

Écio Naves Duarte

Mecânica do contato  
entre corpos revestidos

**Blucher**

*Mecânica do contato entre corpos revestidos*

© 2016 Écio Naves Duarte

Editora Edgard Blücher Ltda.

---

# Blucher

---

Rua Pedroso Alvarenga, 1245, 4º andar  
04531-934 – São Paulo – SP – Brasil  
Tel 55 11 3078-5366  
**contato@blucher.com.br**  
**www.blucher.com.br**

Segundo Novo Acordo Ortográfico, conforme 5. ed.  
do *Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa*,  
Academia Brasileira de Letras, março de 2009.

É proibida a reprodução total ou parcial por quaisquer  
meios, sem autorização escrita da Editora.

---

Todos os direitos reservados pela Editora  
Edgard Blücher Ltda.

---

## FICHA CATALOGRÁFICA

---

Duarte, Écio Naves  
Mecânica do contato entre corpos revestidos [livro  
eletrônico] / Écio Naves Duarte. -- São Paulo :  
Blucher, 2016.  
104 p ; PDF

Bibliografia  
ISBN 978-85-803-9199-2 (e-book)  
ISBN 978-85-803-9198-5 (impresso)

1. Resistência de materiais 2. Tribologia 3. Método  
dos elementos finitos 4. Desgaste mecânico I. Título

16-1146

CDD 620.112

---

Índice para catálogo sistemático:  
1. Engenharia mecânica - Resistência de materiais

# Dedicatória

*A Deus.*

Aos meus pais, Marta e Valdo,

*Aos meus irmãos de sangue e de estrada (Éder, Elísio e Emílio),*

Aos meus filhos, Mel e Jedai,

E à Solange, é claro.



# Agradecimentos

Meus agradecimentos,

À orientadora deste trabalho, prof.<sup>a</sup> Sônia A. G. Oliveira, pela sua sempre presente solicitude, competência e paciência inesgotável, sobremaneira, durante o período em que houve que se ausentar do país.

Ao professor Marcus Bicalho Pinto Rodrigues pelas contribuições como intelectual, colega e exemplar ser humano.

À eficiente e prestimosa contribuição da Sra. Tatiana Diwo da Silva Medeiros na finalização e diagramação desta dissertação, de acordo com as normas vigentes.

A todos os professores, funcionários e colegas da Universidade Federal de Uberlândia (UFU) que contribuíram para que este trabalho se concretizasse. Particularmente importantes nestas contribuições foram os professores Francisco Paulo Lépure pelo seu auxílio imprescindível, Domingos Alves Rade pelas inestimáveis sugestões e pelo tempo gasto na leitura desta dissertação, Cleudmar A. Araujo pela laboriosa co-orientação e José Daniel Biasoli de Mello por sua incondicional disponibilidade.

A Giuseppe Pintaúde que, muito gentilmente, cedeu os resultados experimentais obtidos em sua tese de doutoramento pela EPUSP, em 2002, utilizados como parte da validação do modelo aqui adotado.

Ao professor José Carlos Pereira (UFSC) por envidar esforços para compatibilizar suas inúmeras atividades com todas as atribuições pertinentes à composição de uma banca examinadora.

Ao meu filho Jedai pelo auxílio competente na preparação dos *slides* para a apresentação deste trabalho junto à banca examinadora.

E expresso minha mais profunda gratidão à Ledisley Silva que, de diferentes maneiras, deu-me o suporte necessário e indispensável para esta conquista.

Agradeço aos colegas, alunos e ex-alunos do IFSP. Mais especialmente ao campus Bragança Paulista do IFSP - onde leciono para os cursos de Tecnologia em Mecatrônica e técnico em Mecatrônica. E, também, ao campus São Paulo do IFSP, onde leciono a disciplina Método dos Elementos Finitos no curso de mestrado em Automação Industrial.

