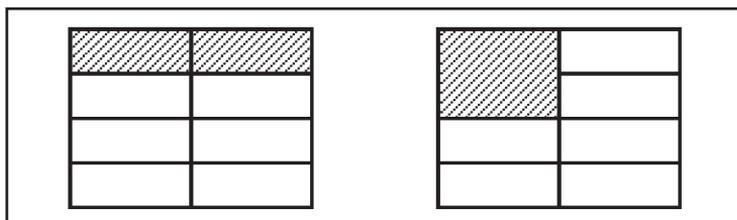


# Introdução

Nosso interesse por números fracionários vem desde 1989, quando em pesquisa sobre o assunto, com alunos do Ensino Fundamental, percebemos suas dificuldades para se relacionar com esses números. Neste trabalho, alguns resultados obtidos são apresentados em Jahn e outros (1999) e mostram que a introdução de números fracionários nas séries iniciais pelo procedimento da dupla contagem das partes, em superfícies totalmente divididas em partes congruentes, conduz a criança a entender os fracionários, como se fossem dois números naturais: um que se coloca em cima e outro abaixo de um traço. Além de mostrar que esse procedimento descaracteriza a superfície apresentada por não tratar de sua área e privilegiar a “discretização” dessa superfície para permitir a contagem.

Embora o enfoque, com figuras convenientemente divididas permita representar alguma parte pintada da figura por um número fracionário, com sucesso, essa representação poderá conduzir ao fracasso, quando o objeto representado fugir desse padrão. Por exemplo, nos desenhos da Figura 1, pelo procedimento da dupla contagem das partes, o aluno poderia associar  $2/8$  e  $1/7$ , respectivamente.



**Figura 1** – representação geométrica de fracionários.

Decididos a aprofundar este estudo com o objetivo de promover mudanças no processo de aprendizagem, para alunos do quarto ano de magistério de um

CEFAM<sup>1</sup>, em nosso mestrado, fizemos uma formação apoiada em algumas das concepções de números fracionários, como parte-todo, medida e quociente, após uma análise das concepções<sup>2</sup> de números fracionários de alunos de 3<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> séries e de professores das séries iniciais.

Verificamos que os futuros professores passaram a tratar situações que envolviam números fracionários de forma mais crítica, permitindo-nos inferir alguma aprendizagem resultante das atividades desenvolvidas. Constatamos, ainda que professores, do primeiro e segundo ciclos do Ensino Fundamental, mobilizam com predominância a concepção parte-todo, com necessidade de as figuras estarem totalmente divididas em partes congruentes e a não percepção do número fracionário como quociente, embora afirmassem que o associavam à divisão.

Além disso, situações de correção de questões que sugeriam respostas de alunos, mostraram que esses professores acreditam que o aluno erra, sobretudo, por falta de atenção, o que nos levou a supor que esses erros não advêm de uma possível falha do ensino. Nenhum dos professores tentou perceber, o que o aluno estaria pensando, quando apresentava tais respostas. Na realidade, os professores não estavam preparados para trabalhar com esses erros e sugeriam a revisão do conteúdo ou “ensinar de novo” para saná-los (SILVA, 1997).

Antes de prosseguirmos, cabe aqui esclarecer que, neste trabalho, empregaremos o termo números fracionários para identificar qualquer número ou expressão algébrica escrita na forma fracionária. Esta escolha será justificada por um estudo a respeito da terminologia pertinente ao tema no corpo do trabalho.

Como formadores, participamos de alguns projetos de formação continuada, presenciais e a distância para professores de Matemática, que lecionavam nos ciclos finais do Ensino Fundamental organizados pela PUC-SP em parceria com a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo.

