

Estabilidade horizontal de carga no problema de carregamento de um único contêiner

Liliane de Azevedo Oliveira¹
Vinícius da Silva Loti¹

Thiago Alves de Queiroz¹

Resumo: Este trabalho apresenta um estudo sobre o Problema de Carregamento de um único Contêiner levando em consideração a restrição de estabilidade horizontal de carga. Para tratar esta restrição, busca-se determinar a força de atrito estático, a qual limita o máximo de força horizontal que pode ser aplicada em cada caixa de forma a romper a sua inércia. Uma vez que a caixa rompe a inércia, então ela começa a se movimentar contribuindo para provocar a instabilidade no empacotamento. O propósito deste trabalho é apresentar uma forma de tratar a estabilidade horizontal no Problema de Carregamento de um único Contêiner considerando as leis da estática de corpos rígidos.

Palavras-chave: Problema de Carregamento de Contêineres. Estabilidade Horizontal de Carga. Equilíbrio Estático de Corpos Rígidos.

Introdução

Este trabalho está relacionado aos problemas de logística que recaem sobre problemas de otimização combinatória. Um problema de otimização busca maximizar (ou minimizar) uma função objetivo sujeita a restrições relacionadas ao problema sendo resolvido. A resposta encontrada é um ótimo global quando é o valor de máximo (ou de mínimo) comparado ao valor de todas as outras soluções (SPADOTTO, 2008). Nos problemas de otimização combinatória, o número de

1 Universidade Federal de Goiás – UFG. Regional Catalão, Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia. Contato: lilianeazevedoliveira@hotmail.com, vini.lot@gmail.com, taq@ufg.br.

soluções geralmente é finito, porém há um número de ordem exponencial de soluções que precisam ser avaliadas (KRASNOGOR, 2002).

Entre os problemas de otimização combinatória, tem-se os Problemas de Empacotamento, em que é preciso empacotar itens (caixas, paletes, barras, etc.) em um ou mais recipientes, de forma a, por exemplo, maximizar a ocupação do espaço. Problemas de empacotamento são comuns em aplicações práticas, especialmente aquelas ligadas ao setor de logística que lida diariamente com o recebimento e despacho de mercadorias, que são organizadas dentro de recipientes (ARENALES et al., 2007). Dentre os problemas de empacotamento, tem-se os Problemas de Carregamento em Contêineres (PCC), que requerem um uso adequado do contêiner devido ao seu custo ou por exigir mais viagens para o transporte das mercadorias.

Como é comum ter restrições em problemas de empacotamento para que não haja danos aos itens transportados, este trabalho investiga, em particular, a restrição de estabilidade de carga na versão horizontal. A estabilidade vertical (também chamada de estabilidade estática) está relacionada à capacidade de as caixas paradas resistirem à atuação da aceleração da gravidade. Assim, esta restrição requer que o empacotamento resultante permaneça inerte após ser finalizado. A estabilidade horizontal (também chamada de estabilidade dinâmica) está relacionada à capacidade das caixas de resistirem à atuação da inércia pela ação de alguma força lateral.

Certamente o item que provoca o desequilíbrio no empacotamento precisa ser removido ou empacotado em outra posição. Para a garantia da estabilidade horizontal de carga, a literatura, conforme aponta Junqueira e Queiroz (2015), tem adotado comumente o uso de um fator de suporte para as faces dos itens, o qual indica a porcentagem de cada face que precisa estar suportada por algum outro item. Por outro lado, poucos trabalhos têm usado os princípios de equilíbrio de corpos materiais no empacotamento, tal que os itens precisam obedecer às condições de equilíbrio estático de corpos rígidos (HIBBELER, 2010).

Hoje é possível reconhecer quatro trabalhos que levam em consideração as condições de equilíbrio para lidar com a restrição de estabilidade vertical de carga e que, assim, propuseram uma abordagem exata para resolvê-la, diferente de usar a aproximação por fator de suporte. Por outro lado, não há qualquer trabalho que resolve a estabilidade horizontal de forma exata, ou seja, a partir das condições de equilíbrio mecânico.

O primeiro trabalho a apresentar um estudo de estabilidade vertical baseado na estática dos corpos rígidos foi feito por Silva, Soma e Maculan (2003), depois seguido de Queiroz e Miyazawa (2014) e as contribuições de Ramos, Oliveira e Lopes (2016) e Ramos et al. (2016). Em todos eles, para a garantia de que um item seja estável, torna-se necessário obedecer três condições de estabilidade: o item deve estar totalmente apoiado sobre o piso do contêiner; o item deve ter o seu centro de massa projetado diretamente sobre um item abaixo e em contato direto com ele; e,

o centro de massa do item deve estar dentro da região definida pelos limites de seus itens abaixo e em contato direto. Para tanto, as equações de equilíbrio estático de corpos rígidos devem ser atendidas, isto é, a soma de forças e momentos em cada item deve resultar em zero, para evitar uma translação ou rotação do item.

