

# Primeira parte

## O problema

Iniciamos este estudo apresentando alguns resultados de pesquisas que tratam da formação de professores, envolvendo números fracionários com o intuito de situar a problemática e garantir a singularidade de nossa pesquisa. Nesta parte do trabalho, trataremos das questões de pesquisa e os procedimentos metodológicos adotados.

### 1 Resultados de pesquisas

Os projetos de pesquisa que tivemos oportunidade de participar basearam-se, fundamentalmente, nas teorias da Didática da Matemática porque, como Brousseau, nosso grupo acredita que a Didática da Matemática é: “[...] *a ciência das condições específicas de difusão (impostas) de saberes matemáticos úteis aos membros e às instituições da humanidade*” (Brousseau, 1984, apud Chevallard, 1999, p. 79, tradução nossa).

De acordo com Chevallard (1999), a Didática da Matemática apesar de ter se dedicado, inicialmente, a estudar atividades que tinham por objeto o ensino específico da Matemática, progressivamente estendeu-se para além das práticas matemáticas escolares e, hoje, posiciona-se no campo da antropologia dos saberes, oferecendo resultados teóricos que norteiam grande parte da produção de novos resultados. Tendo em vista esta escolha, restringimos a revisão dos trabalhos que tratam da formação de professores e de números fracionários embasados na Didática da Matemática.

#### 1.1 Garcia

O projeto de formação inicial de professores de matemática apresentado por Garcia (2003) mostra o trabalho de seu grupo de pesquisa, estabelecendo

conexões entre resultados de investigação na Didática da Matemática e a formação de professores, pois acredita que tais resultados podem se tornar conhecimentos teóricos na fundamentação dessa formação.

Para a autora, os programas de formação devem dar importância não só ao conhecimento de noções matemáticas escolares, mas também à forma de entender e dar significado a essas noções, procurando preparar os futuros professores a implementar uma nova cultura matemática escolar pautada na integração de informações obtidas de pesquisas com os conteúdos de formação, o que favoreceria a organização de experiências de aprendizagem escolar.

Acrescenta que certas ideias a respeito do conhecimento do futuro professor podem ser obtidas apoiadas em seu comportamento, perante novas tarefas e de seu processo de aprendizagem, em núcleos constituídos por uma situação e um conhecimento, integrados em uma atividade que podem ser apresentados como situação-problema, casos apresentados em vídeo, estudo de casos, etc.

A título de exemplo, a autora cita o trabalho de Linhares sobre números fracionários, que é discutido em sua formação em pequenos grupos, porque esta estratégia permite durante a reflexão a geração de perguntas e a compatibilização de significados que irão proporcionar informação teórica e elementos ativos<sup>1</sup> que favorecem a construção de um novo conhecimento.

A autora refere-se a alguns resultados que utiliza a respeito das dificuldades dos alunos com números fracionários, citando, inicialmente, o trabalho de Madeleine Goutard que, em 1964, baseada em suas observações em aula e em experiências com crianças que tinham dificuldades na aprendizagem desse conteúdo, afirmou que:

As frações não são algo que se tenha que saber, mas sim algo que se tenha que compreender, e não é possível compreendê-las antes de ter uma suficiente experiência com elas. [...] A chave do êxito na iniciação ao estudo das frações é a variedade, a troca, a diversidade de pontos de vista. (GOUTARD, 1964, apud Garcia, 2003, p. 18, tradução nossa)

Outro exemplo, apresentado pela autora, são os resultados de Ohlson de 1989, segundo os quais a dificuldade associada aos fracionários é de “natureza semântica”, pois seu significado complexo é, em parte, consequência da dificuldade em combinar os significados de  $a$  e  $b$  para gerar um significado conjunto para  $a/b$ .

As contribuições de Kieren e Streefland, quanto à necessidade de proporcionar às crianças experiências com as possíveis interpretações de números fracionários,

---

1 A autora nomeia de elementos ativos os resultados de pesquisa que transforma em informação teórica no programa de formação.

para que cheguem à compreensão do conceito. Assim como os estudos de Behr, de 1992, não foram esquecidos por Garcia (2003), pelo contrário, permitiram uma primeira informação teórica aos futuros professores que proporcionou o desenvolvimento das características de cada uma dessas diferentes concepções de números fracionários e, de suas particularidades, com base em três mecanismos construtivos fundamentais: a ideia da unidade (básica para várias concepções), a ideia de partes equivalentes (não necessariamente da mesma forma) e a ideia de divisão igualitária (como reflexo da habilidade de dividir um objeto ou objetos em partes iguais).

Da mesma forma, os resultados de Lesh e outros de 1983 mostram o importante papel das diferentes representações e do que chamam de translações entre elas (mudança de registros), com base em um modelo interativo que considera cinco sistemas de representação (diagramas, símbolos escritos, materiais concretos, linguagem falada e situações reais) que podem facilitar a aquisição e a utilização do conceito e tornar as ideias significativas aos aprendizes.

Para Garcia (2003), um grande problema na apresentação tradicional dos números fracionários, no contexto escolar, talvez, tenha sido o abuso de representações contínuas vinculadas sobretudo ao círculo (a célebre pizza), sem levar em conta outras representações contínuas (como a do retângulo) ou discretas (como fichas). A autora alerta para o papel das percepções na aprendizagem que entende como informações visuais provenientes de figuras, modelos ou diagramas que acompanham as tarefas usuais na escola para números fracionários.

As investigações sobre o papel dos erros, realizadas por Brousseau em 1986, também são utilizadas pela autora na formação, porque o professor deve observar o desenvolvimento do trabalho dos alunos, para detectar e analisar os tipos de erros cometidos.

Como exemplo, cita o emprego excessivo da interpretação parte-todo para números fracionários, partindo de diagramas que podem originar dificuldades para reconhecer que  $3/5$  é um número compreendido entre zero e um ou a divisão de 3 entre 5, em uma situação de distribuição, gerando, em consequência, um problema conceitual na integração das diferentes concepções de números fracionários.

Ao concluir seu artigo, Garcia (2003) afirma ter consciência da grande complexidade que o desenvolvimento dos números fracionários apresenta e que seu trabalho mostra apenas um exemplo de como pode ser um primeiro passo para abordar o estudo dos números fracionários, como objeto de ensino/aprendizagem de uma perspectiva que permite ao professor atuar sobre sua própria prática.

