

7

CAPÍTULO

INVESTIGAÇÃO NUMÉRICA- -EXPERIMENTAL DA INFLUÊNCIA DE PRÉ-CARGAS ESTÁTICAS COMBINADAS A CARREGAMENTOS CÍCLICOS SOBRE O FENÔMENO DO AUTOAQUECIMENTO DE MATERIAIS VISCOELÁSTICOS

Luiz Fernando Ferreira Rodovalho

Universidade Federal de Uberlândia,
Faculdade de Engenharia Mecânica.

luiz.rodvalho@ufu.br

Núbia dos Santos Saad

Universidade Federal de Uberlândia,
Faculdade de Engenharia Mecânica.

nubia@ufu.br

Antonio Marcos Gonçalves de Lima

Universidade Federal de Uberlândia,
Faculdade de Engenharia Mecânica.

amglima@ufu.br

Helder Barbieri Lacerda

Universidade Federal de Uberlândia,
Faculdade de Engenharia Mecânica.

helder@mecanica.ufu.br

Romes Antonio Borges

Universidade Federal de Goiás,
Instituto de Matemática e Tecnologia.

romes@ufg.br

Domingos Alves Rade

Instituto Tecnológico de Aeronáutica,
Divisão de Engenharia Mecânica.

rade@ita.br

RESUMO

A inerente estabilidade em faixas de frequências relativamente amplas associada à alta capacidade dissipativa dos materiais viscoelásticos oferece inúmeras possibilidades de aplicações práticas em engenharia. No entanto, o grau de influência de vários fatores deve ser levado em conta, tais como o envelhecimento, as instabilidades químicas, as massas adicionais e o fato de que, na maioria dos procedimentos tradicionais de projeto de dispositivos amortecedores viscoelásticos submetidos a carregamentos cíclicos, é assumida uma distribuição de temperatura homogênea e constante no volume do material, negligenciando o fenômeno do autoaquecimento. Além disso, para materiais viscoelásticos sujeitos a cargas cíclicas, sobrepostas a pré-cargas, como coxins de motores e configurações de isolamento ou amortecimento a altas frequências, tais diretrizes metodológicas podem levar a projetos pobres ou mesmo a graves falhas, como o fenômeno da fuga térmica, uma vez que é observado o rápido aumento da temperatura interna a altas taxas de geração de calor, acompanhada de significativas perdas de rigidez e amortecimento. Assim, este trabalho é dedicado a uma metodologia numérica-experimental híbrida para o estudo do fenômeno da fuga térmica (*thermal runaway*) em materiais viscoelásticos submetidos a esforços mecânicos cíclicos sobrepostos a pré-cargas estáticas para um completo estado triaxial de tensões. Posteriormente à apresentação dos fundamentos teóricos, os resultados numéricos e experimentais em termos da evolução da temperatura em diferentes pontos no interior do volume do material viscoelástico para diferentes pré-cargas estáticas são comparados, e os principais aspectos da metodologia são discutidos.

Palavras-chaves: Materiais viscoelásticos, Autoaquecimento, Termoviscoelasticidade, Fuga térmica.

1 INTRODUÇÃO

Comparadas a outras estratégias de controle passivo de ruídos e vibrações, técnicas passivas baseadas em materiais viscoelásticos apresentam-se inerentemente estáveis em amplas faixas de frequência e relativamente viáveis em termos dos custos de implantação e manutenção. Em decorrência disso, alguns polímeros viscoelásticos têm sido incorporados em um grande número de sistemas estruturais, tais como automóveis, aeronaves e naves espaciais e civis (RAO, 2003); (SAMALI; KWOK, 1995); (SALES, 2012). Embora o melhor desempenho em termos de amortecimento seja obtido via procedimentos com diretrizes tradicionais de projeto de amortecedores viscoelásticos, assumindo distribuição de temperatura uniforme e tempo-independente no material viscoelástico, cujo valor é geralmente escolhido coincidentemente com a temperatura ambiente sob a qual o amortecedor se destina a operar (RAO, 2003); (MERLETTE, 2005), tais estratégias não

levam em conta o fenômeno do autoaquecimento decorrente do efeito dissipativo viscoelástico.

O fenômeno do autoaquecimento pode causar aumentos significativos e não homogêneos da temperatura em materiais viscoelásticos, afetando significativamente a sua capacidade dissipativa. Assim, em aplicações nas quais materiais viscoelásticos são submetidos a esforços mecânicos cíclicos combinados simultaneamente a pré-cargas estáticas, como coxins de motores, o interesse no autoisolamento torna-se precípuo, uma vez que as amplitudes de vibração estão diretamente relacionadas à vida em fadiga e, decorrentemente, à integridade estrutural. Além disso, dependendo da magnitude das tensões e das taxas de deformações, a conversão da energia de deformação em calor nos materiais viscoelásticos pode se dar a uma taxa muito superior à do calor que é conduzido para fora do volume viscoelástico, resultando em rápido aumento da temperatura local e em alta taxa de geração de calor, fenômeno conhecido como fuga térmica (LESIEUTRE; GOVINDSWAMY, 1996). Assim, espera-se que este tenha uma forte influência sobre as propriedades mecânicas dos materiais viscoelásticos, conduzindo a baixo desempenho ou a falhas graves dos dispositivos amortecedores viscoelásticos.