# Sumário

LISTA DE FIGURAS .....	9
LISTA DE TABELAS.....	13
LISTA DE SÍMBOLOS .....	15
RESUMO .....	17
<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO .....</b>	<b>19</b>
GENERALIDADES.....	19
<b>CAPÍTULO 2 – MECÂNICA DO CONTATO .....</b>	<b>25</b>
2.1 A TEORIA LINEAR ELÁSTICA DE HERTZ.....	25
2.2 CARREGAMENTO NORMAL E TANGENCIAL.....	28
2.3 TENDÊNCIA AO DESLIZAMENTO ENTRE CORPOS ELÁSTICOS.....	31
2.4 DESLIZAMENTO PARCIAL ENTRE CORPOS ELÁSTICOS CILÍNDRICOS....	32
2.5 SOLUÇÃO ANALÍTICO-NUMÉRICA DO PROBLEMA DE CONTATO ENTRE UM CILINDRO E UM PLANO REVESTIDO.....	34
<b>CAPÍTULO 3 – MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....</b>	<b>37</b>
3.1 INTRODUÇÃO.....	37
3.2 FUNDAMENTOS DO MEF .....	38
3.3 APLICAÇÕES E LIMITAÇÕES DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS....	42

<b>CAPÍTULO 4 – METODOLOGIA</b> .....	45
4.1 INTRODUÇÃO .....	45
4.2 PRÉ-PROCESSAMENTO .....	46
4.3 SOLUÇÃO .....	56
4.4 PÓS-PROCESSAMENTO .....	56
<b>CAPÍTULO 5 – RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	61
5.1 DOS PROCEDIMENTOS ADOTADOS PARA A VALIDAÇÃO DO MODELO ..	61
5.2 A INFLUÊNCIA DA ESPESSURA DE REVESTIMENTO NOS RESULTADOS MÁXIMOS DAS TENSÕES .....	69
5.3 ESTUDO DA INFLUÊNCIA DO ATRITO NOS RESULTADOS MÁXIMOS DAS TENSÕES .....	70
5.4 ESTUDO DOS PROVÁVEIS MECANISMOS DE FALHA .....	72
5.5 CÁLCULOS DAS TENSÕES FEITOS AO LONGO DAS PRINCIPAIS REGIÕES DE INTERESSE .....	75
5.6 RESULTADOS OBTIDOS NA FORMA DE CONTORNOS DA TENSÃO EQUIVALENTE E DA PRIMEIRA TENSÃO PRINCIPAL .....	85
5.7 A RELAÇÃO ENTRE A LARGURA DE CONTATO E A DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO PARA OS DIFERENTES TIPOS DE MATERIAIS DO REVESTIMENTO .....	91
<b>CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES</b> .....	97
SUGESTÕES PARA A CONTINUIDADE DESTE TRABALHO .....	99
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	101
SOBRE O AUTOR .....	104

# Lista de figuras

## CAPÍTULO 2

Figura 2.1	Região de contato entre cilindro (1) e semiplano infinito (2) com revestimento (1), com distribuição de pressão semielipsoidal (segundo Hertz). .....	26
Figura 2.2	Contato entre dois cilindros. (a) Cálculo das tensões ao longo do eixo de aplicação da carga normal, segundo Johnson (1987), (b) Contorno da primeira tensão cisalhante principal $\tau_1$ . O referencial (z/a) adotado pela referência anterior equivale a (-y/a) no sistema de coordenadas aqui adotado. ....	28
Figura 2.3	Tensões devidas as distribuições tangencial e normal, conforme Johnson (1987), cujo referencial adotado em y equivale a -y neste trabalho ....	30
Figura 2.4	Contato entre um cilindro e um plano sujeitos a carregamentos normal e tangencial. ....	33

## CAPÍTULO 3

Figura 3.1	Discretização em elementos quadrilaterais em uma região de contato entre um cilindro e um plano. ....	38
Figura 3.2	Caso bidimensional de contato, segundo Bathe (1986). ....	41

## CAPÍTULO 4

Figura 4.1	Representação esquemática do problema de contato entre o cilindro (1) e um plano (3) com revestimento (2) em 2-D. ....	46
Figura 4.2	Resultados ilustrativos preliminares do problema simplificado obtidos pelo MEF para $\sigma_{int}$ .....	49