## 1.2 Sallán

Sallán (2001) enfoca os sistemas de representação dos números racionais e a formação inicial de professores para a educação primária. Apresenta uma

proposta didática com o objetivo de incrementar a compreensão dos futuros professores sobre os números racionais positivos e fortalecer as conexões entre as notações fracionária e decimal.

Na primeira etapa de sua pesquisa, definiu um modelo para a construção de dois sistemas de representação de quantidades não inteiras de grandeza. Conceituou expressões fracionárias e decimais, como resultados de partições igualitárias, nas quais as respectivas notações admitem uma estrutura numérica subjacente semelhante. Na etapa seguinte, entrevistou três estudantes que participaram da primeira etapa a fim de verificar as relações entre suas produções na etapa anterior e suas atuações, como professores revisando tarefas realizadas por alunos.

O autor acredita na viabilidade de uma proposta didática que incremente conexões entre as notações fracionária e decimal dos números racionais positivos na formação de futuros professores, apresenta as potencialidades mais importantes dessa proposta, bem como as principais dificuldades que encontrou. Mostra ainda com base na análise das informações obtidas na segunda etapa que existe relação entre os conhecimentos pessoais dos futuros professores e sua atuação profissional, pois, quanto maior e melhor for o domínio conceitual do professor, maior será sua competência em tarefas profissionais, como a revisão de tarefas e tanto melhores serão as explicações que oferecem e as atividades que propõem aos alunos.

### 1.3 Godino e outros

Godino e outros (2003) descrevem dois microprogramas interativos para o estudo dos números fracionários e realizam uma análise a priori, de suas características didáticas, por meio de ferramentas conceituais e metodológicas da Teoria das Funções Semióticas, pois estas permitem mostrar o sistema de objetos matemáticos utilizados nos programas e os processos semióticos que solicitam. Justificam o emprego dessa teoria, como contexto para a reflexão sobre a natureza essencialmente discursiva dos conceitos matemáticos e a respeito da importância dos momentos de conceituação no processo de estudo.

Este trabalho foi realizado em uma formação de professores da escola primária e os programas interativos selecionados permitiram representar números fracionários, na tela do computador, mediante gráficos de áreas e da reta racional, estabelecendo correspondências semióticas entre as expressões numéricas e as gráficas. No entanto, afirmam que por ter um caráter limitado e específico, colocam em jogo poucos conceitos e técnicas matemáticas, embora cumpram o objetivo de análise proposta para identificar critérios na utilização dos programas na educação primária e lançar questões para reflexão dos professores em formação.

## 1.4 Rational Number Project (RNP)

Entre os principais grupos de pesquisa, que se dedicam a estudar questões a respeito da aprendizagem de números racionais, encontra-se o *Rational Number Project* (RNP), fundado em 1979.

Conforme citam Cramer e outros (1998) consiste de um programa de pesquisa cooperativa que muito tem contribuído para a compreensão do pensamento das crianças a respeito desses números. Nesse artigo, os autores fazem uma retrospectiva do projeto, lembrando que o primeiro trabalho estudou o impacto de materiais manipulativos na compreensão das crianças a respeito do conceito de número racional e, os últimos, estendem o estudo dos números racionais para proporcionalidade, nas séries que equivalem a nossos terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental.

Nessa retrospectiva, citam a colaboração de Tom Kieren com uma estrutura conceitual importante para o RNP, quando afirmou que o domínio matemático dos números racionais é construído, com base em uma visão integrada das concepções: medida, quociente, operador e razão e, das relações entre elas. Referem-se ainda à contribuição de Vergnaud com seu “*Campo Conceitual Multiplicativo*”, como uma rede de conceitos relacionados multiplicativamente que propiciou, no final dos anos 80 do século XX, que o RNP avançasse pesquisando tais campos e explorando interconexões no desenvolvimento cognitivo de conceitos, constatando que em um estudo com professores da escola elementar encontraram:

[...] professores que resolveram os problemas corretamente e relacionaram com os conceitos de razão e proporção, entretanto professores que chegaram à solução correta sem esses conceitos, o fizeram com métodos como tentativa e erro. [...] Isto mostra que a formação dos conceitos de razão e proporção pode ser uma ferramenta poderosa no raciocínio com problemas multiplicativos. (CRAMER e outros, 1998, p. 3, tradução nossa)

## 1.5 Nossas considerações

As estratégias de formação de Garcia (2003) no sentido de fundamentar a formação de professores em resultados de pesquisas, consideramos relevantes, bem como os resultados de Sallán, quando mostram a existência de relações entre os conhecimentos pessoais de futuros professores e sua atuação profissional, além da relação entre sua competência e seu domínio profissional.

Da mesma forma, não podemos desprezar a importância das representações, em qualquer trabalho com números fracionários, evidenciada tanto por Godino e outros como pelos trabalhos do RNP.

Acreditamos que a formação de professores, tanto inicial como continuada, tem como finalidade prepará-lo para buscar a aprendizagem efetiva de seus alunos, pois sem isso não se justificariam as preocupações ou as pesquisas nas áreas de ensino e aprendizagem.

Nesse sentido, Ponte (1992) cita resultados em que o conhecimento e a cultura matemática do professor podem ter grande influência em seu estilo de ensino, o que também foi evidenciado por Sallán (2001). Para o autor, algumas investigações mostram que, de modo geral, os professores (especialmente de níveis mais elementares) sabem pouca matemática. Não só seu conhecimento sobre assuntos conhecidos é pouco profundo, como lhes faltam, muitas vezes, conhecimentos específicos, além da necessária segurança para tratar dos assuntos que ensinam.

Além de não termos encontrado trabalho mostrando resultados a respeito da formação continuada ou do tratamento dado aos números fracionários por professores dos ciclos finais do Ensino Fundamental, sentimos também a ausência, nas pesquisas apresentadas, de algum estudo epistemológico que poderia nos revelar outras faces do ensino e aprendizagem.

Por acreditarmos que uma formação continuada deve relacionar três campos de ação: o estudo do conteúdo em pauta que, em nosso caso, são os números fracionários; as ações formativas que são as estratégias adotadas para a formação e a aprendizagem dos alunos, apresentaremos, a seguir, apoiados nesses três eixos condutores, nossa problemática.

## 2 Problemática

Nossa problemática será desenvolvida baseada nos três objetivos centrais da formação que pretendemos: o objeto matemático números fracionários, as concepções dos professores a respeito de seus alunos e as ações formativas que possam possibilitar um melhor conhecimento didático do professor a respeito do tema.