A conveniência de uma metodologia baseada em elementos finitos, com capacidade de tratamento de geometrias complexas e completos estados triaxiais de tensão-deformação é de grande interesse na análise de transferência de calor de polímeros viscoelásticos. No entanto, a inter-relação entre as quantidades térmicas e mecânicas conduz a um problema acoplado altamente não linear para o qual soluções analíticas não podem ser facilmente obtidas, e soluções numéricas aproximadas se fazem necessárias. Embora poucos trabalhos científicos tenham abordado a solução desse problema, alguns autores têm se dedicado ao desenvolvimento de procedimentos de modelagem numérico-computacionais e caracterização experimental do fenômeno do autoaquecimento. Cazenove et al. (2012) propuseram um novo procedimento numérico-experimental híbrido para caracterizar a influência da frequência e da amplitude da excitação sobre o fenômeno do autoaquecimento em junta translacional viscoelástica bidimensional em cisalhamento puro. Os autores observaram que, com o aumento da frequência e a amplitude da carga cíclica, a temperatura no volume das camadas viscoelásticas aumenta, conduzindo a significativas reduções da capacidade dissipativa do dispositivo amortecedor viscoelástico. No entanto, os efeitos de pré-cargas estáticas não foram abordados pelos autores.

Mais recentemente, Lima et al. (2013) propuseram uma abordagem tridimensional geral para a descrição do fenômeno do autoaquecimento, especificamente o fenômeno do equilíbrio térmico, em uma montagem viscoelástica tridimensional submetida a esforços mecânicos cíclicos sobrepostos a pré-cargas estáticas, para um completo estado triaxial de tensões. Entretanto, o fenômeno da fuga térmica e a influência das pré-cargas estáticas sobre ele não foram estudados pelos autores. Assim, devido à grande relevância científico-tecnológica do tema, o presente

trabalho é dedicado a uma investigação numérico-computacional híbrida visando à evidência do fenômeno da fuga térmica e à avaliação da influência de cargas cíclicas sobrepostas a pré-cargas estáticas sobre ele em uma junta viscoelástica tridimensional empregada na mitigação de vibrações, considerando um completo estado triaxial de tensões, assumindo acoplamento fraco entre os domínios e não linear entre as análises térmica e mecânica. Os resultados são caracterizados em termos da evolução no tempo da temperatura no interior das camadas viscoelásticas e, também, das isothermas. Além disso, um procedimento de identificação paramétrica baseado em um problema inverso de otimização é implementado para estimar os parâmetros termofísicos envolvidos no modelo numérico.

2 REPRESENTAÇÃO DA FUNÇÃO MÓDULO COMPLEXO PARA OS MÓDULOS ESTÁTICO E DINÂMICO COMBINADOS

É bem conhecido que as propriedades mecânicas dos materiais viscoelásticos dependem de inúmeros fatores, dentre os quais a frequência de excitação e a temperatura têm sido mais relevantemente consideradas na modelagem matemática da viscoelasticidade linear (NASHIF et al., 1985). Nesse contexto, diversos modelos têm sido propostos para a representação do comportamento viscoelástico, sendo particularmente bem adaptados para a utilização conjunta com o método dos elementos finitos. Entretanto, em aplicações em que o material viscoelástico é submetido simultaneamente a esforços mecânicos cíclicos sobrepostos a pré-cargas estáticas, é necessário que o modelo seja suficientemente representativo dos efeitos combinados das deformações estáticas e dinâmicas. Assim, partindo-se da factibilidade da separação dos efeitos dos domínios físicos (NASHIF et al., 1985) e levando-se em conta o Princípio da Superposição Frequência-Temperatura (PSFT), o módulo complexo do material viscoelástico pode ser expresso da seguinte forma (LIMA et al., 2013):

$$G(\omega_r, T_0, \delta) = F(\delta) \quad G(\omega_r, T_0) = G'(\omega_r, T_0, \delta) + iG''(\omega_r, T_0, \delta) \quad (1)$$

onde $\omega_r = \alpha_T(T) \omega$ designa a frequência reduzida, $\alpha_T(T)$ indica fator de deslocamento em temperatura, ω é a frequência de excitação, T denota a temperatura, T_0 é a temperatura de referência e δ a deformação estática. $G'(\omega_r, T_0, \delta)$, $G''(\omega_r, T_0, \delta)$ e $\eta(\omega_r, T_0, \delta)$ são, respectivamente, o módulo de armazenamento, o módulo de perda e o fator de perda caracterizados em termos da descrição das propriedades do material sobre condições de sobreposição de cargas estáticas e dinâmicas.

A proposição de uma função, $F(\delta)$, contemplativa em linhas gerais das relações entre as deformações estáticas e dinâmicas, inclusiva das relações tensão-deformação específicas a cada dispositivo, incorre em grande número de possibilidades de configurações constitutivas. Além disso, uma dificuldade adicional surge

a partir do grande número de combinações de parâmetros de cargas dinâmicas e estáticas envolvidas na caracterização experimental de materiais viscoelásticos. Assim, alternativamente para um polímero viscoelástico sujeito a cargas cíclicas lineares sobrepostas a pré-cargas estáticas, para condição de simples extensão em deformações axiais, a seguinte equação de Mooney-Rivlin (MOONEY, 1940); (RIVLIN, 1947) pode ser utilizada para a descrição das propriedades viscoelásticas estáticas para os módulos estático e dinâmico combinados:

$$F(\delta) = C_1 F_1(\delta) + C_2 F_2(\delta) \quad (2)$$

onde $F_1(\delta) = 2(2\delta^2 + 1/\delta)$ e $F_2(\delta) = 2(\delta + 2/\delta^2)$, sendo válida a relação entre as deformações estática e dinâmica: $\delta = \epsilon + 1$. Substituindo (2) na Equação (1), obtém-se a seguinte aproximação do módulo complexo:

$$G(\omega_r, T_0, \delta) = C_1 F_1(\delta) G(\omega_r, T_0) + C_2 F_2(\delta) G(\omega_r, T_0) \quad (3)$$

onde as constantes físicas C_1 e C_2 são determinadas a partir da geração de um conjunto de propriedades medidas estaticamente, e $G(\omega_r, T_0)$ por um conjunto de propriedades do material comensuradas dinamicamente na ausência de pré-cargas estáticas.