Figura 4.3	Elemento de contato TARGE 169 utilizado (Manual do ANSYS® 6.0) ...	50
Figura 4.4	Elemento de contato CONTA 172 utilizado (Manual do ANSYS® 6.0) ..	51
Figura 4.5	Elemento estrutural PLANE 42 (Manual do ANSYS® 6.0). .....	51
Figura 4.6	Aspectos da malha estruturada utilizada na região do contato.....	53
Figura 4.7	Elemento de contato <i>versus</i> profundidade do elemento imediatamente abaixo do elemento de contato, conforme Manual do ANSYS® 6.0 ...	54
Figura 4.8	Esquema de atuação de FKN e FKOP.....	54
Figura 4.9	Aspectos da malha do modelo final.....	55
Figura 4.10	Cálculo de $\sigma_1$ ao longo da interface do revestimento e substrato, para $\mu = 0,0$ e espessura de revestimento $h = 0,064$ mm. ....	58
Figura 4.11	Contorno de $\sigma_1$ para o SiC com revestimento, com $h = 0,032$ mm e $\mu = 0,2$ . ....	59

## CAPÍTULO 5

Figura 5.1	Cálculo de $\sigma_x$ e $\sigma_y$ ao longo do eixo de aplicação da carga normal, OY. ...	62
Figura 5.2-a	Contorno da tensão equivalente de von Mises para o caso de um substrato em aço revestido do mesmo material. (Menor espessura - $h = 0,032$ mm e $\mu = 0,2$ ). .....	63
Figura 5.2-b	Contorno da tensão equivalente de von Mises para o caso de um substrato em aço revestido do mesmo material. (Maior espessura - $h = 0,224$ mm e $\mu = 0,2$ ). .....	63
Figura 5.3	Contorno da primeira tensão principal para o caso de um substrato em aço revestido do mesmo material. ( $h = 0,064$ mm e $\mu = 0,0$ ), obtido pelo MEF.....	64
Figura 5.4	Contorno da primeira tensão principal para o caso de um substrato em aço revestido do mesmo material ( $h = 0,064$ mm e $\mu = 0,0$ ), obtido analiticamente por Oliveira (1996). ....	65
Figura 5.5	Contornos da tensão de von Mises obtidos por Oliveira (1996). .....	65
Figura 5.6	Contornos da tensão de von Mises, obtidos pelo MEF, em Mpa. ....	66
Figura 5.7	Contornos da tensão $\sigma_1$ obtidos por Oliveira (1996), para o caso de um substrato em aço revestido por SiC ( $h = 0,064$ e $\mu = 0,5$ ). ....	66
Figura 5.8	Contornos da primeira tensão principal para o caso de um substrato em aço revestido por SiC ( $h = 0,064$ mm e $\mu = 0,5$ ), obtidos em simulação numérica, pelo MEF. ....	67

Lista de figuras

Figura 5.9	Cálculo de $\sigma_1$ sobre a linha que contém a superfície de contato, utilizando o MEF. ....	68
Figura 5.10	Formação de bordas obtidas em interferometria laser, segundo Pintaúde (2002). ....	68
Figura 5.11	Tensões equivalentes máximas <i>versus</i> $h/a$ . ....	69
Figura 5.12	Tensões $\sigma_1$ máximas <i>versus</i> $h/a$ . ....	70
Figura 5.13	Tensões $\sigma_1$ máximas <i>versus</i> $\mu$ . ....	71
Figura 5.14	Tensões equivalentes $\sigma_{eqv}$ máximas <i>versus</i> $\mu$ . ....	71
Figura 5.15	Cálculo de $\sigma_1$ ao longo da interface do revestimento com o substrato para uma espessura de revestimento $h = 0,032$ mm e $\mu = 0,2$ . ....	76
Figura 5.16	Cálculo de $\sigma_1$ ao longo da interface do revestimento com o substrato para uma espessura de revestimento $h = 0,224$ mm e $\mu = 0,2$ . ....	77
Figura 5.17	Cálculo de $\sigma_1$ ao longo da interface do revestimento e substrato para um coeficiente de atrito $\mu = 0,0$ e $h = 0,064$ mm. ....	77
Figura 5.18	Cálculo de $\sigma_1$ ao longo da interface do revestimento e substrato para um coeficiente de atrito $\mu = 0,50$ e $h = 0,064$ mm. ....	78
Figura 5.19	Cálculo de $\sigma_1$ ao longo da superfície de contato para o caso da menor espessura de revestimento, $h = 0,032$ mm e $\mu = 0,2$ . ....	78
Figura 5.20	Cálculo de $\sigma_1$ ao longo da superfície de contato para o caso da maior espessura de revestimento, $h = 0,224$ mm e $\mu = 0,2$ . ....	79
Figura 5.21	Cálculo de $\sigma_1$ ao longo da superfície de contato para um coeficiente de atrito. ....	79
Figura 5.22	Cálculo de $\sigma_1$ ao longo da superfície de contato para um coeficiente de atrito $\mu = 0,50$ e $h = 0,064$ mm. ....	80
Figura 5.23	Cálculo de $\sigma_{eqv}$ ao longo da interface do revestimento e substrato para uma espessura de revestimento $h = 0,032$ mm e $\mu = 0,2$ . ....	81
Figura 5.24	Cálculo de $\sigma_{eqv}$ ao longo da interface do revestimento e substrato para uma espessura de revestimento $h = 0,224$ mm e $\mu = 0,2$ . ....	81
Figura 5.25	Cálculo de $\sigma_{eqv}$ ao longo da interface do revestimento e substrato, para um coeficiente de atrito $\mu = 0,0$ e $h = 0,064$ mm. ....	82
Figura 5.26	Cálculo de $\sigma_{eqv}$ ao longo da interface do revestimento e substrato, para um coeficiente de atrito $\mu = 0,50$ e $h = 0,064$ mm. ....	82
Figura 5.27	Cálculo de $\sigma_{eqv}$ ao longo da superfície de contato dos sólidos para uma espessura de revestimento $h = 0,032$ mm e $\mu = 0,2$ . ....	83