Concordamos com Oliveira, Segurado e Ponte (1998), segundo os quais, um conhecimento é construído sob três bases: a Matemática (conceitos, terminologia, relações entre conceitos, processo matemáticos, forma de validação de resultados, competências básicas e processos de raciocínio); os processos de aprendizagem (relação entre ação e reflexão, papel das interações, papel das concepções dos alunos, dos conhecimentos prévios, estratégias de raciocínio, etc.) e o currículo (finalidades e objetivos, representação dos conceitos, materiais, etc.) além da instrução (ambiente de trabalho e cultura em classe, tarefas, comunicação e negociação de significados, modos de trabalho em classe etc.).

Assim, apresentaremos nossa problemática apoiada nesses três eixos norteadores no que segue.

## 2.1 Reflexão sobre o ensino de números fracionários

Na construção desta problemática, iremos nos deter em resultados que sugere novos pontos de vista para o ensino de números fracionários, sem tratar de números decimais, nem discussões a respeito de erros cometidos por alunos.

A presença da matemática na escola é, segundo Chevallard (1992), consequência de sua utilização na sociedade e não algo feito exclusivamente para ser ensinado na escola, acarretando a redução de seu valor social a um mero valor escolar e transformando o ensino escolar da matemática em um fim em si mesmo. Pelo contrário, o ensino da Matemática responde a uma necessidade social e individual, visto que cada indivíduo deve saber um pouco de matemática para resolver ou, simplesmente, reconhecer os problemas com os quais se depara na convivência social.

Direcionando o olhar para os números fracionários na escola, encontramos vários pesquisadores que se dedicam a responder questões a respeito desse ensino que levantam pontos importantes para seu ensino.

Post e outros (1982) tratam da equivalência entre fracionários e afirmam que a constatação da existência ou não de equivalência entre números fracionários pode ser feita com base em materiais manipulativos, de alguma habilidade para efetuar a “partição” de um objeto contínuo ou um conjunto de objetos discretos.

Já, Adjiage e Pluinage (2000) indicam que, entre as representações disponíveis, a das retas graduadas, apresenta um conjunto de características favoráveis para o ensino de fracionários, entre elas, a familiaridade aos alunos, a flexibilidade de utilização (mudança de unidades, por exemplo), a boa adequação com as percepções de somas ou de algumas relações, como a duplicação de um segmento.

Por sua vez, Kieren (1988) afirma que o modelo parte-todo para o ensino dos números fracionários auxilia convenientemente na produção da linguagem fracionária, quando os textos de matemática da escola e o discurso do professor, tendem a orientar o estudante a uma imagem de dupla contagem: contar as partes em que o inteiro foi dividido (denominador) e contar quantas dessas partes são consideradas (numerador).

Assim, embora esse procedimento capacite a criança a produzir respostas corretas para algumas situações, desenvolve um modelo mental não apropriado (partes de um inteiro), em vez de um mais poderoso, sugerido por Vergnaud, em 1983, que é o da medida (comparação com a unidade).

O autor acrescenta que a linguagem fracionária desenvolvida frequentemente orienta a criança para um resultado (da dupla contagem das partes) em vez de

orientar para o ato de “dividir em ‘n’ partes e sua representação matemática  $\square/n$ ”. Mas, alerta para o fato de a criança diferenciar a situação de dividir uma unidade em cinco partes e considerar três ( $3/5$  como parte/todo ou medida), da situação de dividir três inteiros em cinco partes (como distribuir três pizzas entre cinco pessoas), mesmo que o resultado seja o mesmo.

Godino e Batanero (2002) entendem a noção de razão de modo genérico, como a comparação de uma parte com outra parte nem sempre como sinônimo de fração. Para os autores, a ideia-chave é entender as frações como “qualquer par ordenado de números inteiros em que a segunda componente é distinta de zero” e, a razão, como “um par ordenado de quantidades de grandezas” expressas por um número real e uma unidade de medida. Assim, listam as seguintes diferenças entre razão e fração:

- As razões comparam entre si objetos heterogêneos, ou seja, objetos que se medem com unidades diferentes. As frações, ao contrário, se usam para comparar o mesmo tipo de objetos como “duas de três partes”, o que se indica por  $2/3$ . Assim, a razão de 3 presuntos/145 euros não é uma fração.
- Algumas razões não se representam com a notação fracionária. Por exemplo, 10 litros por metro quadrado. Neste caso, não se necessita nem se usa a notação de fração para informar a relação entre tais quantidades.
- As razões podem ser designadas mediante símbolos distintos das frações. A razão 4 em 7 se pode colocar como  $4:7$  ou  $4 \rightarrow 7$ .
- Nas razões, o segundo componente pode ser zero. Em um pacote de balas, a razão entre as verdes e as vermelhas pode ser  $10:5$ , mas também se pode dizer que pode ser  $10:0$ , se todas forem verdes (não se trata de fazer nenhuma divisão por 0).
- As razões nem sempre são números racionais. Por exemplo, a razão entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro  $C/D$  é o número  $\pi$ , que sabemos não é racional, ou a razão do comprimento da diagonal de um quadrado com o comprimento de seu lado ( $\sqrt{2}$ ). Esta é uma diferença essencial entre “razão” e “fração”, já que como vimos as frações são sempre interpretáveis como quociente de inteiros.
- As operações com razões não se realizam, em geral, da mesma maneira que as frações. Por exemplo, 2 acertos sobre 5 tentativas ( $2:5$ ), seguidos de 3 acertos em 7 tentativas ( $3:7$ ) se combinam para produzir 5 acertos em um total de 12 tentativas, ou seja, com estas frações se pode definir uma “soma” de razões da seguinte maneira:  $2:5 + 3:7 = 5:12$ . Evidentemente esta soma não é a mesma que a soma de frações. (GODINO e BATANERO, 2002, p. 420-421, tradução nossa)

Percebemos que os autores afirmam que as razões comparam objetos medidos com unidades diferentes, ao mesmo tempo em que citam como exemplo de

razão, a comparação entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro que devem ser medidos pela mesma unidade que, para nós, poderia ser interpretada também como quociente de dois números.

