6 CAPÍTULO

EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE QUADRIDIMENSIONAL

Da equação diferencial da continuidade Seção 5.9.1 temos: $div\,\vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, sendo $\vec{j} = \rho\vec{v}$, a densidade de corrente.

Multiplicando e dividindo $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ por v_0, obtemos: $\frac{v_0}{v_0}\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho v_0}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial x_0} = \frac{\partial j_0}{\partial x_0}$

Pois, $j_i = \rho v_i = \rho \frac{dx_i}{dt}$ e $j_{1,2,3} = j_{x,y,z}$ $j_0 = ic\rho$ [1] $\therefore v_0 = ic$

Portanto, essa última equação tridimensional torna-se quadridimensional: $\frac{\partial j_i}{\partial x_i} = 0$ com x_0 sendo a 4ª dimensão.

Assim, conclui-se que o regime é permanente, quadridimensionalmente falando, e a carga é conservada no hipervolume $d\Omega = dVdt$, independentemente de seu tamanho; elementar ou não, infinitesimal ou não, porém no espaço quadridimensional. Também significa que a carga se conserva no espaço-tempo.

(LANDAU, RAINICH, SOKOLNIKOFF)

---

[1] Ver Seção 5.25, Equação (5.6b), $x_0 = cti$, $v_0 = \frac{\partial x_0}{\partial t} = ic$. Como i e c são constantes, v_0 é constante.

De fato: $\int \frac{\partial j_i}{\partial x_i} d\Omega = 0 \implies \int \frac{\partial}{\partial x_i} \rho \frac{dx_i}{dt} dVdt = 0 \implies \int d\rho dV = 0 \quad \therefore \rho dV = 0$

Assim: como $\rho = \frac{dQ}{dV} \quad \therefore \frac{dQ}{dV} dV = 0$, logo: $dQ = 0 \quad \therefore Q = cte$

Ver Seção 5.9, Equação (0).

Veja-se uma demonstração diferente de Landau e Lifchitz em teoria do campo. Só que nossa demonstração é bem mais simples.

Pode-se fazer o mesmo raciocínio para a massa. Entretanto, deve-se levar em conta a equivalência entre massa e energia, como foi demonstrado por Einstein, como veremos no capítulo 7: $E= c^2 \Delta m$, secções 7.8 e 7.15.