensões para uma contenção em paramento contínuo atirantado, com um único nível de tirantes protendidos.

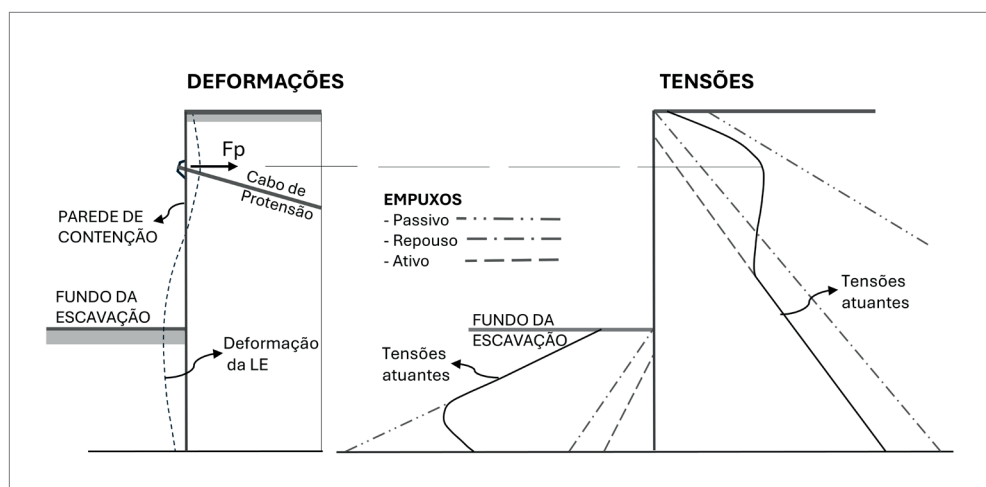


Figura 7.4 Estado final de tensões horizontais no solo em uma parede de contenção obtido pela evolução das tensões.

Para escavações com vários níveis de escavação e atirantamento, o modelo de processamento exige sucessivas alterações na matriz inicial, tendo em conta a desabilitação da rigidez dos elementos solo a cada etapa de escavação e inserção de novos tirantes. O cálculo da parede refere-se a uma somatória acumulativa de esforços e de envoltórias com os resultados das etapas anteriores, seguindo fielmente o esquema estabelecido para a execução. Ver Figura 7.5.

A cada nova etapa, os resultados do processamento são acumulados e envoltos aos das etapas anteriores. Como sequência das etapas construtivas, inicia-se com a inserção da parede no subsolo, introduzindo-se a ação dos empuxos de repouso, hidrostáticos e decorrentes de sobrecargas, por exemplo. Segue-se com a remoção dos elementos de solo referentes ao primeiro nível de escavação, efetuando-se o processamento dessa etapa. Na sequência, introduz-se a força de protensão do pri-

meio nível de tirantes, efetua-se o processamento, acumulando-se os resultados e seguindo-se, então, às etapas seguintes.

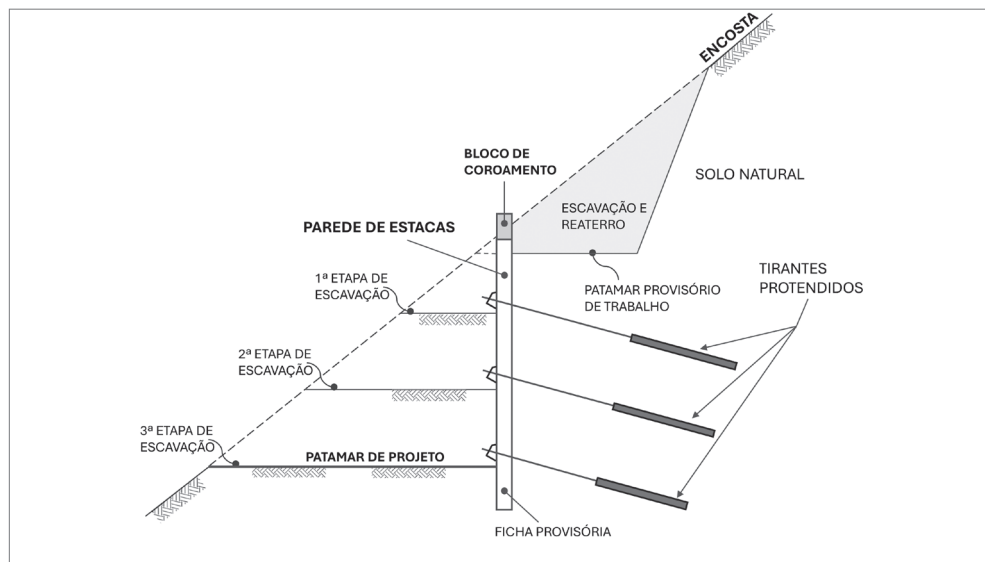


Figura 7.5 Execução de paredes de contenção com vários níveis de atirantamento.

## 7.2 MÉTODO EVOLUTIVO DE TENSÕES APLICADO A ESTACAS ISOLADAS

Em caso de estacas isoladas, quando submetidas a carregamentos laterais, a restituição das tensões ao estado inicial de deformação do solo, na curva tensão-deformação, após carregamentos e descarregamentos cíclicos, pode não ocorrer, restando deformações residuais no solo, ao descarregamento. Nesse caso, as tensões correspondentes ao limite de plastificação ativo, característico da descompressão, podem não ser mobilizadas, em função do arqueamento do solo na horizontal em torno da estaca.