Por outro lado, a opção de representar uma razão por  $a : b$ , como fazia Euclides, seria possível se não usássemos a mesma notação para representar divisão em outros contextos. Enquanto a utilização da seta ( $a \rightarrow b$ ) poderia ser interpretada por uma relação de implicação.

Behr e outros (1992) consideram que a mais importante estrutura cognitiva relacionada e gerada pela interpretação de quociente para números fracionários é a partição, pois permite tratar os números racionais, como elementos de um campo quociente e, como tal, ser utilizado para definir equivalência, adição e multiplicação, além de propiciar a verificação de outras propriedades, por uma perspectiva puramente dedutiva.

Para as operações, Carpenter e outros (1994) propõem que, para reverter o quadro do ensino de procedimentos para operar com frações seja usada uma extensão direta das operações de adição e a subtração com inteiros, contando com o desenvolvimento dos conceitos de unidade e equivalência. De maneira similar, podemos construir a multiplicação de frações sobre os conhecimentos dessa operação com naturais na forma de comparação multiplicativa (multiplicação escalar) e a concepção de fracionário como operador (racional operando sobre racional).

A respeito do assunto, Behr e outros (1992), acreditam que a multiplicação de números racionais pode ser introduzida como uma extensão da multiplicação de números inteiros a partir de situações que pedem para que seja encontrada a parte de uma parte como, por exemplo, a metade de um quinto.

Por outro lado, Post e outros (1992), entendem que os números racionais não são de simples construção, propõem, então, que sejam caracterizados por uma série de subconstruções distintas, embora relacionadas que serão identificadas por medida, quociente, operador, razão e parte-todo, sugerindo a necessidade de uma análise mais refinada de cada uma dessas subconstruções.

Esses, entre outros estudos, nos remetem a possibilidades de considerar alguns resultados de pesquisas que tratam de números fracionários na formação de professores do Ensino Fundamental. Assim, no ensino de fracionários para a quinta série do Ensino Fundamental se faz necessário pontuar que conteúdo discutir durante a formação, que agregue resultados de pesquisas pertinentes para essa série.

Para organizar esse conteúdo, encontramos a Teoria Antropológica do Didático (TAD) que, segundo Bosch e Chevallard (1999) permite analisar, descrever e estudar as práticas institucionais, considerando uma organização do saber matemático que está em jogo. Em parte, essa organização é o objetivo que o professor pretende alcançar com o ensino desse tema, ao mesmo tempo que sustenta a

elaboração da praxeologia ou Organização Didática que será colocada em prática na sala de aula.

De acordo com Chevallard (2002), o primeiro aspecto dessa organização caracteriza o saber-fazer, sendo designado por um bloco prático-teórico que consiste em considerar que toda ação humana, inclusive, as atividades matemáticas cumprem uma tarefa ( $t$ ) de um certo tipo ( $T$ ), por, pelo menos uma, determinada técnica ( $\tau$ ). O segundo aspecto caracteriza o saber em um sentido restrito que é designado por um bloco tecnológico-teórico, considerando uma certa tecnologia ( $\theta$ ) que justifica a técnica ( $\tau$ ) aplicada que permite, por um lado, pensar sobre a técnica e, por outro lado, produzir novas técnicas, além de uma teoria ( $\Theta$ ) que, por sua vez, justificaria tal tecnologia.

Do lado do professor, Chevallard (2002) entende que “*ensinar um certo tema matemático*” é um tipo de tarefa para o professor que, de acordo com sua teoria, consiste em “*ensinar uma organização praxeológica de natureza matemática*” que, para ser breve, chama de Organização Matemática. Assim, para ele o problema praxeológico do professor de Matemática é construir praxeologias, pois estas podem envelhecer, quando seus componentes teóricos e tecnológicos tornam-se desacreditados, visto que novos tipos de tarefas problemáticas apresentam, a todo momento, a construção de novas praxeologias.

Para Moreira (1999), é indispensável uma análise prévia daquilo que se vai ensinar porque nem tudo que está nos programas, nos livros e em outros materiais educativos do currículo é importante. Além disso, a ordem que os principais conceitos e ideias da matéria de ensino aparecem nos manuais educativos e nos programas, muitas vezes, não é a mais adequada para facilitar a interação com o conhecimento prévio do aluno.

Conforme se pretende formar o professor para elaborar organizações didáticas para o ensino de algum tema matemático, com certeza, entraremos em contato com suas concepções, mas, segundo Thompson (1997) quanto mais é aprendido sobre as concepções da matemática e do ensino de matemática do professor, mais se torna importante entender, como estas concepções são formadas e modificadas, acreditando que:

[...] qualquer esforço para melhorar a qualidade do ensino de matemática deve começar por uma compreensão das concepções sustentadas pelos professores e pelo modo como estas estão relacionadas com sua prática pedagógica. (Ibid, p.14)

Para a autora, os padrões de comportamento característicos dos professores apresentam-se em função de seus pontos de vista, crenças e preferências. Nesses

padrões de comportamento, encontra-se o próprio domínio do conteúdo matemático, que é preocupação de autores, como Azanha (1998) quando afirma:

A triste realidade é que o professor da escola pública paulista [...], em sua grande maioria, é atualmente mal formado. [...] No último concurso estadual para professores de nível III [...] 94.281 compareceram às provas e apenas 8.142 foram aprovados, isto é, mais ou menos 8%. (Ibid, p.51-52)

Nesse sentido, Moreira e David (2005) acreditam que os saberes fundamentais à prática pedagógica escolar não são devidamente discutidos no processo de formação e que a prática docente escolar não é capaz de produzir os saberes associados à ação pedagógica do professor.

Dessa forma, partindo do pressuposto de que um professor de matemática, depois de alguns anos de carreira, cumpre de maneira rotineira a tarefa de ensinar números fracionários, colocamo-nos frente a uma situação problemática: construir uma Organização Didática para o ensino de números fracionários para uma quinta série que se apóie em uma Organização Matemática previamente construída que considere resultados de pesquisas. Acreditamos como Shulman (1987) que a transformação dos conteúdos em produtos de ensino é uma maneira de observar a compreensão do professor sobre um determinado assunto e sua capacidade para ensiná-lo.