No contexto do estudo numérico que se insere, os efeitos induzidos pela pré-carga estática sobre o material viscoelástico são considerados diretamente pela realização de uma análise harmônica estrutural, inclusive os efeitos de pré-carregamento estático. As propriedades dinâmicas são fornecidas pelas seguintes expressões analíticas propostas por Drake e Soovere (1984), para o módulo complexo em frequência reduzida e o fator de deslocamento para o material viscoelástico *3MTM ISD112*, nos intervalos $210 \leq T \leq 360K$ e $1,0 \leq T \leq 1,0 \times 10^6 Hz$, com a temperatura de referência $T_0 = 290 K$:

$$G(\omega_r, T_0) = B_1 + B_2 / \left(1 + B_3 (i\omega_r/B_3)^{-B_6} + (i\omega_r/B_3)^{-B_4} \right) \quad (4)$$

$$\log_{10}(\alpha_T) = a \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) + 2.303 \left(\frac{2a}{T_0} - b \right) \log_{10} \left(\frac{T}{T_0} \right) + \left(\frac{b}{T_0} - \frac{a}{T_0^2} - S_{AZ} \right) (T - T_0) \quad (5)$$

Os parâmetros intervenientes às expressões (4) e (5) são listados na Tabela 1.

3 AUTOAQUECIMENTO DE MATERIAIS VISCOELÁSTICOS SUJEITOS A CARGAS CICLÍCAS E PRÉ-CARGAS ESTÁTICAS

De acordo com Rittel (1999), a equação transiente de transferência de calor pode ser escrita como:

Tabela 1 Constantes associadas, respectivamente, ao módulo complexo e ao fator de deslocamento do material 3M ISD112™

Módulo Complexo – Equação (4)					
B_1 [MPa]	B_2 [MPa]	B_3	B_4	B_5	B_6
0,4307	1200	1543000	0,6847	3,241	0,18
Fator de deslocamento – Equação (5)					
T_0 [K]	T_L [K]	T_H [K]	S_{AZ} [K] ⁻¹	S_{AL} [K] ⁻¹	S_{AH} [K] ⁻¹
290	210	360	0,05956	0,1474	0,009725
$a = (D_B C_C - C_B D_C) / D_E$			$b = (D_C C_A - C_C D_A) / D_E$		
$C_A = (1/T_L - 1/T_0)^2$		$C_B = (1/T_L - 1/T_0)$	$C_C = (S_{AL} - S_{AZ})^2$		
$D_A = (1/T_H - 1/T_0)^2$		$D_B = (1/T_H - 1/T_0)$	$D_C = (S_{AH} - S_{AZ})$		$D_E = (D_B C_A - D_A C_B)$

Fonte: Drake e Soovere (1984).

$$q_g + k \nabla^2 T(t, x, y, z) = \rho c_p \dot{T}(t, x, y, z) + (3\lambda + 2\mu) \alpha T_0 \dot{\epsilon}_{kk} \quad (6)$$

onde k ($W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$), ρ ($kg \cdot m^{-3}$), c_p ($J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$) e α designam, respectivamente, a condutividade térmica, a densidade, o calor específico por unidade de massa e o coeficiente de dilatação à pressão constante. λ e μ são os coeficientes de Lamé e $\dot{\epsilon}_{kk}$ o traço da matriz das velocidades de deformação. O termo $k \nabla^2 T(t, x, y, z)$ representa a condução de calor, obtido aplicando-se a lei de Fourier (LIENHARD E LIENHARD, 2004) a um volume infinitesimal do material, e $q_a = \rho c_p \dot{T} + (3\lambda + 2\mu) \alpha T_0 \dot{\epsilon}_{kk}$ ($W \cdot m^{-3}$) designa o armazenamento de calor e a contribuição termoelástica, resultantes da aplicação da Segunda Lei da Termodinâmica (GASKELL, 2003) e da descrição do campo de pressão em termos da matriz de tensões. A taxa de geração de calor, q_g , é conotada a energia mecânica dissipada por unidade de tempo \dot{w}_m , de acordo com a seguinte relação constitutiva:

$$q_g = \beta \dot{w}_m \quad (7)$$

onde o coeficiente de rendimento térmico β representa a fração do calor gerado pelo efeito da dissipação viscoelástica, dependente das amplitudes e da velocidade das deformações. A parte complementar $(1 - \beta) \dot{w}_m$ é armazenada no material através de modificações microestruturais (RITTEL, 1999).