A importância de se levar em conta a estabilidade de carga é para garantir que o empacotamento não venha a se desmanchar depois de pronto e, assim, não haja danos à carga. Somada ao critério de otimização, que busca maximizar a ocupação do recipiente, tem-se a busca por um conjunto de itens que melhor ocupam o volume do recipiente ao mesmo tempo em que permaneçam em equilíbrio estático. No que tange à restrição de estabilidade, este trabalho traz a proposta de uma abordagem baseada no equilíbrio estático de corpos rígidos para tratar a estabilidade horizontal, além de apresentar como a literatura comumente vem tratando a estabilidade horizontal por meio do fator de suporte.

O presente trabalho está organizado da seguinte forma: a próxima seção traz uma descrição do problema em conjunto com uma formulação por programação linear inteira; a Seção 2 apresenta a restrição de estabilidade horizontal de carga e a abordagem considerada para tratá-la; a Seção 3 mostra, por meio de um exemplo, como a abordagem proposta pode ser aplicada na verificação da estabilidade horizontal; por fim, conclusões e direções para a continuação da pesquisa são apresentadas.

1 Descrição do Problema

O Problema de Carregamento de um único Contêiner (PCuC), como ilustra a Figura 2.1, requer um recipiente, ou contêiner, e um conjunto de caixas, do qual se deve alocar um subconjunto dentro do contêiner sem que haja sobreposição e seja respeitada as dimensões do contêiner.

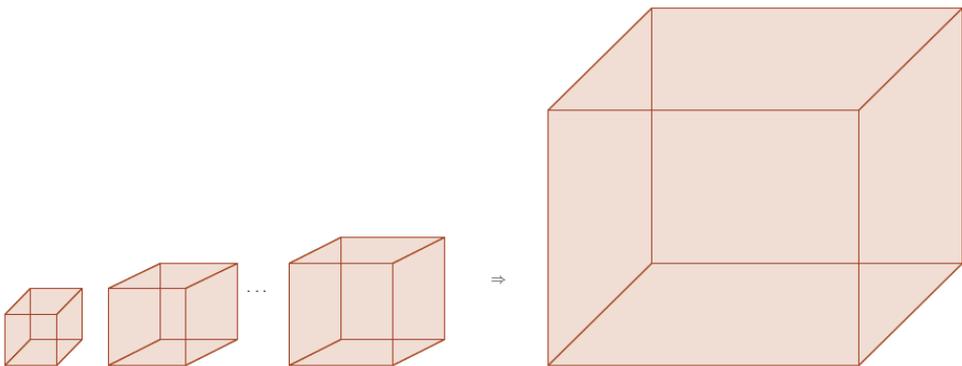


Figura 2.1 Problema de Carregamento de um único Contêiner.

Assim, o objetivo no PCuC é encontrar a melhor disposição das caixas de maneira a maximizar o volume interno ocupado do contêiner. Ao considerar a estabilidade de carga, busca-se também que a carga chegue ao seu destino final sem danos (JUNQUEIRA; MORABITO; YAMASHITA, 2012; BORTFELDT; HOMBERGER, 2013). De forma geral, o contêiner tem medidas de comprimento (L), largura (W) e altura (H) conhecidas. Cada caixa do tipo k tem um comprimento (l_k), largura (w_k), altura (h_k), volume ou valor (v_k) e uma disponibilidade máxima (b_k). Admite-se que as dimensões das caixas e do contêiner são inteiras e que as caixas só podem ser empacotadas: ortogonalmente, ou seja, com os seus lados paralelos aos lados do contêiner; com orientação fixa, isto é, as caixas não giram em torno de nenhum de seus eixos; as caixas não podem ter sobreposição; e, devem respeitar as dimensões do contêiner após empacotadas.

De acordo com Junqueira (2013), o qual considera a tipologia de Wäscher, Haubner e Schumann (2007) para diferenciar os problemas de empacotamento, tem-se que existem diferentes versões para o PCuC, o qual envolve três dimensões (3D), empacotamento de caixas retangulares (R) e o objetivo de maximizar, a saber: 3D-R-IIPP (*Identical Item Packing Problem*), em que as caixas são iguais; 3D-R-SLOPP (*Single Large Object Placement Problem*), em que há poucas caixas diferentes; 3D-R-SKP (*Single Knapsack Problem*), em que há caixas muito diferentes entre si.