Assim, com o propósito de observar as concepções de números fracionários que os professores mobilizam, quando se propõem a ensinar esse conteúdo à quinta série, pretendemos responder, nesta pesquisa, a seguinte questão:

*Que organização didática os professores constroem para o ensino de números fracionários para a quinta série do Ensino Fundamental durante a formação?*

Como hipótese de resposta para essa questão, acreditamos que os professores apresentarão uma Organização Didática para o ensino pretendido, apoiada em atividades de livros didáticos e associadas sobretudo à concepção parte-todo de números fracionários do que propriamente a formação recebida como resultado de uma resistência a possibilidade de mudança de algo que acreditam ter pleno domínio.

## 2.2 Relação professor-aluno no processo de ensino e aprendizagem de números fracionários

Pretendendo estimular professores em formação continuada para uma reflexão a respeito do ensino de fracionários, cabe olhar para as dificuldades de aprendizagem desse tema pelos alunos, bem como da relação entre professores e alunos, para que a aprendizagem ocorra.

Quanto à aprendizagem dos números fracionários, Adjiage e Pluinage (2000, p. 43, tradução nossa) afirmam que “*as aquisições referentes a números racionais evidenciam dificuldades que tomam muito tempo para serem ultrapassadas*”, e a apresentação simultânea de dois números inteiros – numerador e denominador – é um obstáculo<sup>2</sup> para aceitação de que uma fração descreve um único número, visto que essa dissociação leva a uma mobilização errônea da concepção de números inteiros, assim como um tratamento inadequado das representações, porque para o aluno dispõe-se de inteiros, mas não se tem o direito de tratá-los como tal.

Estes obstáculos foram tratados em Silva (1997), sendo alguns deles classificados e analisada sua interferência no ensino e aprendizagem de números fracionários. Entre eles, a autora destaca: a representação simbólica, a negação da necessidade de quantidades fracionárias, a aceitação das frações como representação de números, o conhecimento dos naturais, a passagem do discreto para o contínuo. Segundo Brousseau (1983) esses obstáculos são inerentes ao próprio saber e podem ser percebidos nas dificuldades que os matemáticos encontraram na história e, por isso, “*não podemos deles escapar nem deixá-los escapar*” (p. 178, tradução nossa).

Silva e Campos (2001) em pesquisa sobre formação de alunos de magistério, a respeito de fracionários, afirmam que o conhecimento prévio adquirido de forma mecânica, sem reflexão, interferia em cada momento do trabalho, embora a maioria dos alunos tenha apresentado, no pós-teste, melhor desempenho no tratamento com números fracionários relacionados à concepção de medida.

Por outro lado, para Lipman (2001) as crianças descobrem, aos poucos, que o ambiente escolar não é animador nem desafiador, pelo contrário, suga qualquer iniciativa, inventividade e reflexão que trazem, mesmo quando o enfoque do processo educativo não seja a aquisição de informações, mas a percepção das relações contidas nos temas investigados com a expectativa de que os alunos pensem, reflitam e desenvolvam o uso da razão, bem como a capacidade de serem criteriosos.

Para Santos (2004), existe uma estreita relação entre aprendizagem e formação do professor, sendo grande parte das dificuldades de aprendizagem dos alunos relacionada ao preparo dos professores e ao tratamento dispensado ao ensino de Matemática nas salas de aula.

---

2 Segundo Brousseau (1983) a noção de obstáculo permite uma nova maneira de olhar os erros dos alunos. Estes erros, em um mesmo sujeito, estão ligados entre si por uma causa comum: uma maneira de conhecer, uma concepção característica ou um conhecimento antigo que tem êxito em todo um domínio de ações e não em outro.

O conhecimento específico da disciplina ocupa sim um lugar importante no espectro de saberes necessários ao professor que ensina Matemática. [...] Emerge, como urgente, a necessidade de aprofundar o conhecimento do professor e do futuro professor sobre os processos envolvidos na relação ensino e aprendizagem, bem como, nas suas dificuldades. (Ibid, p. 5)

Para Chevallard (1999), uma das dificuldades didáticas mais comuns para um professor é “*dar um lugar aos alunos*”, pois:

O drama didático determinado pela palavra “lugar” se estabelece no jogo do professor, que deve estar presente, mesmo quando ausente, e deve saber se ausentar quando presente, a fim de deixar o aluno livre para conquistar certa independência. (Ibid, p. 249, tradução nossa)

Para o autor, não se deve observar apenas a atividade do professor, pelo contrário, deve-se perceber, também, a atividade do aluno, considerando a qualidade e a quantidade de trabalho autônomo, que lhe é exigido para assegurar um melhor rendimento em termos de aprendizagem. O aluno deve aceitar o professor, como um orientador de seu estudo, renunciando às enganosas facilidades que, a cada momento, lhe possa oferecer.

Entendemos que o professor deve criar um lugar que dê ao aluno o sentimento “*de ter um verdadeiro papel a desempenhar*” que solicita um professor atento para a construção de significados por seus alunos quando considera que um desses papéis é a própria construção de conhecimentos, de acordo com Chevallard (1999).

Assim, uma formação continuada para professores de matemática deve ajudá-los a desenvolver estratégias que os encaminhem a pensar em seus alunos, durante a resolução de tarefas que visem a aprendizagem de qualquer tema matemático, como agentes de sua própria aprendizagem que têm uma certa autonomia.

A reflexão dos professores sobre sua prática em sala de aula é primordial para percebermos o lugar que o professor reserva a seu aluno no momento em que acredita estar ensinando.

Desse modo, interessa-nos ver a possibilidade de os resultados da formação atingirem a sala de aula, tentando responder à seguinte questão:

*É possível encaminhar professores de matemática a reflexões que possibilitem mudanças nas concepções que têm de seus alunos proporcionando-lhes um novo lugar na instituição escolar?*

A hipótese é que os professores não aceitem facilmente que alunos de quinta série possam resolver as tarefas propostas sem uma “revisão” ou “ensino” prévio do conteúdo pertinente à série sobre números fracionários

### 2.3 Reflexões sobre a formação continuada

A necessidade de novos pontos de vista para a Organização Matemática dos números fracionários, bem como um olhar aos alunos que nos permita vê-los como aprendizes, levam-nos a refletir sobre a formação de professores, em especial a continuada e seu desenvolvimento profissional.