Esse comportamento depende de muitos fatores, variando de caso para caso, porém, é mais nítido em estacas de menor diâmetro. Para as estacas de maior diâmetro, especialmente em solos não coesivos, pode ocorrer o deslocamento do solo após o arqueamento, o que leva à ruptura local e, conseqüentemente, à plastificação pelos limites ativos. O fenômeno apresenta outras feições, em se tratando de outros tipos de solo, como em argilas moles saturadas, em que prevalece a manutenção do efeito de confinamento, não ficando nítida a formação dos limites de plastificação. Interessante, quanto à questão da restituição ao estado de deformação inicial no solo pelo descarregamento, o trabalho de Figueiredo *et al.* (2017), referindo-se a uma obra executada em Cuiabá, em solo caracterizado como silte argiloso, no qual foram realizadas provas de carga em estacas mediante aplicação de deformação horizontal

imposta na extremidade, em pares de reação e que, na média dos resultados, apresentaram um índice de restituição aos deslocamentos horizontais, medidos no topo das estacas, em torno de 55% relativamente às deformações máximas impostas.

Em vista dessas questões, em estacas isoladas, havendo preponderância na atuação de cargas horizontais cíclicas, de intensidade significativa, como em pontes e estruturas marítimas, com riscos de formação de danos plásticos nas estruturas, é de boa prática se efetuar envoltórias de máximos e mínimos esforços, mediante as várias possibilidades de comportamento que podem ocorrer para o solo.

### 7.3 SIMPLIFICAÇÕES VOLTADAS A MODELOS UNIDIMENSIONAIS

Nos modelos unidimensionais, em se querendo aplicar o método evolutivo de tensões, deve-se prever molas nas duas faces do elemento estrutural, o que pode ser conseguido com barras transversais em cada nó. A pré-compressão do modelo, representando o estado de repouso, pode ser simulada por meio de adaptações diretamente nos valores limites de plastificação ativo e passivo, ajustando-se esses limites à pré-existência de um estado de compressão no solo. Normalmente, esse modelo é aplicado a estacas isoladas totalmente embutidas no solo e carregadas unicamente no topo, podendo ser vantajoso, a despeito de ser trabalhoso, em casos específicos de análise que envolvam sistemas estruturais estaca-pilar, em que ocorra uma altura expressiva da estaca acima do solo, desconfinada, sendo de interesse na verificação da segurança à flambagem.

Em caso da análise de escoramentos para contenção de escavações, com um único nível de travamento, tendo em vista as limitações de processamento do modelo unidimensional, pode-se proceder, de forma simplificada, mas com boa aproximação, à aplicação direta dos empuxos ativos na face desconfinada do elemento estrutural, em toda sua profundidade. Na face oposta comprimida, que corresponde à ficha, ao ultrapassar o limite de plastificação do solo, a cada profundidade, utilizar o critério de se desativar o vínculo elástico e substituir por uma força simulando a ação do empuxo passivo. A pré-compressão do modelo, expressando o estado de repouso, pode ser simulada por meio de adaptações com correções no limite de plastificação passivo, prevendo-se a ação das tensões de pré-compressão sobre esse limite. Nesse tipo de análise, o fator de segurança quanto à estabilidade da estaca no trecho de ficha pode ser aplicado diretamente à relação entre a resultante das reações de compressão no trecho comprimido, a partir da superfície, obtida pelo processamento, com a correspondente resultante dos empuxos passivos nesse mesmo trecho.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Ver aplicação numérica: Capítulo 6, Exemplo 6.6 – Estaca isolada carregada lateralmente.

Em casos de estacas carregadas lateralmente no topo, mediante pequenas deformações horizontais, em que se assume a restituição do solo ao seu estado inicial de deformação, após descarregamento, pode-se, como simplificação, prescindir da análise da evolução das tensões, a partir do estado de repouso, dispensando-se a mobilização dos empuxos ativos na profundidade desconfinada da estaca. Na face oposta, comprimida, avalia-se a plastificação do solo por compressão, respeitando-se os limites estabelecidos na plastificação, unicamente pela ação dos empuxos passivos, desconsiderando-se o estado inicial de repouso.

Em escoramentos de escavação com um único nível de contraventamento, é usual se utilizar de métodos semiempíricos, em que se aplicam os empuxos ativos em toda a profundidade da face desconfinada do elemento estrutural e, na ficha, em contraposição, os empuxos passivos, diretamente. Por meio de cálculo analítico, a partir da atuação dos empuxos ativos, obtém-se a reação no centro da ficha e, relacionando-se esse valor com a resultante dos empuxos passivos, alcança-se o fator de segurança FS. Para a determinação dos esforços no elemento estrutural, reaplicam-se os empuxos ativos e, ainda, também os passivos, mas minorados pelo FS encontrado; e a resolução da estrutura é efetuada segundo as formulações da resistência dos materiais. Apesar das várias aproximações, em casos que envolvem menores riscos, esse tipo de procedimento é aplicado, havendo, nesse contexto analítico, métodos propostos por vários autores, com algumas variações entre eles.



## CAPÍTULO 8

# Segurança das estruturas e fundações

A ponderação sobre segurança em obras de engenharia refere-se em grande parte à probabilidade de ocorrência de um acidente e de sua extensão quanto aos danos que ele pode causar. Esses dois fatores definem, conjuntamente, o grau de risco. Diante do risco de um colapso, por exemplo, deve-se ponderar sobre os fatores intervenientes ao próprio risco, os danos e consequências que causa. Avaliada a extensão do risco e sua probabilidade de ocorrência, entram em análise fatores que consideram a relação custo-benefício, pesando na decisão as possibilidades de eliminar, mitigar, minimizar ou aceitar (desconsiderar) os danos que poderão ser causados pelo risco. Deve-se considerar que para eliminar um risco de acidente, naturalmente eleva-se os custos construtivos da obra. Certamente, esse tipo de análise é realizado em ambiente controlado, geralmente sobre decisões aplicadas ao processo construtivo ou decisões administrativas, quando se pode isolar ou eliminar as possibilidades dos riscos associados, como prejuízos ambientais, danos a terceiros e acidentes pessoais com eventuais perdas de vidas humanas, o que é inadmissível. Essas são conjecturas inerentes às decisões.