Figura 5.28	Cálculo de $\sigma_{eqv}$ ao longo da superfície de contato dos sólidos para uma espessura de revestimento $h = 0,224$ mm e $\mu = 0,2$ .....	83
Figura 5.29	Cálculo de $\sigma_{eqv}$ ao longo da superfície de contato dos corpos, para um coeficiente de atrito $\mu = 0,0$ e $h = 0,064$ mm. ....	84
Figura 5.30	Cálculo de $\sigma_{eqv}$ ao longo da superfície de contato dos corpos, para um coeficiente de atrito $\mu = 0,50$ e $h = 0,064$ mm.....	85
Figura 5.31	Contorno de $\sigma_1$ para o SiC como revestimento, com $h = 0,032$ mm e $\mu = 0,2$ .....	86
Figura 5.32	Contorno de $\sigma_1$ para o SiC como revestimento, com $h = 0,224$ mm e $\mu = 0,2$ .....	86
Figura 5.33	Contorno de $\sigma_1$ para o SiC como revestimento, com $\mu = 0,0$ e $h = 0,064$ mm. ....	87
Figura 5.34	Contorno de $\sigma_1$ para o SiC como revestimento, com $\mu = 0,50$ e $h = 0,064$ mm.....	87
Figura 5.35	Contorno de $\sigma_{eqv}$ para o bronze como revestimento, com $h = 0,032$ mm e $\mu = 0,2$ .....	88
Figura 5.36	Contorno de $\sigma_{eqv}$ para o bronze como revestimento, com $h = 0,224$ mm e $\mu = 0,2$ .....	88
Figura 5.37	Contorno de $\sigma_{eqv}$ para o bronze como revestimento, com $\mu = 0,00$ e $h = 0,064$ mm. ....	89
Figura 5.38	Contorno de $\sigma_{eqv}$ para o bronze como revestimento, com $\mu = 0,50$ e $h = 0,064$ mm. ....	89
Figura 5.39	Contorno de $\sigma_{eqv}$ para o material homogêneo em aço, com $\mu = 0,00$ e $h = 0,064$ mm.....	90
Figura 5.40	Contorno de $\sigma_{eqv}$ para o material homogêneo em aço, com $\mu = 0,50$ e $h = 0,064$ mm. ....	91
Figura 5.41	Distribuição de pressão ao longo do contato para os três revestimentos, para $\mu = 0,0$ e $h = 0,064$ mm.....	91
Figura 5.42	Distribuição de pressão ao longo do contato para os três revestimentos, sendo $\mu = 0,50$ e $h = 0,064$ mm.....	92
Figura 5.43	Distribuição de pressão ao longo do contato para os três revestimentos, sendo $h = 0,032$ mm e $\mu = 0,20$ .....	92
Figura 5.44	Distribuição de pressão ao longo do contato para os três revestimentos, sendo $h = 0,224$ mm e $\mu = 0,20$ .....	92