A potência mecânica dissipada pode ser expressa pelo produto escalar dos componentes dos vetores das tensões e das taxas de deformações:

$$\dot{w}_m(t, \omega, T, \delta) = \sigma(t)^T \dot{\epsilon}(t, \omega, T, \delta) = G(\omega, T) \epsilon^T(t, \omega, T, \delta) C \dot{\epsilon}(t, \omega, T, \delta) \quad (8)$$

onde $C(\omega, T, \delta) = G(\omega, T) \bar{C}$ é a matriz de propriedades para um material isotrópico, dependente da frequência da excitação, da temperatura e da pré-carga estática. Escrevendo-se \dot{w}_m para o caso de um estado de tensão-deformação cíclica $\dot{\varepsilon}(t, \omega, T, \delta) = i\omega \varepsilon(t, \omega, T, \delta)$, mostra-se que as partes real e imaginária são, respectivamente, proporcionais ao módulo de armazenamento e de perda:

$$\dot{w}_m(t, \omega, T, \delta) = i\omega \varepsilon^T(t, \omega, T, \delta) \bar{C} \varepsilon(t, \omega, T, \delta) G'(\omega, T) - \omega \varepsilon^T(t, \omega, T, \delta) \bar{C} \varepsilon(t, \omega, T, \delta) G''(\omega, T). \quad (9)$$

Substituindo $\varepsilon(t, \omega, T, \delta)$ por uma variação senoidal da forma $\varepsilon_0(t, \omega, T, \delta) \sin(\omega t + \phi)$, sobreposta a uma pré-carga estática, δ , é possível representar a contribuição da parte imaginária do módulo complexo à dissipação viscoelástica de energia, enquanto a parte associada ao armazenamento puramente elástico anula-se sobre um ciclo de vibração:

$$\dot{w}_m(t, \omega, T, \delta) = -\omega G''(\omega, T) \varepsilon_0^T(t, \omega, T, \delta)^T \bar{C} \varepsilon_0(t, \omega, T, \delta) \sin^2(\omega t + \phi) \quad (10)$$

onde ϕ é a fase. De acordo com (10), a potência viscoelástica dissipada não é constante, variando sobre um ciclo de vibração com a função $\sin^2(\omega t + \phi)$, sendo essa variação dependente da amplitude das deformações para cada instante de tempo. A utilização direta dessa equação para o cálculo da taxa de geração de calor resulta em um alto custo computacional, sendo necessários aproximadamente 10 passos de tempo por período para a integração temporal (CAZENOVE et al., 2010).

Segundo Merlette (2005), a diferença entre as velocidades dos fenômenos estruturais e térmicos é suficientemente grande para que um período correspondente a um ciclo de vibração leve a fenômenos de troca e armazenamento de calor que resultem em um aumento significativo. Nesse sentido, é possível a substituição do termo $\sin^2(\omega t + \phi)$ pelo valor médio da função seno quadrático, conduzindo a:

$$\dot{w}_m(t, \omega, T, \delta) = -\frac{1}{2} \omega G''(\omega, T) \varepsilon_0^T(t, \omega, T, \delta) \bar{C} \varepsilon_0(t, \omega, T, \delta). \quad (11)$$

Do ponto de vista do balanço de energia térmica, o calor gerado pelo efeito viscoelástico de dissipação corresponde a uma quantidade de energia recebida pelo material e, portanto, deve ser expressa de forma positiva. Logo, a inclusão da Equação (11) em (7), resulta na seguinte expressão para a fonte de calor:

$$q_g(\omega, T, \delta) = |\beta \dot{w}_m(\omega, T, \delta)| = \frac{1}{2} \beta \omega G''(\omega, T) \varepsilon_0^T(\omega, T, \delta) \bar{C} \varepsilon_0(\omega, T, \delta). \quad (12)$$

O efeito da temperatura sobre o comportamento dinâmico viscoelástico é devido unicamente à dependência das propriedades do material, pressupondo-

-se que a resposta estrutural transiente é rapidamente atenuada. Assim, o calor gerado pela dissipação viscoelástica pode ser expresso como um carregamento térmico adicional na análise térmica estrutural (CAZENOVE et al., 2012), sendo calculado para cada elemento viscoelástico a partir das amplitudes de deslocamento, $U_{(e)}(\omega, T, \delta)$, obtidos da análise harmônica com os efeitos de pré-tensão. Isso pode ser feito via integração da Equação (12) a o volume de cada elemento viscoelástico, como segue:

$$q_g(\omega, T, \delta) = \frac{\beta\omega}{2V_{(e)}} \int_V G''(\omega, T) \varepsilon^T(\omega, T, \delta) \bar{C} \varepsilon(\omega, T, \delta) dV_{(e)} \quad (13)$$

ou,

$$q_g(\omega, T, \delta) = \frac{\beta\omega}{2} \frac{\eta(\omega, T)}{V_{(e)}} U_{(e)}^T(\omega, T, \delta) K'_v(\omega, T, \delta) U_{(e)}(\omega, T, \delta) \quad (14)$$

onde $K'_v(\omega, T, \delta) = G'(\omega, T) \int_{V_{(e)}} B^T \bar{C} B dV_{(e)}$ é a parte real da matriz de rigidez viscoelástica, B é a matriz de deformação-deslocamento, $V_{(e)}$ o volume elementar e $U_{(e)}(\omega, T, \delta)$ representa o vetor do campo de deslocamentos a nível elementar.