## 8.1 FATORES DE SEGURANÇA

As normas, ao estabelecer orientações à segurança das obras, consideram que os riscos incidem diretamente sobre a obra em questão, mas, podem também tratar-se de riscos associados, como quando interferem em outras obras ou causam danos a terceiros, tomando-se como postura para o projeto o controle ou minimização da incidência do risco, por meio de um fator de segurança. Ao ser aplicado, modifica a probabilidade de ocorrência do risco de uma situação iminente para uma situação considerada aceitável, com a qual é possível conviver.

Como prática, para as obras usuais, sejam as rodoviárias, urbanas, ou que tenham qualquer relação com a engenharia civil, cujos custos de construção sejam condizentes com o uso corrente, impõe-se em projeto, fatores de segurança que reduzem os riscos geológicos ou geotécnicos a níveis de probabilidade aceitáveis, ao se considerar a avaliação da segurança da própria obra.

Há muitos estudos sobre o assunto, de difícil abordagem, tendo em vista todos os aspectos intervenientes com a questão, já que a variabilidade dos parâmetros envolvidos é grande, inclusive, alguns cercados de imponderações. Velloso e Lopes (2011), Cintra, Aoki e Albiero (2011), Albuquerque e Garcia (2020), Budhu (2013), efetuam análises voltadas à segurança das fundações; Lopes (2017), Gerscovich (2012) se referem à segurança das obras de terra, todos abordando o tema conceitualmente e em consonância com as normas brasileiras envolvidas. De forma geral, entram na avaliação do risco geológico/geotécnico:

- interpretação do problema e da natureza do risco;
- abrangência de ação do risco e de suas consequências;
- delimitação da área para investigações e planejamento geotécnico;
- reprodução do perfil topográfico e geológico;
- obtenção das características do solo;
- ação das águas intersticiais e superficiais;
- identificação das forças em ação, solicitantes e resistentes;
- elaboração do modelo de análise;
- método de análise empregado;
- interpretação dos resultados.

Todos esses fatores listados contribuem e intervêm, direta ou indiretamente, na interpretação do risco, seja em sua natureza, probabilidade de ocorrência ou abrangência. No entanto, não se trata de fatores determinísticos, mas sim interpretativos ou probabilísticos, estando cercados por incertezas, inclusive quanto à sua obtenção. Podem ocorrer questões, como: insuficiência e imprecisão dos dados levantados; má

avaliação das ações ou forças atuantes; elaboração incorreta do modelo físico e geométrico; métodos de análise determinísticos não condizentes com o problema. Para a prática das análises, são estabelecidos por normas coeficientes de segurança a serem utilizados na avaliação da segurança das obras ou da configuração geológica natural que constitui um terreno.

Os coeficientes de segurança são definidos e aplicados segundo dois métodos de análise: método de valores admissíveis, cujo procedimento de análise utiliza um coeficiente de segurança global, que relaciona diretamente os fatores intervenientes estabilizantes (resistências) com os instabilizantes (ações), na avaliação da estabilidade de uma obra; método dos valores de projeto, que avalia isoladamente os fatores estabilizantes e os instabilizantes, atribuindo coeficientes de segurança parciais como ponderação a cada variável independente a incidir na análise da estabilidade da obra. Como fatores instabilizantes, pode-se distinguir as ações permanentes a serem consideradas como invariáveis durante praticamente toda a vida da obra; as ações variáveis, normalmente acidentais, a incidirem de forma intermitente nas envoltórias de esforços; e as ações excepcionais, que devido à baixa probabilidade de incidência, são tratadas com ponderações. Como fatores estabilizantes, enquadram-se as propriedades do solo que conferem reação às solicitações, como a resistência ao cisalhamento dos solos, resistência por ruptura brusca, capacidade de carga das fundações, entre outras.

Na avaliação dos fatores instabilizantes, são consideradas as ações constituídas pelos carregamentos permanentes obtidos em função da construtibilidade da obra e de seus materiais de acabamento; as cargas acidentais e móveis que atuam segundo o uso da construção; os esforços oriundos de efeitos de deslocamentos ou contrações estruturais; de recalques diferenciais nas fundações; ou excepcionais, de rara ocorrência, como abalos sísmicos, efeitos de marés, entre outros. Os valores atribuídos a essas ações devem ser estritamente determinados a partir de curvas de frequência para que se enquadrem dentro de desvios padrão que levem seus valores a níveis probabilísticos que sejam aceitáveis, para que não comprometam as margens de segurança estabelecidas pelas normas brasileiras quando aplicadas às ações. A estas ações se atribui a denominação de ações características.

Para avaliação da segurança das obras que envolvem a engenharia geotécnica e das estruturas, várias normas brasileiras abordam o assunto, algumas o fazem de forma específica. Pode-se citar como mais diretamente aplicáveis ao conteúdo deste trabalho:

1. NBR 6122/2019: projeto de fundações, quanto às definições, nomenclaturas e funcionamento característico dos elementos de fundação e procedimentos a

considerar nas análises para avaliação dos níveis de segurança das fundações, tanto no estado limite último como no de serviço; no que concerne à estabilidade dos elementos de fundação à ação das cargas e às demais ações e efeitos que possam agir nesse sentido, para a avaliação das cargas admissíveis nas fundações. Estabelece os fatores de segurança a adotar;

2. NBR 6118/2014: projeto de estruturas de concreto, quanto às análises a considerar na avaliação da segurança das estruturas de concreto armado, com referência aos estados limites de serviço e último de trabalho, a serem considerados no projeto das estruturas em geral e os respectivos coeficientes de ponderação a serem admitidos às solicitações e às resistências características dos materiais que compõe as estruturas;
3. NBR 8681/2024: ações e segurança nas estruturas, quanto às nomenclaturas, definições, conceitos e classificações a serem assumidas na análise da segurança das estruturas, considerando os estados limites de desempenho último e de serviço, que devem apresentar, no tocante às finalidades e uso da obra;
4. NBR 11682/2009: estabilidade de encostas, quanto aos fatores de segurança globais ao adotar análises da estabilidade de obras de engenharia geotécnica, que envolvam a segurança de obras de contenção ou a acidentes geológicos de ordem natural, considerando níveis de segurança que se referem a danos materiais e ambientais e a vidas humanas que possam ocorrer.