Estas formações consistiam, essencialmente, em propiciar aos professores situações que provocassem reflexões sobre sua prática no ensino de conteúdos das séries específicas. As discussões permitiram-nos formar ideias sobre o conhecimento matemático, a prática e as concepções desses professores a respeito do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Almouloud e outros (1998, p. 10) elaboraram uma caracterização dos professores de um desses projetos e, entre outras conclusões, afirmaram que esses professores: “*parecem possuir, no seu discurso, concepções coerentes com as da*

---

1 CEFAM: Centro Específico de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério.

2 Adotamos o termo concepção, segundo Artigue (1990, p. 274) que a define como um objeto local, estreitamente associado ao saber em jogo e aos diferentes problemas em cuja resolução intervém.

*Educação Matemática, mas que não foram refletidas na prática de sala de aula”.* Quanto à formação acrescentam que:

Uma capacitação que leva em consideração aspectos didáticos e matemáticos levaria estes professores a melhor estudar os fenômenos ligados ao ensino-aprendizagem dos conceitos matemáticos e a desenvolver situações-didáticas que permitam ao aluno agir, falar, refletir e evoluir por sua iniciativa própria. (ALMOULOUUD e outros, 1998, p. 11)

Como formadores e pesquisadores, participamos também do projeto *Estudo de Fenômenos de Ensino-Aprendizagem de Noções Geométricas* que objetivou discutir o ensino e a aprendizagem de tópicos de Geometria, com professores do terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental. Nesse trabalho, percebemos entre outras coisas que:

Os professores participantes do projeto embora tenham mudado de postura perante algumas situações, parecem ter mais facilidade em lidar com o concreto. O que poderá se tornar um entrave para atingir e conduzir seus alunos a um pensamento mais genérico e mais formal. [...]

O fato de estarmos tratando com adultos não significa que tenham raciocínios abstratos, pelo contrário, vimos que a formação que receberam não se preocupou provavelmente em lhes proporcionar situações que os fizessem desenvolver compreensão de enunciados, vocabulário próprio, tratamento de informações, [...] o que, muitas vezes, os impossibilita de solucionar um problema com sucesso. (MANRIQUE, SILVA, ALMOULOUUD, 2002, p. 16)

Nessa pesquisa, já nos questionávamos a respeito do tratamento que esses professores dariam ao ensino dos números fracionários em suas aulas de Matemática; a respeito de uma formação contínua e eficaz pela qual os professores promovessem uma melhor aprendizagem para seus alunos. Sabemos que tanto a formação inicial como a continuada têm sido motivo de muitas discussões e pesquisas; o próprio MEC publicou nos *Referenciais para Formação de Professores* que:

A formação de que dispõem os professores hoje no Brasil não contribui suficientemente para que seus alunos se desenvolvam como pessoas, tenham sucesso nas aprendizagens escolares e, principalmente, participem como cidadãos de pleno direito num mundo cada vez mais exigente sob todos os aspectos. [...] A formação inicial em nível superior é fundamental [...]. Entretanto não é por si só, garantia de qualidade [...] o que torna

indispensável a criação de sistemas de formação continuada e permanente para todos os professores. (MEC, 1999, p.17-19)

Por outro lado, sabemos dos problemas provocados pela ruptura que existe no sistema educativo brasileiro na passagem da quarta para a quinta série. Embora, oficialmente, tenhamos um Ensino Fundamental de oito anos, a divisão, “primário” e “secundário”, ou primário e ginásio persiste, provavelmente, pela formação diferenciada dos professores que nele atuam. Explicita-se essa ruptura no relatório do SARESP, quando a seguinte recomendação é feita:

Cabe ao professor das séries iniciais a responsabilidade das experiências para o ensino dessas ideias/interpretações das frações [parte/todo, quociente, razão, operador] e espera-se que o aluno, ao chegar a quinta série domine não só o conceito, mas também representar frações, operar com elas e utilizá-las na resolução de problemas. (SARESP, 1995, p. 97)

O enunciado acima sugere aos professores de quinta série que seus alunos já construíram o conceito de números fracionários e estão aptos a solucionar problemas que solicitem a mobilização do fracionário, como parte-todo, quociente, razão e operador.