O quadro geral do ensino brasileiro mostra a necessidade de discussões que priorizem a relação entre ensino e aprendizagem. É do senso comum que, geralmente, o professor acredita que sempre ensina, da melhor maneira possível. No entanto, quando se detecta que o aluno não aprende, o professor não consegue discernir as causas dessa não aprendizagem, questionando raramente suas estratégias de ensino. Na realidade, este assunto é delicado e ainda há dúvidas a respeito da existência de uma relação direta entre ensino e aprendizagem, como constatamos no *Referencial para a Formação de Professores* quando afirma que:

Se, por um lado, existem inúmeros indicadores de que a habilitação e a formação em serviço não garantem melhores resultados na aprendizagem dos alunos, por outro lado, há evidências que confirmam essa relação, embora não entendida como uma relação mecânica e diretamente proporcional. (MEC, 1999, p. 20)

Pavanello (2001) pesquisou a percepção que, alunos e professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, têm das relações entre os conceitos de área e de fração, como partição de grandezas contínuas. Observou que os professores não demonstram estabelecer tais relações e, por conseguinte, parece que não proporcionam condições necessárias, para que seus alunos as estabeleçam. Notou, ainda, um paralelismo entre as dificuldades apresentadas por alunos e professores que, em relação ao tema, podem sugerir que as dificuldades dos professores poderiam refletir na concepção das crianças.

A autora considera necessário que os cursos de formação de professores de matemática, para esse nível de ensino, realizem trabalhos que possibilitem a integração de diferentes temas da Matemática para a efetivação de umas aprendizagens mais significativas que conduziriam à superação das dificuldades dos professores e, conseqüentemente, dos alunos desse nível de ensino.

A integração de distintos temas matemáticos, por outro lado, apresenta-se como um problema de difícil trato, pois, quando explicitada para professores, estes justificam essas dificuldades como carências da formação. Mas, a despeito da complexa malha de problemas que o professor enfrenta, o primeiro passo é fazê-lo perceber que é o agente da formação do aluno e que possíveis mudanças do sistema escolar só serão facilitadas por seu desenvolvimento profissional.

Para Tardif (2000, p. 10) a profissionalização na educação é vista como uma tentativa de reformular e renovar os fundamentos epistemológicos do ofício de professor. Entende como epistemologia da prática profissional “o estudo do conjunto de saberes utilizados realmente pelos profissionais em seu espaço de trabalho cotidiano para desempenhar todas as tarefas”.

Para o autor citado, além da natureza dos conhecimentos de cada profissão, são exigidos de qualquer profissional autonomia, discernimento, a construção de julgamentos em ação e, ainda, a formação contínua, após os estudos iniciais, porque a evolução e o progresso desses conhecimentos profissionais impõem-se.

Mas, para Shulman (1987), as discussões referentes à base dos conhecimentos profissionais, raras vezes, especificam seu caráter para converter o ensino em algo mais do que um trabalho individual, pois não se refere ao que os professores deveriam saber, fazer, compreender ou professar, para que seja considerada entre as profissões douradas.

Para o autor, a maior parte do ensino tem características específicas, de acordo com a matéria que trata e tem como objetivo fazer com que os alunos aprendam a compreender e a resolver problemas e a pensar crítica e criativamente.

Na busca de estratégias de formação que, efetivamente, proporcionem o desenvolvimento profissional de professores, optamos, no projeto de pesquisa que participamos: *Estudo de Fenômenos de Ensino-Aprendizagem de Noções Geométricas*, realizado na PUC/SP, com verba da FAPESP de 2000 a 2002, a trabalhar com sequências desenvolvidas para o ensino desse conteúdo no Ensino Fundamental, pois os professores alegavam ter pouco conhecimento do assunto e nem sabiam como ensiná-lo.

Durante esse projeto, Manrique (2003) desenvolveu sua tese de doutorado e constatou algumas mudanças na prática de um, dos dois grupos, de professores que participaram do trabalho:

Os processos de mudança estudados explicitaram a procura de autonomia por qual passou o professor, bem como a necessidade de reflexão a respeito do contexto escolar e das próprias práticas pedagógicas. [...] Salientaram, também, a importância de um processo de formação que valorize os saberes docentes (porque são construídos e reconstruídos nas interações e relacionamentos do professor) e que aja sobre as capacidades individuais, propiciando a construção de meios de ação. (Ibid, p. 158)

A autora constata, além da possibilidade de mudanças nas práticas dos professores com relação à Geometria, também, a necessidade que sentem de reflexão sobre sua prática, na busca de autonomia para suas próprias ações, apresentando, assim, a autonomia como um foco de novas investigações. Sabemos que as aulas

da maioria dos professores espelham-se nos livros didáticos e dificilmente elaboram uma sequência didática para o ensino de algum tema da Matemática, pelo contrário, quando sentem tal necessidade, normalmente, buscam nas capacitações que participam, embora para Nacarato:

[...] apesar de todas as dificuldades pelas quais o professor vem passando, há ainda aqueles que aceitam o desafio e tentam fazer seu trabalho dignamente. São poucos? Talvez! Infelizmente, as denúncias vêm sempre contra os que não fazem, raramente os que fazem têm o seu trabalho valorizado. No entanto, nossa vivência e passagem por diferentes grupos, têm nos possibilitado conhecer trabalhos muito interessantes sendo realizados na escola pública – que no meu entender, ainda possibilita um trabalho autônomo ao professor. (NACARATO, 2004B, p. 6)

Não resta a menor dúvida que alguns professores realizam bons trabalhos na rede pública de ensino, mas, de acordo com Lipman (2001), os pensadores autônomos são os que “pensam por si mesmos”, que fazem seus próprios julgamentos, formando sua própria visão do mundo e desenvolvendo suas próprias concepções a respeito do tipo de indivíduos que querem ser e o tipo de mundo que gostariam. Nesse sentido, acreditamos que professores e alunos, com tal nível de autonomia, poderiam mudar o sistema escolar instituído, mas sabemos que estes são poucos.

Contudo, há os que acreditam que a formação contínua é o veículo de tal conquista e pode provocar a formação de um novo sistema didático, interrompendo a prática mecanizada instituída. Um deles é Chevallard (1999), para quem a prática mecanizada das tarefas do professor acontece pelo abandono de problemáticas didáticas que poderiam ser provocadas por situações que levem o professor a construir um novo saber-fazer.

Embora o autor acredite que a formação de um novo sistema didático interrompa o fluxo normal da atividade escolar e apareça como fonte de confusão, a escola nas sociedades modernas é uma maneira de gerenciar aprendizagens, pois nela consolida-se socialmente a ideia de didática e de estudo, ou seja, de fazer qualquer coisa a fim de aprender qualquer coisa (“saber”) ou aprender a fazer qualquer coisa (“saber-fazer”). Explícita como uma dificuldade do professor criar uma exposição adequada de um tema matemático de estudo que possibilite ao aluno desempenhar um trabalho autônomo, propiciando bons rendimentos em termos de aprendizagem.