Introduzindo a relação (12) em (6), expressa-se o autoaquecimento interno de materiais viscoelásticos para a condição de sobreposição de cargas dinâmicas a cargas estáticas, desprezada a contribuição termoelástica para estados de tensão-deformação cisalhantes, como:

$$\frac{1}{2} \beta\omega G''(\omega, T) \varepsilon_0^T(\omega, T, \delta) \bar{C} \varepsilon_0(\omega, T, \delta) + k \nabla^2 T(t, x, y, z) = \rho c_p \dot{T}(t, x, y, z) \quad (15)$$

o qual deve ser resolvido sob a imposição das seguintes condições de contorno térmicas:

$$\begin{cases} \bar{T} = \bar{T}_0 & \text{em } \Omega_D \\ \bar{q} = \bar{q}_0 & \text{em } \Omega_N \\ \bar{q} = h(T - T_\infty) & \text{em } \Omega_C \end{cases}$$

onde os termos do lado esquerdo da Equação (15) representam a energia recebida em um ponto qualquer do volume do material pelo efeito de dissipação viscoelástica e, o lado direito, o aquecimento do material; \bar{T}_0 , \bar{q}_0 , h e T_∞ denotam, respectivamente, a temperatura imposta, o fluxo imposto, o coeficiente de transferência de calor e a temperatura ambiente; $\partial\Omega_D$, $\partial\Omega_N$ e $\partial\Omega_C$ designam as partes do volume do material, $\partial\Omega$, que são impostos, a condição de Dirichlet, a condição de Neuman e a condição de convecção natural, respectivamente.

Neste ponto, é importante enfatizar que a solução exata do problema termomecânico definido em (15), resultante da associação entre a taxa de geração de calor e a equação transiente da térmica, levando-se em conta as condições de

contorno térmicas, não pode ser facilmente obtida e um esquema de resolução iterativa foi implementado. Além disso, a metodologia deve levar em conta estados de deformações gerais (2D ou 3D) pela adequada inclusão dos componentes de deformações no vetor das deformações, $\varepsilon(\omega, T, \delta)$, que deve ainda considerar os efeitos combinados entre cargas mecânicas cíclicas e pré-cargas estáticas. Por fim, o cálculo do módulo complexo, $G(\omega, T)$, que é mais frequentemente uma função não linear da temperatura, é feito através da consideração das expressões analíticas para o material *ISD112* da *3MTM* e as pré-cargas estáticas são diretamente aplicadas sobre o dispositivo viscoelástico via realização de uma análise estática.

4 INCORPORAÇÃO DO COMPORTAMENTO VISCOELÁSTICO NO MODELO DE ELEMENTOS FINITOS E RESOLUÇÃO ITERATIVA SEQUENCIAL

Para a incorporação do comportamento viscoelástico em elementos finitos, assume-se que a matriz de rigidez complexa da estrutura pode ser decomposta em (LIMA et al., 2013):

$$\mathbf{K}^*(\omega, T, \delta) = \mathbf{K}_e + \mathbf{K}_v^*(\omega, T, \delta) \quad (16)$$

onde \mathbf{K}_e representa a matriz de rigidez associada a parte puramente elástica e $\mathbf{K}_v^*(\omega, T, \delta)$ é a matriz de rigidez viscoelástica, associada aos elementos viscoelásticos. Assumindo que o coeficiente de Poisson independe da frequência de excitação e da temperatura, o módulo complexo pode ser fatorado da matriz de rigidez viscoelástica (LIMA et al., 2005):

$$\mathbf{K}_v^*(\omega, T, \delta) = \mathbf{K}_e + G(\omega, T, \delta) \bar{\mathbf{K}}_v = G'(\omega, T, \delta) (1 + i\eta(\omega, T, \delta)) \bar{\mathbf{K}}_v \quad (17)$$

onde $\bar{\mathbf{K}}_v$ é a matriz de rigidez fatorada da subestrutura viscoelástica, com a parte imaginária $\mathbf{K}_v^*(\omega, T, \delta)$ proporcional ao amortecimento do sistema.

Para a implementação computacional da capacidade dissipativa do material viscoelástico, define-se uma matriz de amortecimento viscoso equivalente proporcional à $\bar{\mathbf{K}}_v$, formulada como (LIMA et al., 2005):

$$\mathbf{C}_{eq}(\omega, T, \delta) = \frac{\eta(\omega, T, \delta) G'(\omega, T, \delta)}{\omega} \bar{\mathbf{K}}_v = \alpha(\omega, T, \delta) \bar{\mathbf{K}}_v. \quad (18)$$

Dessa forma, a equação do movimento no domínio da frequência para um amortecedor viscoelástico contendo N graus de liberdade, pode ser escrita como:

$$\left(\mathbf{K}_e + G(\omega, T, \delta) \bar{\mathbf{K}}_v + i\omega \mathbf{C}_{eq}(\omega, T, \delta) - \omega^2 \mathbf{M} \right) \mathbf{U}(\omega, T, \delta) = \mathbf{F}(\omega). \quad (19)$$

Como o acoplamento direto entre o problema mecânico e térmico resulta em um alto custo computacional em termos de convergência (GOPALAKRISHNA; LAI, 1998), leva-se o problema ao acoplamento termomecânico fraco ou sequencial (MERLETTE, 2005), descrevendo-se o problema termoviscoelástico acoplado pelo seguinte sistema matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A} \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{U}}(\omega, T, \delta) \\ \dot{\mathbf{T}} \end{array} \right\} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}^*(\omega, T, \delta) - \omega^2 \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W} \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{U}(\omega, T, \delta) \\ \mathbf{T} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{F}(\omega) \\ \mathbf{q}_c + \mathbf{q}_g \end{array} \right\} \quad (20)$$

onde \mathbf{A} e \mathbf{W} são, respectivamente, as matrizes de amortecimento e de rigidez térmica, formuladas com base nas funções de forma para elementos térmicos, no calor específico e na condutividade térmica do material. \mathbf{q}_c e \mathbf{q}_g representam os vetores de carregamentos térmicos decorrentes da convecção externa e da dissipação viscoelástica.