# Lista de tabelas

## CAPÍTULO 4

Tabela 4.1a	Propriedades mecânicas dos materiais, a 25° C (BORSOI et al, 2001).....	47
Tabela 4.1b	Parâmetros geométricos e de carregamento utilizados.....	47
Tabela 4.2	Valores arbitrados para as espessuras de revestimentos simuladas....	58
Tabela 5.1	Resultados obtidos do MEF para a maior e menor espessura de revestimento em aço e $\mu = 0,2$ , em um substrato do mesmo material (os valores das tensões estão em Mpa). .....	62
Tabela 5.2	Falhas trativas para revestimentos finos (RICKERBY, 1991). .....	73
Tabela 5.3	Falhas compressivas para revestimentos finos (RICKERBY, 1991).....	73
Tabela 5.4	Posição de ocorrência dos valores máximos da primeira tensão principal ( $\sigma_1$ ). Material do revestimento: SiC, para $\mu = 0,2$ . .....	74
Tabela 5.5	Posição de ocorrência dos valores máximos da primeira tensão principal, ( $\sigma_1$ ). Material do revestimento: SiC, para $h = 0,064$ mm... ..	74
Tabela 5.6	Posição de ocorrência dos valores máximos da tensão equivalente de von Mises. Material do revestimento: Bronze, para $\mu = 0,2$ . .....	74
Tabela 5.7	Posição de ocorrência dos valores máximos da tensão equivalente de von Mises. Material do revestimento: Bronze, para $h = 0,064$ mm... ..	75
Tabela 5.8	Posição de ocorrência dos valores máximos da tensão equivalente de von Mises. Material do revestimento: aço, para $h = 0,064$ mm... ..	75
Tabela 5.9	Pressão máxima de contato <i>versus</i> largura de contato, para cada espessura de revestimento. Resultados obtidos pelo MEF.....	93

Tabela 5.10	Pressão máxima de contato <i>versus</i> largura de contato, para cada coeficiente de atrito. Resultados obtidos pelo MEF.....	93
Tabela 5.11	Pressão máxima de contato <i>versus</i> largura de contato, para cada espessura de revestimento. Resultados obtidos pelo MEF.....	94
Tabela 5.12	Pressão máxima de contato <i>versus</i> largura de contato, para cada espessura de revestimento. Resultados obtidos pelo MEF.....	94
Tabela 5.13	Pressão máxima de contato <i>versus</i> largura de contato, para cada espessura de revestimento. Resultados obtidos pelo MEF.....	94
Tabela 5.14	Pressão máxima de contato <i>versus</i> largura de contato, para cada espessura de revestimento. Resultados obtidos pelo MEF.....	95

# Lista de símbolos

## LETRAS GREGAS

$\varepsilon_{x'}, \varepsilon_{y'}, \varepsilon_z$	Alongamentos unitários nas direções $x$ , $y$ e $z$	
$\gamma_{xy'}, \gamma_{xy'}$ , $\gamma_{xy}$	Componentes de deformação angular nos planos $xy$ , $xz$ e $yz$	[rad]
$\mu$	Coeficiente de atrito	
$\nu_1$	Coeficiente de Poisson do cilindro indentador	
$\nu_2$	Coeficiente de Poisson do substrato	
$\nu_3$	Coeficiente de Poisson do revestimento	
$\sigma_{\text{eqv}}$	Tensão equivalente de von Mises	[MPa]
$\sigma_{xx'}, \sigma_{yy'}$ , $\sigma_{zz}$	Tensões normais nas direções $x$ , $y$ e $z$	[MPa]
$\tau_1, \tau_2, \tau_3$	Tensões cisalhantes principais	[MPa]
$\tau_{xy'}, \tau_{xz'}$ , $\tau_{yz}$	Tensões cisalhantes nos planos $xy$ , $xz$ e $yz$	[MPa]

## LETRAS LATINAS

$A$	Semilargura de contato	[mm]
$c$	Semilargura da região de adesão entre as superfícies de contato	[mm]
$E^*$	Módulo de elasticidade equivalente	[MPa]
$E_1$	Módulo de elasticidade longitudinal do cilindro indentador (Módulo de Young)	[MPa]
$E_2$	Módulo de elasticidade longitudinal do substrato (Módulo de Young)	[MPa]