Nesse sentido, Bosch e Gáscon (2001) atribuem como tarefas dos professores, de qualquer disciplina escolar, resolver os problemas da diversidade na aula, da avaliação dos alunos que não querem estudar, etc. enquanto outras seriam específicas de uma área matemática concreta. Destas, consideram algumas como rotineiras e

bem definidas, por não colocarem grandes problemas para o professor: escolher um livro, preparar um curso, organizar o programa, realizar as aulas, escolher os exercícios que os alunos devem fazer, propor uma prova, corrigir os deveres etc.

No entanto, como nem sempre aquilo que se encontra como rotineiro é eficaz; entendemos que a formação continuada de professores de Matemática atinge um alto nível de complexidade, porque atrás dessas rotinas estão escondidas as diversidades das formações iniciais que receberam que fazem com que um grupo de professores seja bastante heterogêneo no cumprimento de suas tarefas.

Essas rotinas e heterogeneidades devem ser então consideradas quando se pretende proporcionar ambientes de reflexão a respeito do ensino de números fracionários e dar autonomia para que os professores possam aplicar em sua prática, os resultados encontrados durante a formação.

Este ponto de vista foi discutido no I Seminário Nacional de Licenciatura em Matemática promovido pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática onde se constatou que:

A partir de 1995, um novo foco começa a se fazer presente nas pesquisas sobre formação continuada de professores: o processo de se constituir professor a partir da prática docente. [...] As pesquisas [...] apontam a reflexão, a investigação da própria prática e os saberes da experiência como elementos para a constituição e o desenvolvimento profissional do professor. (SBEM, 2003, p. 12)

Para Lipman (2001, p. 27) “a reflexão sobre a prática constitui o questionamento da prática, e um questionamento efetivo inclui intervenções adequadas” sendo este o foco das formações continuadas atualmente.

Diante do exposto, buscamos estratégias de formação que propiciem esse ambiente de reflexão, preparando as ações formativas, baseadas em uma Organização Matemática que enfoque resultados de pesquisas anteriores privilegiando as concepções de números fracionários apresentadas por Behr e outros (1992) com o objetivo de permitir sua análise didática pelos professores e a consequente confrontação com suas próprias concepções.

Assim, focando as ações formativas desenvolvidas nos trabalhos de pesquisa pretendemos responder à seguinte questão:

*É possível em uma formação continuada promover ações que permitam aos professores alguma mudança em sua prática de ensino de números fracionários para uma quinta série?*

Temos como hipótese que os professores apresentarão resistência a um novo olhar no ensino de fracionários para essa série, procurando manter-se em sua prática rotineira, pois esta lhes transmite segurança.

Em continuidade a nosso trabalho, apresentaremos a seguir os procedimentos metodológicos que adotaremos para buscar respostas às questões apresentadas.

### **3 Metodologia e procedimentos metodológicos**

Com o intuito de responder as questões pretendidas, adotamos a pesquisa-ação como metodologia e alguns procedimentos metodológicos para a coleta das informações, baseados nas escolhas que norteiam o projeto de pesquisa em que este trabalho está inserido.

#### **3.1 Alguns princípios da pesquisa-ação**

Nossa pesquisa desenvolveu-se conforme uma abordagem metodológica qualitativa, na qual adotamos como metodologia a pesquisa-ação que, segundo Thiollent (2003), é um tipo de pesquisa social com base empírica concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo.

Uma pesquisa é assim qualificada quando houver uma ação não trivial, por parte das pessoas envolvidas no problema sob observação, na qual tanto os pesquisadores, como os participantes da situação ou do problema envolvem-se de modo cooperativo ou participativo.

Neste estudo, essa ação traduziu-se na elaboração de uma sequência didática para o ensino de fracionários para a quinta série pelos professores em formação. Conforme Thiollent (2003), essa estratégia metodológica da pesquisa social apresenta os seguintes aspectos:

- a) há uma ampla e explícita interação entre pesquisadores e pessoas implicadas na situação investigada;
- b) desta interação, resultam a ordem de prioridade dos problemas que serão pesquisados e as soluções que serão encaminhadas, sob a forma de ação concreta;
- c) o objeto de investigação não é constituído pelas pessoas e, sim, pela situação e pelos problemas de diferente natureza encontrados na situação;
- d) o objetivo da pesquisa-ação consiste na resolução ou, pelo menos, na explicitação dos problemas da situação observada;
- e) durante o processo, há um acompanhamento das decisões, das ações e de toda a atividade intencional dos atores da situação;
- f) a pesquisa não se limita a uma forma de ação: pretende aumentar o conhecimento dos pesquisadores e o conhecimento ou o “nível de consciência” das pessoas e grupos considerados.

Esta metodologia aplica-se a nosso objetivo de realizar uma investigação colaborativa que, de acordo com Reason (1988 apud Boavida e Ponte, 2002),

é uma pesquisa que atravessa “uma série de passos lógicos” incluindo a identificação de questões, o estabelecimento e a implementação de um plano de ação e reflexão sobre a experiência entrelaçados com processos emocionais. Para o autor, é importante:

que o projecto que o iniciador quer desenvolver faça sentido para um grupo potencial de membros; e ter cuidado para quaisquer diferenças de poder ou estatuto derivadas de posições organizacionais ou sociais não tornem impossível negociar um contrato aberto. (Ibid, p. 21 apud p. 9)

Conforme Thiollent (2003), a especificidade da pesquisa-ação consiste em relacionar dois tipos de objetivos:

- O prático: contribuir para o melhor equacionamento do problema central da pesquisa.
- O de conhecimento: obter informações que seriam de difícil acesso por outros procedimentos.

Para o primeiro caso, temos como objetivo colaborar com os professores nas reflexões necessárias na elaboração da sequência de ensino pretendida, no sentido de ajudar a solucionar os problemas que podem se apresentar durante a ação formativa. No segundo caso, do lado da pesquisa, pretendemos contribuir para uma melhor compreensão dos conhecimentos de números fracionários mobilizados pelos professores, assim como suas relações com o ensino do assunto e com os alunos.