No entanto, sabemos que as licenciaturas não preparam os professores para trabalhar com essa conceituação; pelo contrário, quando isso acontece, o conjunto dos números racionais é visto como uma construção formal com base nos inteiros ou, ainda, como um representante da estrutura algébrica de corpo com regras operatórias e propriedades bem definidas. A respeito da importância do ensino de números fracionários, o SARESP afirma ainda que:

As frações geralmente introduzidas na 3ª série são trabalhadas até a última série do primeiro grau, sendo que, nas duas últimas, numa abordagem algébrica. Entretanto, um número significativo de pessoas considera que sua importância é superestimada nos currículos. [...] A proposta curricular reserva um lugar muito especial para a fração [...] sua inclusão levou em conta que este tema além de fazer parte de um acervo cultural básico, é fundamental para o desenvolvimento de outros assuntos essenciais dentro e fora da Matemática. (SARESP, 1995, p. 97)

Ante o exposto, planejamos uma formação para professores de Matemática dos ciclos finais do Ensino Fundamental que participam do Projeto de pesquisa: *O Pensamento Matemático no Ensino Fundamental*, desenvolvido na PUC/SP, para tratar de números fracionários. Dentro desse campo, buscamos pesquisar o

ensino e a aprendizagem dos números fracionários para a quinta série com esses professores da rede pública do Estado de São Paulo.

O estudo teve como objetivo prático a formação de um grupo de professores de Matemática e permitiu seu acesso a resultados de pesquisa sobre fracionários pertinentes à quinta série baseados nas concepções de fracionários tratadas por Behr e outros (1983): parte-todo, medida, quociente, razão e operador. Como pesquisa, buscou observar as concepções de fracionários e da aprendizagem de seus alunos, mobilizados pelos professores na elaboração de uma sequência de ensino<sup>3</sup> desse assunto para essa série, bem como suas dificuldades e autonomia durante essa construção.

Para a realização deste trabalho, procuramos pesquisas que tratam da formação de professores a respeito de números fracionários com suporte teórico na Didática da Matemática. Modelamos matematicamente tipos de tarefas associadas às diversas concepções de fracionários e às técnicas possíveis para resolvê-las bem como o discurso tecnológico-teórico que as justificam, de acordo com a Teoria Antropológica do Didático, que possibilitou agregar os resultados de pesquisa ao ensino do tema.

Fizemos um estudo epistemológico que mostra a razão de ser dos números fracionários que nos ajudou a esquematizar uma possível conceituação dos números racionais e elaborar uma formação pertinente ao acesso dos professores a esses estudos.

Durante nosso estudo, usamos alguns dos princípios da pesquisa-ação porque esta permite uma investigação colaborativa no sentido de conduzir os professores à reflexão sobre suas relações com o saber, os colegas e alunos em interação com o grupo de pesquisadores.

O estudo é apresentado em três partes. Na primeira, alguns resultados de pesquisas, relevantes para nosso trabalho, são apresentados por tratarem de números fracionários na formação de professores do Ensino Fundamental. Encontram-se, também, nessa primeira parte, a problemática que norteou as questões desta pesquisa e os procedimentos metodológicos adotados para a realização das atividades e a análise dos resultados da pesquisa.

Na segunda, encontram-se os estudos que serviram de referência para a formação e para esclarecer um problema de terminologia e significado para fração, número racional e número fracionário.

---

3 Entenderemos neste trabalho uma sequência de ensino como uma série de atividades relacionadas com o conteúdo a ser ensinado, elaborado prevendo em sua aplicação o cumprimento das etapas de ação, formulação, validação e institucionalização, segundo a Teoria das Situações de Brousseau (1986).

Nesta parte, explicitamos também um estudo da gênese do número fracionário que busca em seu desenvolvimento histórico situações que solicitam a mobilização dessas concepções e uma Organização Matemática desenvolvida baseada nas concepções de números fracionários, ambos apoiados na Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (1999). Finalmente, na terceira parte deste trabalho, descrevemos nosso dispositivo experimental, as análises e as conclusões por nós executadas.