Os fatores de segurança, no caso do trabalho conjunto entre o solo e as estruturas, para garantir a estabilidade da obra, deve-se atender a indicações específicas a cada disciplina em que se enquadram, adequando-se ao que for aplicável ou que cause alguma restrição ao projeto. Assim, no projeto de uma fundação, a capacidade de carga é avaliada atendendo às orientações da NBR 6122 (2019) e, quanto às estruturas da referida fundação, à NBR 6118 (2014). No entanto, há casos de projeto em que a distinção entre solo e estrutura não é facilmente separável, por exemplo, em determinadas estruturas de contenção em que a rigidez do elemento estrutural e do solo trabalham conjuntamente para garantir estabilidade a um escorregamento. Nesses casos, o projetista deve distinguir conceitualmente as funções de cada elemento participante, solo e estrutura, para aplicar os fatores de segurança, conjuntos ou isoladamente, a cada condição de análise.

### 8.1.1 Método dos valores admissíveis

O método dos valores admissíveis, tendo em vista as obras estruturais, solo-estrutura e as que envolvem unicamente os solos, tem sido normalmente aplicado às fundações e obras de terra, considerando na ponderação da segurança da obra, um coeficiente

ou fator de segurança global. Esse método é de uso frequente nas análises geotécnicas, em especial, quando aplicados à verificação da estabilidade de taludes ou de obras de contenção, como também, quando aplicado à segurança de fundações. Como procedimento para a aplicação do método, atribui-se ao elemento resistente estabilizante, responsável pela estabilidade da obra  $R_u$ , uma minoração de seu valor, aplicando-se um fator de segurança global FS, que estabelece um valor admissível para a contraposição do elemento instabilizante  $Q_K$ , cujo valor é denominado de característico.

$$Q_K \leq \frac{R_u}{FS} \text{ (ou) } R_u \geq FS \cdot Q_K \quad (8.1.1.1)$$

Por exemplo, na análise da estabilidade de um talude,  $Q_K$  corresponde às tensões tangenciais à superfície crítica de ruptura, e  $R_u$  às tensões resistentes do solo ao cisalhamento. Poderiam-se aplicar coeficientes de segurança parciais, ponderando-se de forma independente cada fator interveniente na estabilidade do caso exemplificado, no entanto, isso traria às análises uma complexidade desnecessária, tendo em vista as poucas referências de confiabilidade na obtenção de cada parâmetro envolvido. No caso de uma fundação direta,  $Q_K$  poderia se referir à carga característica aplicada, e  $R_u$  à carga de ruptura.

Segundo a NBR 11682 (2009), quanto aos fatores de segurança a adotar, em se tratando de segurança contra acidentes geológicos naturais, os valores variam de FS = 1,2, para obras destinadas a uso em que há pouca incidência de riscos materiais e a vidas humanas, até FS = 1,5, em caso extremo oposto. Na prática, nos casos em que os riscos envolvidos acarretam custos pouco representativos relativamente ao contexto da obra como um todo, nos casos de correção geométrica de taludes, ou outras de menor porte e curriqueiras, adota-se como fator de segurança global FS = 1,5, indistintamente ao caso. Em se tratando de etapas construtivas dessas obras, ou quando sua vida útil é limitada a eventos temporais, é de prática reduzir esse valor para FS = 1,3. Nessas situações, têm-se como alternativa o controle sobre seu uso durante a exposição aos riscos considerados. Para análise de obras de contenção, indica-se a análise de tombamento, FS = 2,0; ao deslizamento, FS = 1,5; e quanto à capacidade de carga das fundações atender às orientações da NBR 6122.

Segundo a NBR 6122 (2019), os fatores de segurança globais a adotar, aplicados aos elementos de fundação, são FS = 3,0 para fundações superficiais, e de 2,0 para as profundas, quando avaliadas por método analítico ou semiempírico; ou 2,0 quando superficiais e 1,6 quando profundas, com a realização de provas de carga, havendo

ponderações para sua redução, ou mesmo considerações para os casos em que deva ser maior que os valores recomendados; para mais detalhes, consultar a própria norma.

### 8.1.2 Método de valores de projeto

De uso irrestrito em obras estruturais e servindo como orientação geral para o projeto, conforme as normas de estruturas, e de implementação mais recente em fundações, o método é usado com mais frequência em obras que envolve análises estruturais, recaindo especialmente sobre o dimensionamento das estruturas, ou em casos de interação solo-estrutura, quando o solo interferir na determinação dos esforços de dimensionamento estrutural. Na avaliação da capacidade de carga de elementos de fundação, os *fatores de segurança parciais ou de ponderação* têm sido aplicados isoladamente a casos que exigem ponderações não previstas pelos métodos usualmente utilizados, seja para a avaliação da capacidade de carga nas fundações, ou em outras aplicações que envolvem a obtenção analítica dimensional dos elementos de fundação.