Assim, a diferença entre as versões do PCuC ocorre praticamente pelas dimensões das caixas, enquanto as caixas são assumidas como corpos rígidos. Um corpo rígido é aquele em que a distância entre quaisquer de seus dois pontos permanece constante mesmo sofrendo a ação de forças externas. Embora na realidade as caixas transportadas não sejam totalmente rígidas, assume-se que as deformações sofridas são pequenas e, assim, podem ser desprezadas.

1.2 Formulação matemática para o PCuC

Inicialmente, adota-se um sistema de coordenadas cartesianas em que a origem está no canto inferior frontal esquerdo do contêiner e (p, q, r) são as coordenadas onde é colocado o canto inferior frontal esquerdo de cada caixa. As possíveis posições ao longo do comprimento L , largura W e altura H , podem ser indicadas pelos conjuntos:

$$X = \{p \in \mathbb{Z} | 0 \leq p \leq L - \min_{1 \leq k \leq n} (l_k)\},$$

$$Y = \{q \in \mathbb{Z} | 0 \leq q \leq W - \min_{1 \leq k \leq n} (w_k)\},$$

$$Z = \{r \in \mathbb{Z} | 0 \leq r \leq H - \min_{1 \leq k \leq n} (h_k)\},$$

em que X , Y e Z indicam as direções do comprimento, largura e altura, respectivamente.

As variáveis de decisão do modelo são dadas por:

$$x_{kpqr} = \begin{cases} 1, & \text{se uma caixa do tipo } k \text{ é empacotada com seu canto inferior frontal esquerdo} \\ & \text{na posição } (p, q, r), \text{ com } 0 \leq p \leq L - l_k, 0 \leq q \leq W - w_k \text{ e } 0 \leq r \leq H - h_k; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Além disso, tem-se que:

$$X_k = \{p \in X \mid 0 \leq p \leq L - l_k, \quad k = 1, \dots, n\}, \quad (1)$$

$$Y_k = \{q \in Y \mid 0 \leq q \leq W - w_k, \quad k = 1, \dots, n\}, \quad (2)$$

$$Z_k = \{r \in Z \mid 0 \leq r \leq H - h_k, \quad k = 1, \dots, n\}. \quad (3)$$

De acordo com Junqueira et al. (2012), o PCuC pode ser formulado como:

$$\max \sum_{k=1}^n \sum_{p \in X_k} \sum_{q \in Y_k} \sum_{r \in Z_k} v_k x_{kpqr} \quad (4)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^n \sum_{\{p \in X_k \mid p' - l_k + 1 \leq p \leq p'\}} \sum_{\{q \in Y_k \mid q' - w_k + 1 \leq q \leq q'\}} \sum_{\{r \in Z_k \mid r' - h_k + 1 \leq r \leq r'\}} x_{kpqr} \leq 1, \quad p' \in X, q' \in Y, r' \in Z. \quad (5)$$

$$\sum_{p \in X_k} \sum_{q \in Y_k} \sum_{r \in Z_k} x_{kpqr} \leq b_k, \quad k = 1, \dots, n. \quad (6)$$

$$x_{kpqr} \in \{0, 1\}, \quad p \in X_k, q \in Y_k, r \in Z_k. \quad (7)$$

A função objetivo (4) busca pela solução com o máximo valor empacotado no contêiner que respeita as restrições impostas. As restrições em (5) garantem a não sobreposição dos itens empacotados, de forma que qualquer ponto (p', q', r') da malha só pode ser sobreposto por no máximo um item k empacotado em (p, q, r) . As restrições (6) limitam o número máximo de réplicas de cada caixa k a serem empacotadas no contêiner. Por fim, as restrições em (7) definem o domínio das variáveis de decisão, impondo que elas são binárias.

2 Estabilidade Horizontal

2.1 Estabilidade com fator de suporte

No caso da estabilidade horizontal, as faces laterais das caixas precisam ser suportadas por faces laterais de outras caixas de forma a evitar o deslocamento na situação em que o veículo de carga está em movimento ou alguma força externa atue nas laterais do empacotamento. Assim, conforme Junqueira, Morabito e Yamashita (2012), define-se um fator de suporte $\beta \in [0,1]$ e $\gamma \in [0,1]$, respectivamente, para assegurar o suporte das faces laterais esquerda e frontal das caixas conforme as eqs. (8) e (9), respectivamente.

$$\sum_{\varepsilon} \sum_{\kappa} \sum_{\xi} W_{kj}^{[2]} H_{kj}^{[2]} x_{k(p'-l_k)qr} \geq \beta w_j h_j x_{jp'q'r'}, \quad j = 1, \dots, n, \quad p' \in X_j \setminus \{0\}, q' \in Y_j, r' \in Z_j, \quad (8)$$

sendo $\varepsilon = \{k = 1, \dots, n \mid p' - l_k \geq 0\}$, $\kappa = \{q \in Y_k \mid q' - w_k + 1 \leq q \leq q' + w_j - 1\}$, $\xi = \{r \in Z_k \mid r' - h_k + 1 \leq r \leq r' + h_j - 1\}$, $W_{kj}^{[2]} = \min(q + w_k, q' + w_j) - \max(q, q')$, $H_{kj}^{[2]} = \min(r + h_k, r' + h_j) - \max(r, r')$ e β que indica a fração mínima da área da face lateral esquerda da caixa J que deve estar apoiada pelas áreas das faces laterais direitas de caixas k .