Como \mathbf{q}_g é obtido a partir da energia de deformação resultante da resposta estrutural, e as matrizes de rigidez viscoelástica e de amortecimento equivalente dependem do campo de temperatura, é necessária a utilização de um procedimento iterativo de resolução. O procedimento implementado na linguagem APDL (*Ansys Parametric Design Language*), Figura 1, integrada ao *software* de elementos finitos ANSYSTM, com interface ao ambiente de programação MATLAB[®], segue as seguintes etapas principais:

- 1) Inicialização: no início do processo, as matrizes de rigidez viscoelástica e de amortecimento viscoso equivalente são calculadas para os valores iniciais de frequência, ω_0 , e temperatura, T_0 , levando-se em conta as condições de contorno mecânicas;
- 2) Análise estrutural estática: os efeitos da pré-carga são introduzidos pela realização de uma análise estática;
- 3) Análise harmônica reduzida com efeitos de pré-tensão: as amplitudes das deformações para cada elemento viscoelástico para as condições operacionais e ambientais atuais do dispositivo viscoelástico são calculadas via seguinte análise harmônica com efeitos de pré-tensão:

$$\mathbf{U}(\omega_0, T_0, \delta) = \left[\mathbf{K}^*(\omega_0, T_0, \delta) + i\omega_0 \mathbf{C}_{eq}(\omega_0, T_0, \delta) - \omega_0^2 \mathbf{M} \right]^{-1} \mathbf{F}(\omega_0); \quad (21)$$

- 4) Cálculo da taxa de geração de calor pela Equação (14);

- 5) Análise térmica transiente: um conjunto de novos valores de temperatura são calculados realizando-se uma análise térmica transiente, levando-se em conta as condições de contorno térmicas aplicadas no volume do material viscoelástico;
- 6) Atualização das propriedades do material viscoelástico: se o critério de convergência estabelecido em termos da obtenção da solução numérica do problema térmico, baseado nas variações entre as temperaturas de sucessivas iterações, é satisfeito de acordo com a tolerância adotada, uma nova iteração é iniciada e as análises estrutural e térmica são reiniciadas com base na atualização das matrizes da subestrutura viscoelástica e de amortecimento equivalente levando-se em conta os valores do campo de temperatura, $T_{t+\Delta t}$, e do tempo, $t = t + \Delta t$, onde Δt é o incremento de tempo;
- 7) Critério de parada: enquanto $t < t_{fc}$, os itens de 3 a 6 são repetidos; caso contrário o tempo final de aplicação do carregamento cíclico, t_{fc} , foi atingido e procede-se então com o processamento e visualização dos dados.

5 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Para avaliar as características do fenômeno da fuga térmica em materiais viscoelásticos e a influência de cargas estáticas e dinâmicas combinadas, as simulações numéricas foram realizadas utilizando o dispositivo translacional viscoelástico apresentado por Lima et al. (2013), composto por duas camadas viscoelásticas do material 3M ISD112™ entre três placas de aço SAE 1020, mostrado na Figura 2. Considerado o plano de simetria indicado, a junta foi modelada utilizando os seguintes elementos:

- Elemento tridimensional SOLID45, com oito nós e três graus de liberdade por nó – deslocamentos nas direções x, y e z;
- Elemento compatível SOLID70, com o mesmo número de nós e um grau de liberdade por nó – temperatura.

O dispositivo foi considerado termicamente isolado na face indicativa do plano de simetria, sendo admitida, no restante do domínio, uma transferência de calor por convecção natural, com coeficiente de convecção natural $h = 13,016 \text{ W / (m}^2\text{K)}$ (LIMA et al., 2013), assumido com base em estudos prévios, e a temperatura ambiente $T_{\infty} = 25 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Além disso, no início da simulação termomecânica, a distribuição de temperatura no volume do material viscoelástico é assumida como uniforme. As propriedades termofísicas utilizadas são listadas na Tabela 2.