Dentre os vários fatores interdependentes que levam à análise da segurança das obras estruturais e geotécnicas, quanto à sua estabilidade e dimensionamento dos elementos estruturais, e que são utilizados como ponderações no *método dos fatores de segurança parciais*, pode-se citar: ações e solicitações frequentes e excepcionais, deformações impostas, parâmetros e características físico-mecânicas dos materiais, parâmetros geotécnicos, entre outros. Para sua aplicação, exige-se referências estatísticas sobre a dispersão de resultados que envolvem o parâmetro a ser utilizado, por exemplo: a existência de compilação estatística sobre a confiabilidade de resultados obtidos para as resistências do concreto e do aço, quando aplicados às estruturas de concreto; ou, quando aplicado aos solos, ensaios de *cisalhamento direto e triaxiais*, por exemplo, adotando-se, como coeficiente de segurança parcial, o desvio padrão reconhecido como média para esses ensaios. Não havendo confiabilidade nas referências estatísticas aplicadas a cada parâmetro individualmente, ou pelo menos com boa aproximação, é preferível utilizar o método dos valores admissíveis, em que há naturalmente uma compensação entre os desvios dos vários fatores de ponderação envolvidos, tendo em vista a avaliação conjunta.

O método apresenta boa aplicabilidade, em várias situações, por exemplo:

- Nas situações em que determinado parâmetro interfere na estabilidade global da obra, de forma não direta, no processo de verificação.
- No caso de variabilidade distinta sobre a confiabilidade de resultados de diversos parâmetros independentes.

- No caso de haver incidência de diversas ações sobre o resultado, mas cada uma com probabilidade de ocorrência discrepante umas das outras, situação típica em que há incidência de ações excepcionais. Nessas situações, as normas de estrutura indicam fatores de concomitância, com minorações ponderadas a cada coeficiente de segurança parcial, segundo cada caso de incidência que se sobreponha ao conjunto de ações.
- No caso de dimensionamento de sistemas de contenção ou fundação, que implique em análises solo-estrutura, e que resulte na incidência, quantidade e capacidade resistente de elementos de reforço do solo ou de sua própria dimensão.
- Indistintamente no dimensionamento das estruturas.

Definem-se, como aplicação do método, dois grupos distintos para definição dos *coeficientes de segurança parcial*:  $Y_f$  – coeficiente de majoração das ações características instabilizantes  $Q_k$ ; e  $Y_m$  – coeficiente de minoração dos elementos resistentes  $R_u$ , podendo ambos assumirem valores distintos na incidência sobre eventos diferentes. As ações características  $Q_k$ , ao serem majoradas por  $Y_f$ , recebem a denominação de ações de projeto, passando a ser representadas pelo símbolo  $Q_d$ , assim como os elementos resistentes  $R_u$  recebem a denominação de elementos resistentes de projeto, com o símbolo  $R_d$ . Assim, em uma relação direta de verificação:

$$Q_k \cdot Y_f \leq \frac{R_u}{\Delta_m} \quad (\text{ou}) \quad Q_d \leq R_d \quad (8.1.1.2)$$

Nos casos de verificação da estabilidade em que há uma relação direta entre os esforços instabilizantes e os resistentes, como no caso de deslizamento de taludes infinitos, tendo como instabilizantes as tensões tangenciais e resistentes, as de cisalhamento limite do solo, a verificação pode ser efetuada de modo semelhante ao método das tensões admissíveis, adotando-se para o fator de segurança global  $FS$  o produto entre os coeficientes parciais, relativos às forças instabilizantes e às de resistência ao cisalhamento, como demonstrado em (8.1.1 – 3).

$$Q_K \cdot Y_f \leq \frac{R_u}{\Delta_m} \quad (\text{ou}) \quad \frac{R_u}{Q_K} \geq Y_f \cdot \Delta_m \quad (\text{ou}) \quad \frac{R_u}{Q_K} \cdot \Delta_f \cdot \Delta_m \geq 1,0 \quad (8.1.1.3)$$

Para a análise da estabilidade de taludes, parece mais claro interpretar o problema de forma global pelo método dos valores admissíveis, como preconiza a NBR 11682 (1991).

Especificamente para as fundações, a NBR 6122 (2019) recomenda coeficientes de minoração parciais aplicados diretamente à capacidade resistente do elemento de fundação, adotando-se como valores mínimos:  $\Delta_m = 2,15$ , para fundações superficiais e de 1,4 para as profundas, quando avaliadas por método analítico ou semiempírico; ou 1,4 para fundações superficiais e 1,14 para fundações profundas, com a realização de provas de carga, havendo ponderações para sua redução ou mesmo considerações para os casos em que deva ser maior que os valores recomendados, para detalhes, consultar a própria norma.

Em compatibilização entre os dois métodos: método de valores admissíveis e método de valores de projeto, intui-se que o valor do coeficiente de majoração das ações deverá ser  $Y_f \geq 1,4$ , que se multiplicado pelo valor de  $\Delta_m$ , em cada caso, obtém-se o mesmo valor do FS global, na análise pelo método de valores admissíveis.

Para o caso da análise da segurança das fundações, o método de valores de projeto apresenta coerência com os procedimentos usuais de verificação, ou seja, havendo proporcionalidade nos resultados da avaliação da relação entre as ações e capacidade resistente das fundações.

Para as obras de concreto armado, o método é utilizado indistintamente, como orientação geral para o dimensionamento dos elementos estruturais, fazendo parte das próprias definições dos procedimentos. Para  $Y_f$  – coeficiente de majoração das ações características instabilizantes  $Q_k$ , a norma NBR 6188 (ABNT 2014) adota o valor de 1,4; para  $Y_m$  – coeficiente de minoração dos elementos resistentes  $R_u$ , adota 1,4 para o concreto e 1,15 para o aço, utilizando-se os valores de projeto assim obtidos, instabilizantes ou resistentes, no processo de dimensionamento.