$$\sum_{\rho} \sum_{\varrho} \sum_{\sigma} L_{kj}^{[2]} H_{kj}^{[2]} x_{kp(q'-w_k)r} \geq \gamma l_j h_j x_{jp'q'r'}, \quad j = 1, \dots, n, \quad p' \in X_j, q' \in Y_j \setminus \{0\}, r' \in Z_j, \quad (9)$$

sendo $\rho = \{k = 1, \dots, n \mid q' - w_k \geq 0\}$, $\varrho = \{p \in X_k \mid p' - l_k + 1 \leq p \leq p' + l_j - 1\}$, $\sigma = \{r \in Z_k \mid r' - h_k + 1 \leq r \leq r' + h_j - 1\}$, $L_{kj}^{[2]} = \min(p + l_k, p' + l_j) - \max(p, p')$, $H_{kj}^{[1]} = \min(r + h_k, r' + h_j) - \max(r, r')$ e γ que indica a fração mínima da área da face lateral da frente da caixa j que deve estar apoiada pelas áreas das faces laterais do fundo das caixas k .

As restrições (8) referem-se à estabilidade horizontal em relação ao eixo x , em que as caixas devem ter uma porcentagem de sua face esquerda frontal suportada por outras caixas. Por sua vez, as restrições (9) referem-se à estabilidade horizontal em relação ao eixo y , em que as caixas devem ter uma porcentagem de sua face lateral frontal suportada por outras caixas.

2.2 Estabilidade horizontal com equilíbrio de corpos materiais

Os conceitos e definições a seguir são baseados no trabalho de Blum, Griffith e Neumann (1970). As forças de reação surgem na superfície de contato e atuam nos pontos de contatos. Na Física, a noção de contato está diretamente relacio-

nada à interação que surge quando objetos se tocam em algum ponto, como representado na Figura 2.2.

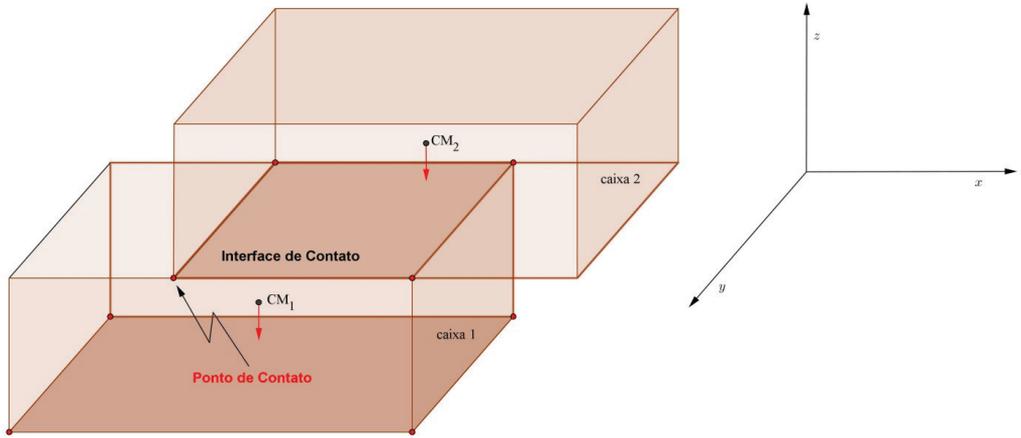


Figura 2.2 Pontos de contato e Interface de contato.

Para determinar as forças que surgem numa superfície de contato para um dado empacotamento, aplicam-se as equações de equilíbrio estático de corpos rígidos. A saber:

$$\sum \vec{f}_i = 0, \sum \vec{M}_i^x = 0, \sum \vec{M}_i^y = 0, \quad (10)$$

em que \vec{f}_i são as forças desconhecidas para cada vértice i , enquanto \vec{M}_i^x e \vec{M}_i^y são os momentos com respeito aos eixos x e y , respectivamente.

Se existem η caixas, então existem 3η equações para $3m$ forças desconhecidas, sendo geralmente $m \geq \eta$. Se $m = \eta$, o sistema é chamado de estaticamente determinado, mas geralmente $m > \eta$.