$E_3$	Módulo de elasticidade longitudinal do revestimento	[MPa]
F	Força normal concentrada por unidade de comprimento	[N/mm]
G	Módulo de elasticidade ao cisalhamento	[MPa]
h	Espessura do revestimento	[mm]
<b>[k]</b>	Matriz de rigidez elementar	
[k]	Matriz de rigidez de contato	
KN	Rigidez de contato	[N/mm]
KT	Rigidez de adesão	[N/mm]
$n_k$	Componente normal da força elementar	[N]
$p(x)$	Distribuição do carregamento normal por unidade de comprimento	[N/mm]
{q}	Vetor de esforços nodais	
$P_0$	Pressão máxima de contato	[MPa]
Q	Força tangencial concentrada por unidade de comprimento	[N/mm]
$q(x)$	Distribuição das trações tangenciais por unidade comprimento	[N/mm]
<b>R</b>	Vetor força nodal	[N]
$s_k$	Componente tangencial da força elementar	[N]
$d_1$	Raio do cilindro indentador	[mm]
$d_2$	Raio da superfície de contato	[mm]
$\bar{u}_x$	Deslocamento tangencial	[mm]
$\bar{u}_y$	Deslocamento normal	[mm]
{u}	Vetor de deslocamentos	
U	Velocidade relativa nodal	[m/s]

# Resumo

A utilização de corpos revestidos sujeitos a tensões de contato tem sido uma opção importante na redução do desgaste superficial em uma vasta gama de corpos que vão desde órgãos humanos, passando por discos rígidos na computação até elementos de máquinas. Entretanto, mecanismos de falha podem ocorrer nestas situações, e ocorrem, geralmente, por três diferentes motivos: escoamento plástico excessivo, fratura ou por delaminação do revestimento do seu substrato. Neste livro, considerou-se que uma interface idealmente perfeita existe entre o substrato e o revestimento. Face ao exposto, procedeu-se uma análise bidimensional da distribuição das tensões de contato que surgem quando um semiplano infinito e revestido se sujeita ao contato de um indentador elástico e cilíndrico, utilizando-se o Método dos Elementos Finitos. Foram consideradas as situações em que havia carregamentos normal e tangencial. Três tipos de materiais foram usados como revestimentos: bronze, cerâmica (SiC) e aço. Este último foi utilizado na validação do modelo proposto. Os resultados foram utilizados para se investigar a influência que há no campo de tensões sempre que se variam os seguintes parâmetros: espessura da camada de revestimento, propriedades mecânicas dos materiais e coeficiente de atrito entre o revestimento e o indentador. Nas condições estudadas neste trabalho, foi possível observar que há uma influência muito pequena da força tangencial no campo de tensões de contato, quando o coeficiente de atrito é menor que 0,15. Os resultados mostram que há uma espessura ótima de camada quando o substrato é revestido com cerâmica, quando se mantém constante o coeficiente de atrito. Neste caso o substrato é melhor protegido pelo revestimento.

**Palavras-chave:** *Mecânica do contato. Método dos elementos finitos. Desgaste. Indentação. Tribologia. Revestimentos.*

### Abstract

To coat mechanical components, that will be subjected to contact load, has been a procedure aiming the reduction of the wearing in the substrate. However, these components could fail, generally, by: excessive plastic flow, fracture, or delamination of the coat from its substrate. In this work, a perfect interface between layer and substrate was considered. We have done a two-dimensional analysis, using finite element method, of the stress distribution arising when a plane-coated body is subjected to a contact load by an elastic cylindrical indenter. We consider normal and tangential force. Both, substrate and indenter were made of steel. Three different types of material were used as a coating: brass, ceramic and steel. The last one was used for validation. The results were used to investigate the influence in the field stress from layer thickness, properties of the coating materials and the friction coefficient that acts between the indenter and coating. The results show that there is an optimum thickness when the substrate is coated with ceramic. In this case, the substrate is more protected by the layer.

**Keywords:** *Contact mechanics. Finite element method. Coatings. Indentation. Tribology. Wear.*