Como vantagem na utilização do método, pode-se aplicar valores distintos de  $Y_f$ , distinguindo-se as ações características frequentes, permanentes ou acidentais, das raras e excepcionais, ponderando-se cada parcela que compõe a solicitação, como a seguir:

$$Y_f = N_{k1} \cdot Y_{f1} + N_{k2} \cdot Y_{f2} + N_{k3} \cdot Y_{f3} + \dots$$

O mesmo procedimento pode ser aplicado, por exemplo, à capacidade resistente das fundações profundas, distinguindo-se, para a avaliação da segurança das estacas, a resistência por atrito e de ponta, atribuindo a cada parcela, ponderações distintas, podendo adequar-se aos vários métodos específicos de avaliação da capacidade de carga.

## 8.2 ESTADO LIMITE DE SERVIÇO

O *estado limite de serviço* pode ser interpretado como o limite superior viável para atuação das cargas de trabalho ou ações em geral, que, em concomitância com as resistências mínimas admitidas dos elementos resistentes, produzam deformações em situação de razoável trabalho elástico, que, após descarregamento, não comprometam suas estruturas e fundações ou os solos superficiais que porventura compõem o perfil natural do terreno, diante de novos ciclos de carregamento ou ações que venham a ocorrer ainda dentro dos limites impostos. Pode-se considerar que no *estado limite de serviço*, não ocorram deformações, desagregações ou efeitos de fluência, que causem danos e efeitos de degradação irreversíveis às estruturas, fundações ou ao próprio solo, assim como, não reduzam sua capacidade resistente. Limitam-se, assim, para enquadramento no *estado limite de serviço*, valores de carregamentos ou intensidade de ações, recalques causados por adensamento do solo, variações térmicas advindas da superestrutura, vento, ações sísmicas, de maré, entre outras, que causem a degradação dos elementos resistentes da obra ou comprometam a sua função.

São, assim, também, considerados na definição do *estado limite de serviço*, os danos associados a outras partes de uma obra de engenharia, vinculadas às estruturas e fundações em análise ou à ocupação do solo em situações de risco, devido à instabilidade da estrutura geológica natural do terreno. Nesses casos, os limites também são estabelecidos em função da não degradação da obra pelo uso e ocupação da superfície do terreno, realização de obras subterrâneas ou outras que possam acarretar a instabilidade do solo, considerando: variação da linha freática, ocorrência de poropressão mediante aplicação de cargas induzidas, cortes do terreno, supressão vegetal, entre outras.

Em especial, os danos associados a serem avaliados ocorrem por avarias da superestrutura que compõe a obra como um todo, como exemplo, mediante a ocorrência de recalques elevados, que gerem o afundamento da construção abaixo das cotas estabelecidas para a função e uso da obra ou de recalques diferenciais inadmissíveis ao tipo de construção, que podem causar trincas nas alvenarias e deficiência no desempenho de suas instalações, ou a inclinação inaceitável do prumo do edifício, ou degradação dos elementos de fundação que venham a limitar as cargas de serviço do edifício.

Para os limites de recalques diferenciais, devem ser consultadas as normas de projeto de estruturas, como: concreto, metálicas, de madeira, pré-moldados ou outras mais específicas. Os recalques diferenciais, em estruturas, geram esforços de flexão adicionais nos elementos estruturais, logo devem atender a limites condizentes à sua capacidade resistente. De forma geral, quanto mais esbeltos forem os elementos es-

truturais, maior a capacidade de absorver recalques diferenciais, sem que venham a comprometer sua capacidade resistente. Contudo, sendo a estrutura, como um todo, muito rígida, ela interfere na própria ocorrência de recalque diferenciais entre elementos de fundação isolados, minimizando o efeito, porém, gerando esforços elevados na estrutura. Como caso extremo de rigidez estrutural, pode-se citar os edifícios de alvenaria estrutural, ou aqueles cuja estrutura é metálica contraventada. Nesses casos, o edifício trabalha como um bloco monolítico, fazendo com que os recalques diferenciais ocasionem o desaprumo do edifício. Assim, casos de recalques diferenciais significativos devem ser avaliados em consonância com o projeto das estruturas, de forma a estabelecer os níveis limites de serviço. Como referência básica de ordem de grandeza para recalque diferencial inadmissível  $\delta_{lim}$ , considerando unicamente os danos estruturais, pode-se utilizar a relação indicada em (8.2.1), sendo  $\ell$  a distância entre pilares com fundações isoladas.

$$\delta_{lim} \leq \frac{\ell}{300} \quad (8.2.1)$$

Já os danos associados ao uso e ocupação do terreno podem referir-se, por exemplo, a recalques, trincas e deslocamentos horizontais na superfície do terreno que causem sua deterioração ou impossibilitem o uso de sua ocupação; rebaixamento do lençol freático a níveis aquém dos limites que garantam a manutenção da umidade natural das camadas do solo junto à superfície; erosões superficiais ou por deslocamento, entre outras.

Atenção especial deve ser dada aos efeitos de deformações diferidas no tempo, como a fluência do concreto, que causa trincas e avarias nos elementos de vedação, esquadrias e outros. Há também que se considerar os casos com consequência devido ao adensamento, em se tratando de solos argilosos, ou de acomodação, no caso das areias; também, deslizamentos por rastejo (*creep*) em encostas, que podem interferir na estabilidade das fundações; efeitos de erosão, que podem descalçar as fundações; deslocamento de margens de córregos, colocando em risco edificações lindeiras. Não sendo possível conter ou evitar tais danos, deve-se minimizar os efeitos, seja pela redução dos carregamentos, o que significa elevar os coeficientes de segurança, ou mitigar os impactos, efetuando-se melhoria nas propriedades dos materiais ou dos solos envolvidos pelas fundações. Podem também serem realizadas obras estruturais de reforço, de fundação ou contenção, de modo a garantir o nível de serviço ao longo da vida útil da obra. Como exemplo de danos associados a deformações diferidas no tempo, pode-se citar: afundamento de cotas de soleiras; rompimento de

instalações de serviços público enterradas; desnivelamento de pisos; desaprumo de postes, muros, ou mesmo de edifícios; entre outros.