Ao lidar com a estabilidade horizontal surge a força de atrito devido ao contato entre as caixas ou das caixas com o recipiente. A força de atrito é a força que se opõe ao movimento de um corpo, sendo paralela à superfície de contato (que é a região onde há a interação entre os corpos). O atrito entre as superfícies depende da força normal, que é a componente vertical da força de contato, tal que quanto maior for a força normal, maior será a força de atrito.

Além das equações em (10) para modelar o empacotamento, uma restrição deve ser obedecida por todos os vértices das interfaces de contato para a força de atrito. Em outras palavras, cada componente da força de atrito deve satisfazer:

$$|f_x^i|, |f_y^i| \leq \mu f_n^i, \quad \forall i \text{ que é vértice de interface} \quad (11)$$

em que f_x^i , f_y^i e f_n^i são, respectivamente, as componentes da força de atrito em x e y , e a força normal, com um exemplo dado na 1.3. O μ_s é o coeficiente de atrito estático, que depende das superfícies em contato.

Um empacotamento é considerado estável quando as forças normais são positivas. A força normal surge quando um corpo está em contato com algum outro corpo. De acordo com a Terceira Lei de Newton, para toda ação existe uma reação, então se o corpo comprime uma superfície de contato, ou seja, se ele aplica força sobre a superfície, tem-se a respectiva reação da superfície sobre o corpo, denominada de força normal.

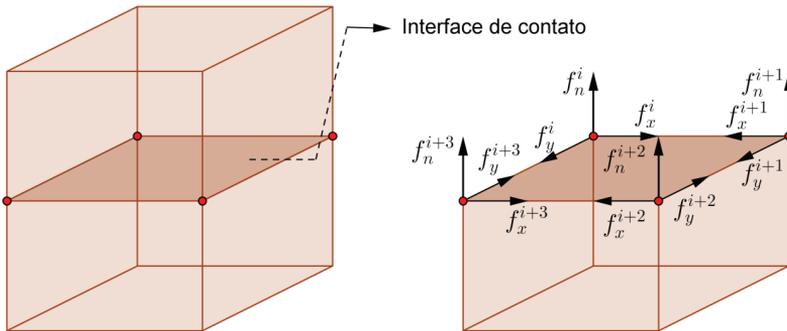


Figura 2.3 Força normal f_n^i e força de atrito estático f_x^i e f_y^i .

Vale destacar que a força normal não é a força de reação da força peso, mas sim a reação da compressão que é exercida sobre a superfície de contato e ela tem direção perpendicular a superfície de contato, por isso acaba coincidindo com a reação da força peso no caso de problemas de empacotamento de forma ortogonal. Além disso, as forças de atrito devem obedecer à condição estabelecida em (11) para que não haja movimento na direção horizontal das caixas.

3 Resultado analítico

Na Figura 2.4 há um empacotamento de caixas em um contêiner. A partir deste empacotamento é possível obter as equações de forças e momentos. A solução deste resulta nas forças normais atuantes em cada ponto de contato (pontos em vermelho na figura). As caixas menores possuem massa de 64 kg e a caixa maior possui massa de 320 kg, sendo assim, o peso das caixas menores e o da maior são 627,20 N e 3136 N, respectivamente. Para este empacotamento, as equações de forças e momentos são:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 + f_8 + f_9 + f_{10} + f_{11} + f_{12} - f_{13} - f_{14} - f_{15} - f_{16} - 3136 = 0 \\ -2f_1 + 2f_2 + 2f_3 - 2f_4 - 2f_5 + 2f_6 + 2f_7 - 2f_8 - 2f_9 + 2f_{10} + 2f_{11} - 2f_{12} + 2f_{13} - 2f_{14} - 2f_{15} + 2f_{16} = 0 \\ -6f_1 - 6f_2 - 10f_3 - 10f_4 + 2f_5 + 2f_6 - 2f_7 - 2f_8 + 10f_9 + 10f_{10} + 6f_{11} + 6f_{12} - 10f_{13} - 10f_{14} - 6f_{15} - 6f_{16} = 0 \\ f_{13} + f_{14} + f_{15} + f_{16} - \frac{3136}{5} = 0 \\ -2f_{13} + 2f_{14} + 2f_{15} - 2f_{16} = 0 \\ 2f_{13} + 2f_{14} - 2f_{15} - 2f_{16} = 0 \end{array} \right.$$

