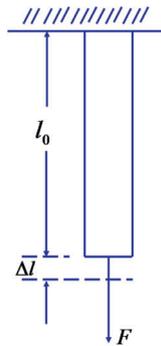


# 3

## CAPÍTULO

### ELASTICIDADE



Chama-se tensão a relação entre a força  $F$  e a secção  $A$  onde a força for aplicada.

Pode ser de tração ou compressão:  $\sigma = \frac{F}{A}$

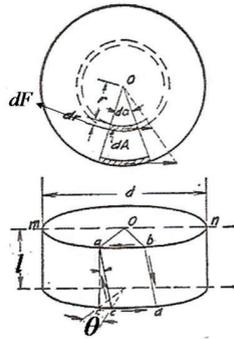
Chama-se deformação a relação entre a variação no comprimento e o comprimento inicial, quando o corpo é sujeito a uma força  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$

A relação entre a tensão e a deformação é o módulo de elasticidade E:  $E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F/A}{\Delta l/l_0}$

Explicitando  $F$  :

$$F = \frac{EA}{l_0} \Delta l \quad (0)$$

$$\therefore F = kx, \text{ com } \Delta l = x \quad (1)$$



Essa é a Lei de Hooke, em que  $k$  é a constante elástica [ver Anexo 7, Equação (1)].

Chama-se módulo de rigidez  $G$  à relação entre tensão de cisalhamento<sup>1</sup> e deformação de cisalhamento:

$$G = \frac{dF/2\pi r dr}{r\theta/l} \quad \therefore dF = \frac{2\pi G \theta}{l} r^2 dr \quad 2$$

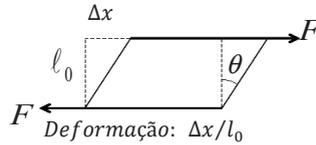
O momento da força (conjugado) será:

$$d\tau = r dF = \frac{2\pi G \theta}{l} r^3 dr \quad (2)$$

[ver Capítulo 2, Equação (7a), Pêndulo de torção].

<sup>1</sup> Tensão de cisalhamento: relação entre força tangencial  $F_t$  e a área tangencial  $A_t$  em que a força  $F_t$  é aplicada:  $F_t/A_t$ .

<sup>2</sup>  $r\theta$  é o arco descrito pela extremidade móvel do raio  $r$  ao executar um ângulo  $\theta$ .



Integrando entre  $r = 0$  até  $r = R$ :

$$\mathcal{T} = \int d\mathcal{T} = \frac{2\pi G\theta}{l} \int_0^R r^3 dr$$

$$\therefore \mathcal{T} = \frac{\pi G R^4 \theta}{2l} \text{ onde } \frac{\pi G}{2} \text{ constante (3)}$$

Fórmula estabelecida por Coulomb:  $C = k \frac{d^4}{l} \theta$

em que  $C$  é  $\mathcal{T}$ , conjugado.

(Ver Lei de Coulomb)

[ver Capítulo 2, Equação (8), Pêndulo de Torção].

### 3.1 EXEMPLOS ILUSTRATIVOS

Imagine um objeto de borracha sendo esticado ou torcido.

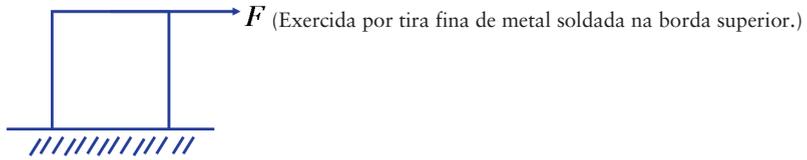
Uma carga de  $454\text{kg}$ , suspensa por um fio de aço de  $2,44\text{m}$  de comprimento e secção transversal de  $0,161\text{cm}^2$ , distendeu um fio de  $0,305\text{cm}$ . Qual é a tensão, a deformação e o módulo de elasticidade desse fio de aço?

$$\text{Tensão: } \sigma = \frac{F}{A} = \frac{454}{0,161} = 2820 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\text{Deformação: } \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{0,305}{244} = 0,00125$$

$$\text{Módulo de elasticidade: } E = \frac{\text{tensão}}{\text{deformação}} = \frac{2820}{0,00125} = 22,6 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$$

Uma chapa quadrada de latão com  $0,61\text{m}$  de lado e  $0,635\text{cm}$  de espessura está rigidamente presa no chão por um de seus lados. Qual é a força necessária para deslocar a borda superior de  $0,0254\text{cm}$ ? O módulo de elasticidade transversal (rigidez) desse latão é  $3,52 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ .



A força é aplicada à tira de metal em uma área de cisalhamento de:  $A = 61 \times 0,635 = 38,8 \text{ cm}^2$

Tensão de cisalhamento:  $\tau = F/38,8 \text{ kgf/cm}^2$

Deformação de cisalhamento:  $\varepsilon = \Delta x/\ell_0 = \frac{0,0254}{61} = 0,000417$

Módulo de elasticidade transversal:  $G = \frac{\text{tensão}}{\text{deformação}}$

$$G = 3,52 \times 10^5 = \frac{F/38,8}{0,000417} \quad \therefore F = 5700 \text{ kgf}$$



Imagine um baralho sendo deslocado lateralmente. Suas cartas estarão sujeitas a tensões de cisalhamento (TIMOSHENKO).