Em suma, o *estado limite de serviço* estabelece o limite superior às solicitações que atuam nas fundações ou contenções, de forma a não causar danos inadmissíveis à própria fundação ou contenção, ou provocar danos associados. Trata-se, assim, de uma análise da obra em serviço, que pode, inclusive, acarretar no aumento dos coeficientes de segurança estabelecidos por normas, ou mesmo, na decisão pela não realização da obra segundo o projeto.



## Referências bibliográficas

- ABEF – Associação Brasileira de Empresas de Engenharia de Fundações e Geotecnia. *Manual de execução de fundações: práticas recomendadas*. São Paulo: ABEF, 2022.
- ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 11682: Estabilidade de encostas*. Rio de Janeiro, 2009.
- ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto*. Rio de Janeiro, 2014.
- ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6122: Projeto e execução de fundações*. Rio de Janeiro, 2019.
- ABNT – ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 8681: Ações e segurança nas estruturas – procedimentos*. Rio de Janeiro, 2024.
- ALBUQUERQUE, P. J. R.; GARCIA, J. R. *Engenharia de fundações*. Rio de Janeiro: LTC, 2020.
- ALONSO, U. R. *Dimensionamento de fundações profundas*. São Paulo: Blücher, 2019.
- BANERJEE, P. K.; DAVIES, T. G. Analysis of pile groups embedded in Gibson soil. *Proceedings*, p. 381-386, 1977.
- BROMS, B. B. Lateral resistance of piles in cohesive soils. *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division*, ASEC, v. 90, n. SM2, 1964.
- BUDHU, M. *Fundações e estruturas de contenção*. Rio de Janeiro: LTC, 2013.
- CINTRA, J. C. A.; AOKI, N.; ALBIERO, J. H. *Fundações diretas: projeto geotécnico*. São Paulo: Oficina de Textos, 2011.
- CINTRA, J. C. A.; AOKI, N. *Fundações por estacas: projeto geotécnico*. São Paulo: Oficina de Textos, 2011.

- DAS, B. M. *Fundamentos de Engenharia Geotécnica*. Tradução da 7. ed. americana. São Paulo: Cengage Learning, 2011.
- DAVISSON, M. T. Estimating buckling loads for piles. 2° PCSMFE, São Paulo, 1963.
- DAVISSON, M. T.; GILL, H. L. Laterally loaded piles in a layered soil system. *Journal of Soil Mechanics and Foundations Engineering*, ASCE, v. 89, n. 3, p. 63-94, 1963.
- DAVISSON, M. T.; ROBINSON, K. E. Bending and buckling of partially embedded piles. *Proceedings of the 6th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Montreal, v. 2, 1965.
- DAVISSON, M. T. Lateral load capacity of pile groups. *Highway Research Record*, n. 333, p. 104-112. Washington, DC, 1970.
- DINIS, H.; LEITE, R. L. L. Casos práticos de cálculo de paredes diafragma, utilizando o método dos elementos finitos. In: Simpósio sobre aplicações de Microcomputadores em Geotecnia, 1988, São Paulo. *Anais [...]*. São Paulo, 1988.
- DINIS, H. *Pontes e viadutos: uma visão de projeto*. São Paulo: Ed. Mackenzie, 2021.
- DINIS, H. *Pontes de vigas retas*. Rio de Janeiro: Autografia, 2022.
- DINIS, H.; PAPPALARDO, A.; SEKO, K. R. C. Interação solo-estrutura – uma contribuição aos estudos para determinação do coeficiente de reação horizontal. In: CBPE XIV Congresso de Pontes e Estruturas, 2023, Rio de Janeiro. *Anais [...]*. Rio de Janeiro, 2023.
- FADUM, R. E. Influence values for estimating stresses in elastic foundations. 2nd ICSMFE, Roterdã, v. 3, p. 77-84, 1948.
- FIGUEIREDO, L. C.; RIBEIRO, I.; PIRES, R. R.; MARCHESINI, F. S. Determinação do coeficiente vertical  $K_v$  e  $K_h$  em um solo tropical em Cuiabá. Artigo 22. *Geocentro*, 2017.
- FRANCIS, F. O. *Hidráulica de meios permeáveis: escoamento em meios porosos*. São Paulo: EDUSP, 1980.
- GERSCOVICH, D. *Estabilidade de taludes*. São Paulo: Oficina de Textos, 2012.
- GERSCOVICH, D.; DONZIGER, B.; SARAMAGO, R. *Contenções: teoria e aplicações em obras*. São Paulo: Oficina de Textos, 2019.
- GONZÁLEZ, J. R. *Estudo numérico do comportamento de estacas carregadas lateralmente*. 2014. 118 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2014.
- HETENYI, M. *Beams on elastic foundation*. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1946.
- HIRAI, H. A. Winkler model approach for vertically and laterally loaded piles in nonhomogeneous soil. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, v. 36, n. 17, p. 1869-1897, 2012.
- JAMBU, N.; BJERRUM, L.; KJAERNSLI, B. Veiledning ved losning av fundamenteringsopgaver. Norwegian Geotechnical Institute Publication. Oslo, 1956.
- JOPPERT JR, I. *Fundações e contenções em edifícios: qualidade total na gestão do projeto e execução*. São Paulo: Pini, 2007.