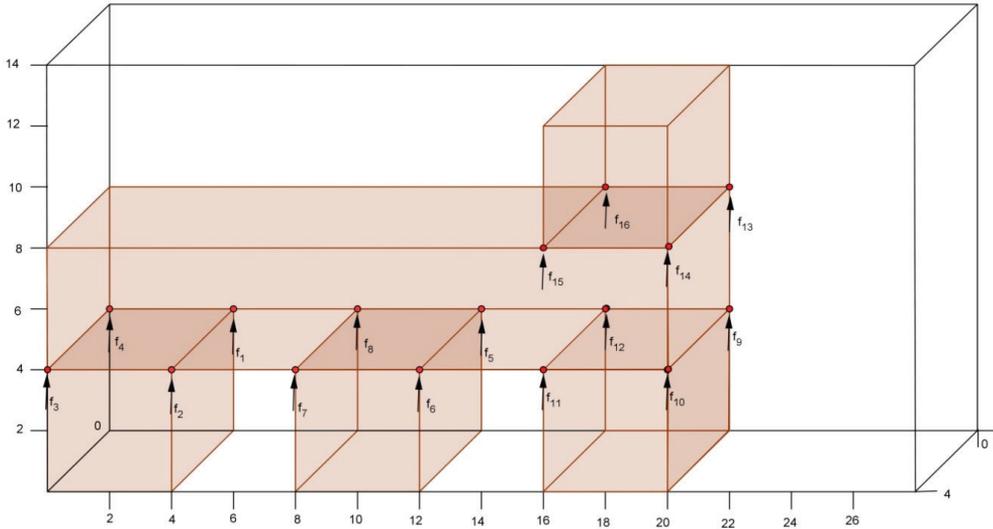


Figura 2.4 Empacotamento de caixas em um contêiner.

Resolvendo o sistema anterior, encontra-se uma solução aproximada para as forças normais, ou seja:

$$\begin{array}{llll} f_1 = 259,84 \text{ N}; & f_5 = 331,52 \text{ N}; & f_9 = 403,20 \text{ N}; & f_{13} = 156,80 \text{ N}; \\ f_2 = 259,84 \text{ N}; & f_6 = 331,52 \text{ N}; & f_{10} = 403,20 \text{ N}; & f_{14} = 156,80 \text{ N}; \\ f_3 = 224,00 \text{ N}; & f_7 = 295,68 \text{ N}; & f_{11} = 367,36 \text{ N}; & f_{15} = 156,80 \text{ N}; \\ f_4 = 224,00 \text{ N}; & f_8 = 295,68 \text{ N}; & f_{12} = 367,36 \text{ N}; & f_{16} = 156,80 \text{ N}. \end{array}$$

Como não há presença de forças normais negativas, conclui-se que este empacotamento é estável verticalmente, o que é visível na Figura 2.4.

Uma vez conhecida a força normal que atua nos pontos de contato das caixas na 1.4, pode-se descobrir a força de atrito em cada ponto. Neste trabalho, a obtenção das forças de atrito se divide em dois casos. O primeiro caso exemplifica a situação em que o coeficiente de atrito estático entre as caixas é o mesmo. Já o segundo caso exemplifica a situação em que o coeficiente de atrito é diferente.

3.1 Caso 1

Suponha que as caixas da 1.5 são todas feitas de madeira. De acordo com Robortella, Avelino e Edson (1997) o coeficientes de atrito estático (μ_s) entre madeira-madeira é de 0,5. A partir disso, obtém-se o atrito em cada ponto de contato utilizando a relação dada na eq. (11).

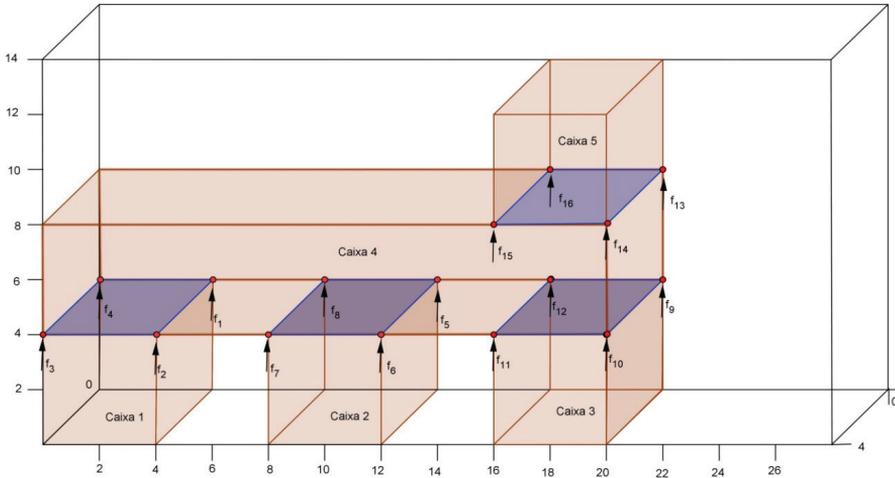


Figura 2.5 Caso em que o coeficiente de atrito estático é igual entre as caixas.