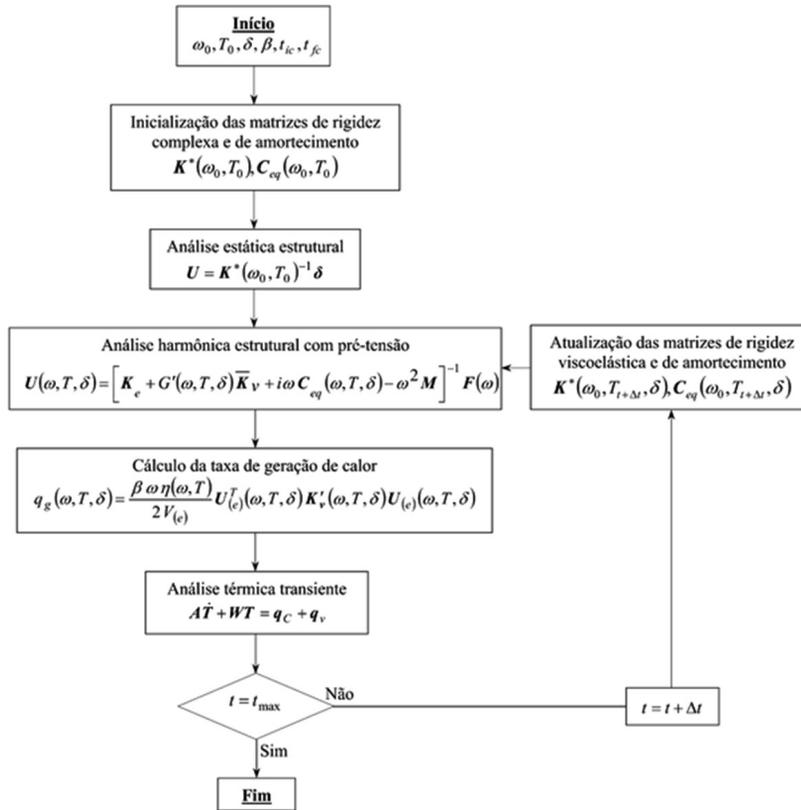


Figura 1 Fluxograma do procedimento de resolução implementado.

Fonte: adaptada de Cazenove et al. (2012).

Tabela 2 Propriedades térmicas utilizadas nas simulações numéricas

Material	ρ [kg/m^3]	c_p [$\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$]	k [$\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$]	β
ISD 112	1100	2000	0.16	0.1755
SAE 1020	7850	476	35	0

A análise termomecânica consiste na determinação da evolução da temperatura nos pontos A, B e C indicados na Figura 2 e compreende uma fase de carregamento caracterizada pela aplicação de um deslocamento cíclico $u(t) = u_0 \sin(2\pi f_0 t)$, com $u_0 = 3,5 \text{ mm}$ e $f_0 = 14 \text{ Hz}$, de forma a evidenciar o fenômeno da fuga térmica. Os resultados obtidos foram comparados com os para a condição de equilíbrio térmico, assumindo os valores $u_0 = 1,0 \text{ mm}$ e $f_0 = 14 \text{ Hz}$. Além disso, o deslocamento cíclico é aplicado durante 3396 s para diferentes valores de pré-carga estática, de acordo com os seguintes cenários de teste: (1) sem pré-carga estática, (2) $\delta = 100 \text{ N}$ e (3) $\delta = 250 \text{ N}$.

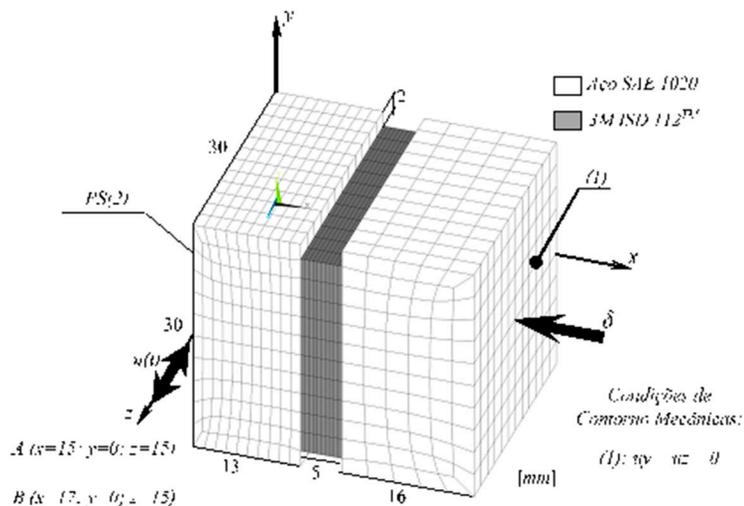


Figura 2 Características geométricas e condições de contorno mecânicas aplicadas na geração do modelo de elementos finitos.

A Figura 3 mostra que, com o incremento da amplitude do deslocamento cíclico, o fenômeno do autoaquecimento se torna mais pronunciado, resultando em um aumento significativo dos valores de temperatura durante a fase de carregamento. Como resultado, variações de temperatura dessa magnitude evidenciam características do comportamento do fenômeno da fuga térmica, uma vez que a temperatura do material sofre aumentos significativamente grandes em instantes de tempo que caracteristicamente indicam a convergência a uma temperatura estacionária para a configuração de equilíbrio térmico. O aumento abrupto e o singular comportamento da evolução da temperatura para os primeiros instantes de ciclagem do dispositivo e a tendência ao alcance de uma temperatura de equilíbrio superior, embora não mostrada claramente, para os instantes que antecedem a retirada do carregamento, remete à descrição feita por Lesieutre e Govindswamy (1996).

A Figura 4 mostra as distribuições de temperatura para os pontos A, B e C indicados na Figura 2, para todos os cenários teste e a Figura 5 viabiliza comparar as evoluções de temperatura no ponto A para os diferentes valores de pré-cargas estáticas, a partir das quais pode-se concluir que, com o aumento da pré-carga estática, o fenômeno da fuga térmica torna-se mais pronunciado, resultando em aumentos ainda mais significativos durante o carregamento do material. Consequentemente, tais variações podem levar a significativas perdas da capacidade de amortecimento do material ou mesmo a falha catastrófica do dispositivo em aplicações práticas de engenharia. Além disso, pode ser observado que as evoluções no tempo do campo de temperatura são diferentes para pontos distintos do material, em razão da não homogeneidade das condições de transferência de calor a que cada ponto é submetido, consistentemente com o relatado na literatura.