No desenvolver do trabalho, nosso interesse foi que os professores produzissem novos conhecimentos e adquirissem alguma experiência para discutir, levantar questões e propor soluções para problemas, não só a respeito do objeto de estudo, mas também sobre outros assuntos que apresentavam durante a formação.

Como a presente pesquisa está inserida em um projeto maior, que adota essa metodologia, utilizamos os mesmos instrumentos para coletar informações: questionários, observações, mapas conceituais e documentos escritos pelos professores. No que segue, apresentamos a justificativa sobre a escolha desses instrumentos.

### 3.2 Questionário

Um questionário inicial foi aplicado, em 11 de abril de 2003, com o intuito de caracterizar os professores participantes do projeto. A primeira parte identificava o professor segundo: gênero, idade, estado civil, tempo de atuação profissional, grau de ensino que leciona, quantidade de aulas semanais, quantidade de

escolas onde leciona, formação acadêmica e participação em algum processo de formação nos últimos três anos.

Na segunda parte, questionamos a respeito do acesso à informação que possuía. Na terceira parte, focalizamos a utilização de publicações que o auxiliavam em suas estratégias em sala de aula: Parâmetros Curriculares Nacionais, *Experiências Matemáticas* e Livros Didáticos. Na quarta parte, buscamos suas opiniões sobre a importância de alguns temas específicos da Matemática, como situações que os colocavam frente a supostas respostas de alunos, para tarefas que envolviam números fracionários.

### 3.3 Observações

A formação foi realizada e coordenada pela própria pesquisadora de agosto de 2003 a abril de 2004. Os encontros foram observados por pelo menos três participantes do projeto durante 29 semanas, em encontros de três horas cada um. Estes observadores eram alunos de mestrado ou doutorado em Educação Matemática da PUC/SP que participam do Projeto de Pesquisa. Além das anotações realizadas pelos observadores, fizemos gravação em áudio das discussões de cada grupo em atividade.

O grupo de professores foi observado de forma a obter uma descrição dos comportamentos, durante a realização das atividades propostas, sendo permitida a eventual intervenção do observador, tanto para ajudá-los quando necessário como para solicitar algum esclarecimento sobre suas ações. Este tipo de observação é chamado de entrevista-ação porque: *“insere-se dentro da ação que se desenvolve e constitui um processo de recolha de dados que se situa entre a entrevista e a ação”* (ESTRELA, 1994, p. 35).

Para o autor, existem quatro características para esse tipo de observação: o papel do observador não se altera perante o observado; podem-se realizar análises sobre a origem e a finalidade das ações do observado, porque suas opiniões podem ser confrontadas durante a ação; as inferências do observador podem ser defrontadas com as opiniões do observado e as informações são ricas em detalhes, embora sejam restritas aos aspectos e situações específicas. O princípio da análise do comportamento em situação deve se sobrepor ao da análise em si mesma que faz com que a observação desempenhe uma função central na elaboração do dispositivo experimental.

Os mesmos procedimentos de observação foram empregados durante a aplicação da sequência, elaborada durante a formação em uma sala de quinta série, no mês de abril de 2004, sendo observada e discutida por todos os elementos do grupo no final de cada aula.

### 3.4 Documentos escritos pelos professores

Durante a formação, coletamos todas as produções do grupo de professores e, no final, solicitamos que escrevessem individualmente, fora do ambiente de formação, a respeito de sua experiência durante todo o processo de elaboração e aplicação da sequência, a fim de obter opiniões livres de interferências e poder confrontá-las com as observações realizadas.

Nesse sentido, uma das vantagens dos documentos é, segundo Ludke e André (1986), permitir a obtenção de dados, quando a interação com os sujeitos puder alterar seu comportamento ou seus pontos de vista, podendo complementar as informações obtidas pela observação. Consideramos documentos “*qualsquer materiais escritos que possam ser usados como fonte de informação sobre o comportamento humano*” de acordo com Phillips (1974, p. 187, apud Ludke e André, 1986, p. 38).

### 3.5 Mapas conceituais

Os mapas conceituais são esquemas gráficos que, segundo Faria (1995), têm como objetivo representar a estrutura básica de partes do conhecimento sistematizado, na forma de uma rede de conceitos e proposições relevantes desse conhecimento. Os mapas permitem analisar e reorganizar a estrutura inerente a um determinado conhecimento sistematizado para descobrir, entre outras, concepções equivocadas a respeito de um conceito.

Os professores elaboraram mapas conceituais, para evidenciar interrelações entre seus conhecimentos, suas concepções, suas emoções e seus sentimentos em relação ao ensino e aprendizagem de números fracionários e também para:

que os professores pudessem estruturar palavras que viessem à mente relacionadas à palavra chave dada *a priori*. Como os mapas conceituais são esquemas que as pessoas estruturam a partir de um conjunto de conceitos, não teremos obrigatoriamente duas pessoas elaborando um mesmo mapa quando se deparam com o mesmo conjunto de palavras. Apesar de a técnica dos mapas conceituais ser usada para estruturar conceitos, explicitando relações e proposições entre esses conceitos, nós a utilizamos como uma atividade “criativa”. (MANRIQUE, 2003, p. 40)

Durante a realização dos mapas conceituais, os próprios professores listaram as palavras individualmente e em grupos elaboraram os mapas que foram apresentados aos demais grupos. Após a apresentação, um espaço era aberto para

que todos pudessem comentar a respeito dos mapas e suas possíveis semelhanças e diferenças.

Esses mapas foram realizados em dois momentos: no início da formação, em 8 de agosto de 2003, e no encerramento dos trabalhos do semestre, em 12 de dezembro de 2003. Em ambos, a palavra-chave foi fração. Para finalizar, apresentamos no Quadro 1 a síntese dos métodos de coleta de informações adotados em nossa pesquisa.

**Quadro 1** – Síntese dos instrumentos de coleta de informações.

<b>Questionário</b>	<b>Inicial</b>
Observações realizadas nos encontros	29 encontros de 3 horas cada um totalizando 87 horas, de 01/08/2003 a 16/04/2004.
Mapas conceituais	I) no início da formação em 08/08/2003 II) no final da formação em 12/12/2003
Observações realizadas em sala de aula	Aplicação pelos professores da sequência de ensino elaborada.
Documentos escritos pelos professores	Relatório final

No que se segue, apresentaremos os estudos realizados como base teórica para a formação dos professores com relação ao objeto matemático: números fracionários.