Assim, a força de atrito estático para cada ponto de contato é igual a:

$$f_x^1 = f_y^1 = 129,2;$$

$$f_x^2 = f_y^2 = 129,2;$$

$$f_x^3 = f_y^3 = 112,00;$$

$$f_x^4 = f_y^4 = 112,00;$$

$$f_x^5 = f_y^5 = 165,76;$$

$$f_x^6 = f_y^6 = 165,76;$$

$$f_x^7 = f_y^7 = 147,84;$$

$$f_x^8 = f_y^8 = 147,84;$$

$$f_x^9 = f_y^9 = 201,60;$$

$$f_x^{10} = f_y^{10} = 201,60;$$

$$f_x^{11} = f_y^{11} = 257,15;$$

$$f_x^{12} = f_y^{12} = 257,15;$$

$$f_x^{13} = f_y^{13} = 78,4;$$

$$f_x^{14} = f_y^{14} = 78,4;$$

$$f_x^{15} = f_y^{15} = 78,4;$$

$$f_x^{16} = f_y^{16} = 78,4.$$

Supondo que as caixas 1, 2 e 3 são fixas, então a caixa 4 ao sofrer uma força de 1881,6 N fica na situação de iminência do movimento, isto é, se aumentar um pouco o módulo da força a caixa entrará em movimento. Já para colocar a caixa 5 na situação de iminência do movimento, deve-se aplicar uma força de 313,6 N. Logo, as caixas 4 e 5 só podem receber uma força horizontal limitada a 1881,6 N

e 313,6 N, respectivamente, caso contrário, elas rompem a inércia e passam a se movimentar, fazendo com que o empacotamento seja instável.

3.2 Caso 2

Este caso assume que os coeficientes de atrito estático entre as caixas, com representação na 1.6, variam da seguinte forma: a superfície em azul representa um coeficiente igual a 0,5, a verde de 0,6, a amarela de 0,7 e a rosa de 1,0. Esta variação do coeficiente de atrito estático é para mostrar que nas situações reais de empacotamento, os itens podem ser feitos de materiais diferentes, tal que os coeficientes de atrito estático também variam.

Assim, conhecendo a intensidade da força normal e o valor do coeficiente de atrito estático, obtém-se a força de atrito que atua em cada ponto de contato usando a eq. (11).

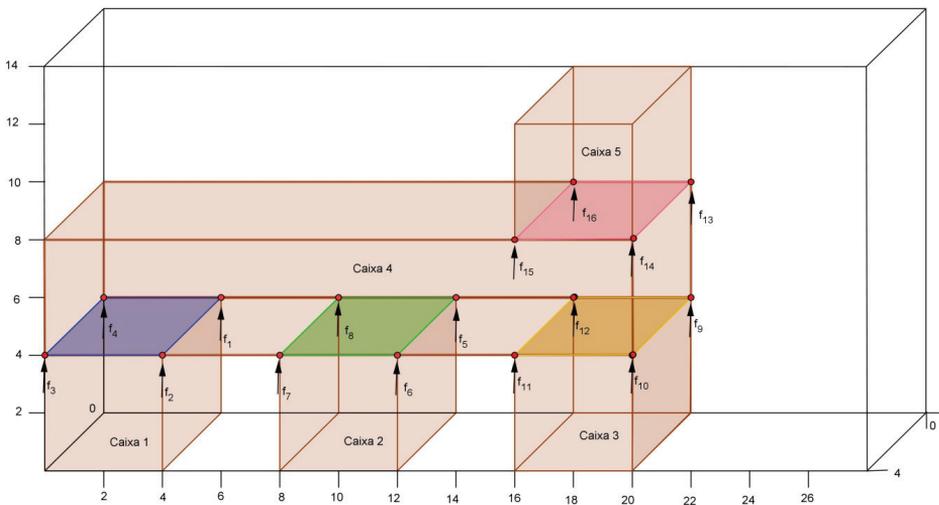


Figura 2.6 Caso com coeficiente de atrito estático diferente entre as caixas.

Segue que a força de atrito estático para cada ponto de contato é igual a:

$$f_x^1 = f_y^1 = 129,92$$

$$f_x^2 = f_y^2 = 129,92$$

$$f_x^3 = f_y^3 = 112,00$$

$$f_x^4 = f_y^4 = 112,00$$

$$f_x^5 = f_y^5 = 198,91$$

$$f_x^6 = f_y^6 = 198,91$$

$$f_x^7 = f_y^7 = 177,40$$

$$f_x^8 = f_y^8 = 177,40$$

$$f_x^9 = f_y^9 = 282,24$$

$$f_x^{10} = f_y^{10} = 282,24$$

$$f_x^{11} = f_y^{11} = 257,15$$

$$f_x^{12} = f_y^{12} = 257,15$$

$$f_x^{13} = f_y^{13} = 156,80$$

$$f_x^{14} = f_y^{14} = 156,80$$

$$f_x^{15} = f_y^{15} = 156,80$$

$$f_x^{16} = f_y^{16} = 156,80$$

Assim como no Caso 1, supondo que as caixas 1, 2 e 3 são fixas, então a caixa 4 está na iminência de movimento ao receber uma força horizontal de intensidade igual a 2315,24 N. Por sua vez, a caixa 5 precisa receber uma força horizontal superior a 627,20 N para que rompa a sua inércia. Esses valores limites de resistência são obtidos a partir da soma da força de atrito estático que atuam nos pontos da superfície de contato que está localizada na face inferior de cada caixa.