- KHOURI, M. E. *Contribuição ao projeto de estacas e de pontes de concreto armado com consideração das não linearidades física e geométrica e interação solo-estrutura*. 2001. 231 f. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.
- LOPES, J. A. U. *Encostas: evolução, equilíbrio e condições de ocupação*. Porto Alegre: Alcançe, 2017.
- MASSAD, F. *Mecânica dos solos experimental*. São Paulo: Oficina de Textos, 2016.
- MATLOCK, H.; REESE, L. C. Generalization solution for laterally loaded piles. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 1960.
- MATLOCK, H.; REESE, L. C. Foundation analysis of offshore pile supported structures. In: *5th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Paris, 1961.
- MICHE, R. J. Investigation of piles subject to horizontal forces. Application to quay walls. *Journal of the School of Engineering*, n. 4, Giza, Egito, 1930.
- MINDLIN, R. D. Force at a point in the interior of a semi-infinite solid. *Physics*, v. 7, n. 5, p. 195-202, 1936.
- OTÁLVARO, I. F.; NANCLARES, F. J. Elementos para obtener el módulo de reacción de subrasante. *Dyna*, v. 76, n. 157, p. 81-89, 2009.
- PAPPALARDO JR., A. *Aplicações práticas e desafios estruturais com MEF*. São Paulo: Oficina de Textos, 2023.
- PERLOFF, W.H. Pressure distribution and settlement. In: WINTERKORN, H.F.; FANG, H-Y (Eds.) *Foundation engineering handbook*. New York: Van Nostrand Reinhold Co., 1975.
- PINTO, C. S. *Curso básico de mecânica dos solos*. São Paulo: Oficina de Textos, 2006.
- POULOS, H. G.; DAVIS, E. H. *Pile foundation in engineering practice*. New York: John Wiley & Sons, 1980.
- ROSA, A. K. *Estudo comparativo de formulações do MEC para a análise da interação estaca-solo*. 2013. 111 f. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.
- SCHMERTMANN, J. H. Static cone to compute settlement over sand. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, v. 96, n. 8, p. 1011, 1970.
- SCHLIECHER, F. Zur Theory des Baugrundes. *Der Bauingenier*, v. 7, p. 931-952, 1926.
- SCHNAID, F.; ODEBRECHT, E. *Ensaio de campo e suas aplicações à engenharia de fundações*. São Paulo: Oficina de Textos, 2012.
- TAMOIIO, J. L. P. *Simulação numérica solo-estaca pelo método dos elementos finitos*. 2015. Tese (Doutorado em Engenharia das Estruturas) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.
- TAYLOR, D. W. *Fundamentals on soil mechanics*. John Wiley & Sons, 1948.
- TERZAGHI, K.; PECK, R. B. *Soil exploration, soil mechanics in engineering practice*. Nova Iorque: John Wiley & Sons, 1948.

- TERZAGHI, K. Evaluation of coefficients of subgrade reaction. *Géotechnique*, v. 5, n. 4, p. 297-326, 1955. TERZAGHI, K.; PECK, R. B. *Soil mechanics in engineering practice*. Nova Iorque: John Wiley & Sons, 1967.
- ULBRICH, H. H. C. J.; MADUREIRA Fº, J. B.; DEL LAMA, D. A.; DEHIRA, L. K. *Geologia básica para engenheiros*. São Paulo: IGC-USP, 2023.
- VELLOSO, D. A.; LOPES, F. R. *Fundações, volume 1: critérios de projeto, investigação do subsolo, fundações superficiais*. São Paulo: Oficina de Textos, 2011.
- VELLOSO, D. A.; LOPES, F. R. *Fundações, volume 2: fundações profundas*. São Paulo: Oficina de Textos, 2010.
- VESIC, A. B. Beans on elastic subgrade and the Winkler's hypothesis. In: *Fifth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Paris, 1961.
- WEISSENBACH, A.; HETTLER, A.; SIMPSON, B.; SMOLTCZYK, U. *Stability of excavations*. Geotechnical Engineering Handbook. Berlin: Ernst & Sohn, 2003.
- WINKLER, E. *Die lehre von der elastizität und festigkeit*. Praga: Dominicus, 1867.

## Sobre o autor

Henrique Dinis graduou-se em Engenharia Civil pela E.E. Mackenzie, com posterior título de especialista em pontes, obtido pela Agência JICA, Tóquio/Japão, com o curso *Bridge Construction*. A partir da coordenação e elaboração de grandes projetos em infraestrutura urbana, como o Anel Viário Metropolitano de São Paulo, estendeu sua especialização, vindo a aprofundar-se em métodos construtivos voltados a obras enterradas, de fundações e contenções.

Com ativa atuação acadêmica, coordenou o curso de Engenharia Civil da E.E. Mackenzie, onde hoje é responsável pela disciplina Obras de Terra, tendo dezenas de trabalhos apresentados em congressos e autor ainda de vários livros, nas áreas em que se desenvolveu profissionalmente.

<http://lattes.cnpq.br/2676157952346524>



















As questões relacionadas ao tema *interação solo-estrutura*, na engenharia, referem-se, fundamentalmente, a aplicações que consideram o solo parte integrante da estabilidade dos elementos constituintes de determinados sistemas estruturais. Trata-se, portanto, de um tema voltado ao projeto de estruturas e fundações.

Nesse sentido, *Interação solo-estrutura – uma abordagem metodológica ao projeto de fundações* se desenvolve por meio de um contexto teórico-prático, com a exposição de princípios e conceitos que norteiam os métodos numéricos e de resolução analítica, aplicados aos sistemas estruturais, relacionados a essa temática. Em especial, a obra retrata a experiência do autor na área, obtida ao longo de sua trajetória profissional.



[openaccess.blucher.com.br](http://openaccess.blucher.com.br)

**Blucher** Open Access