Considerações finais

O problema de carregamento de um único contêiner foi considerado neste trabalho no contexto da restrição de estabilidade horizontal de carga. Esta restrição, que é de suma importância durante o transporte, tem sido explorada na literatura apenas por meio do fator de suporte, sendo que não se conhece qualquer trabalho que trata da estabilidade horizontal utilizando as condições de equilíbrio de corpos rígidos.

A partir da modelagem do empacotamento usando as equações de equilíbrio estático de corpos rígidos para obter as forças normais em cada ponto de contato, tem-se que a estabilidade horizontal requer que seja verificada uma condição relacionada ao cálculo da força de atrito.

Logo, ao contrário do fator de suporte, que envolve apenas uma aproximação por suporte de área, o cálculo das forças de atrito permite saber a quantidade de força necessária para movimentar as caixas do empacotamento. Trabalhos futuros visam testar a abordagem aqui desenvolvida em instâncias da literatura, além de comparar com o uso do fator de suporte.

Agradecimentos

Os autores agradecem o suporte financeiro dado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Goiás (FAPEG).

Referências

- ARENALES, M. *et al.* *Pesquisa Operacional*. Rio de Janeiro: Campus, 2007.
- BLUM, M.; GRIFFITH, A.; NEUMANN, B. *A stability test for configurations of blocks*. TR-AI Memo AIM-188, Massachusetts Institute of Technology, 1970.
- BORTFELDT, A.; HOMBERGER, J. Packing first, routing second a heuristic for the vehicle routing and loading problem. *Computers & Operations Research*, v. 40, n. 3, p. 873–885, 2013.
- HIBBELER, R. C. *Statics & Mechanics of Materials*. Prentice Hall, 2010.
- JUNQUEIRA, L.; MORABITO, R.; YAMASHITA, D. S. Three-dimensional container loading models with cargo stability and load bearing constraints. *Computers & Operations Research*, v. 39, n. 1, p. 74–85, 2012.
- JUNQUEIRA, L. *Modelos e algoritmos para problemas integrados de roteamento e carregamento de veículos*. Tese (Doutorado) – Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos-SP, Brasil, 2013.
- JUNQUEIRA, L. E QUEIROZ, T. A. Condições de equilíbrio e balanceamento em problemas de empacotamento: levantamento e discussão. *In: XLVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Porto Seguro-BA, Brasil, p. 1–12, 2015.
- KRASNOGOR, N. *Studies on the theory and design space of memetic algorithms*. Tese (Doutorado) — Faculty of computing, engineering and mathematical sciences, University of the West of England, United Kingdom, 2002.
- QUEIROZ, T. A.; MIYAZAWA, F. K. Order and static stability into the strip packing problem. *Annals of Operations Research*, v. 223, n. 1, p. 137–154, 2014.

- RAMOS, A. G.; OLIVEIRA, J. F.; LOPES, M. P. A physical packing sequence algorithm for the container loading problem with static mechanical equilibrium conditions. *International Transactions in Operational Research*, v. 23, n. 1–2, p. 215–238, 2016.
- RAMOS, A. G.; OLIVEIRA, J. F.; GONÇALVES, J. F.; LOPES, M. P. A container loading algorithm with static mechanical equilibrium stability constraints. *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 91, p. 565–581, 2016.
- ROBORTELLA, A. E. Curso de Física. São Paulo: Ática, 1997.
- SILVA, J. L. C.; SOMA, N. Y.; MACULAN, N. A greedy search for the three-dimensional bin packing problem: the packing static stability case. *International Transactions in Operational Research*, v. 10, n. 2, p. 141–153, 2003.
- SPADOTTO, A. F. *Desenvolvimento de programa computacional aplicado ao empacotamento do palhço de cana-de-açúcar*. Dissertação (Mestrado) — Dissertação de Mestrado – Agronomia, Universidade Estadual Paulista, São Paulo-SP, Brasil, 2008.
- WÄSCHER, G.; HAUBNER, H.; SCHUMANN, H. An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, v. 183, n. 3, p. 1130–1109, 2007.