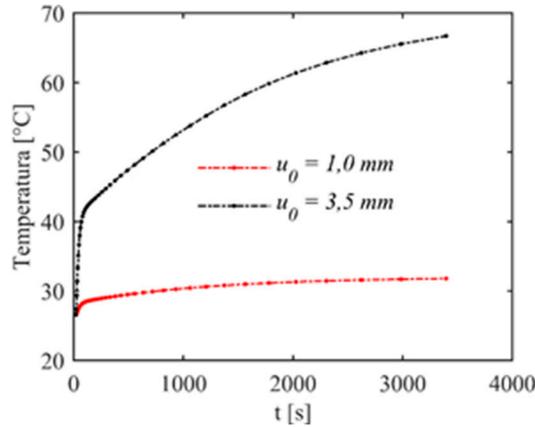
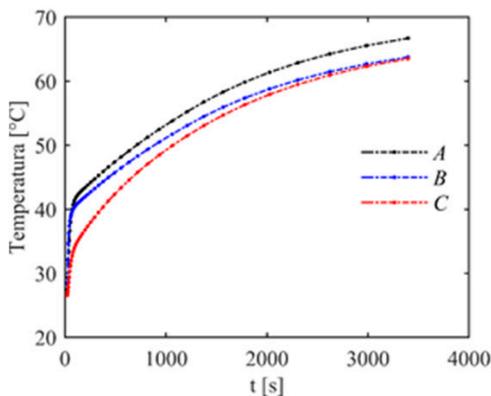
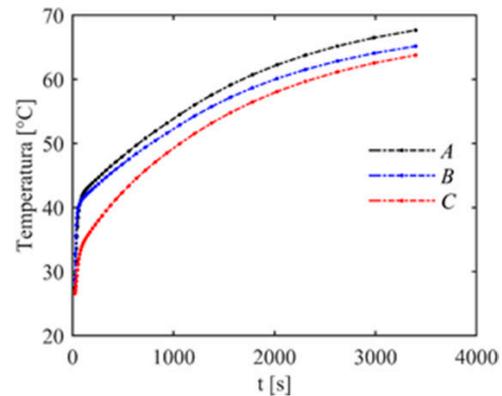


Figura 3 Evolução do campo de temperatura no ponto A para a condição de equilíbrio térmico e para o cenário (1).

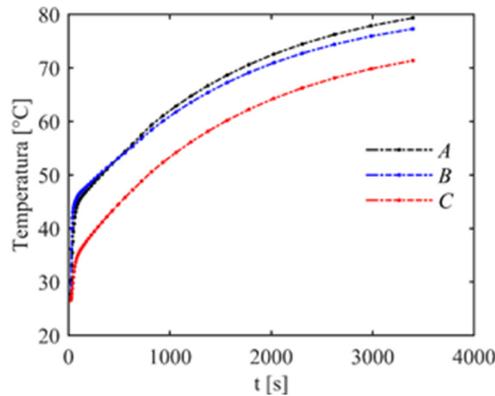
A Figura 6 mostra os contornos de temperatura em três instantes de tempo para os cenários de teste (1) e (3), em que pode ser claramente evidenciado que o gradiente de temperatura é orientado para o centro do núcleo viscoelástico. Devido à maior amplitude do carregamento dinâmico, as alterações mais expressivas da microestrutura do material geram calor a uma taxa muito superior à capacidade do mecanismo de transferência. Não havendo tempo suficiente para que a transferência de calor seja significativa em termos da redução do aquecimento, em razão principalmente da baixa condutividade térmica do material viscoelástico, embora as condições de contorno térmicas sejam assimétricas, todo o calor gerado pelo efeito da dissipação é acumulado na camada viscoelástica, concentrando a zona de alta temperatura unicamente no núcleo viscoelástico em contraste com a suposição de temperatura dentro do volume do meio viscoelástico, frequentemente assumida na maioria dos procedimentos tradicionais de projeto de dispositivos amortecedores viscoelásticos.



(1) Sem pré-carga estática



(2) $\delta = 100 \text{ N}$



$$(3) \delta = 250 \text{ N}$$

Figura 4 Evolução da temperatura no material viscoelástico nos pontos *A*, *B* e *C* para diferentes valores de pré-cargas estáticas.

As Figuras 7 e 8 mostram, respectivamente, as quantidades de energia dissipada e armazenada pelo material viscoelástico e a evolução do módulo de armazenamento e do fator de perda como funções do tempo para todos os cenários de teste. É observado que a introdução das pré-cargas estáticas, para os primeiros conjuntos de ciclos, não resultou em aumentos significativos da quantidade de energia dissipada, incorrendo em pequenas variações no módulo de armazenamento e no fator de perda. Entretanto, com o aumento dos valores do campo de temperatura, há significativo incremento no contingente total em termos das quantidades de energia dissipada e armazenada em consistência com o acréscimo das deformações estáticas. Esse aumento se deve às maiores deformações associadas às altas temperaturas, uma vez que os valores do módulo de armazenamento e do fator de perda para todos os cenários de teste sofrem um rápido e acentuado decréscimo, permanecendo constantes até a retirada do carregamento.

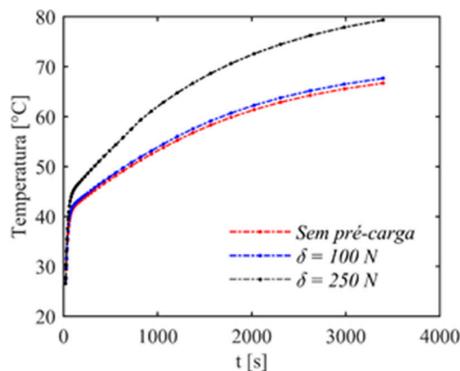
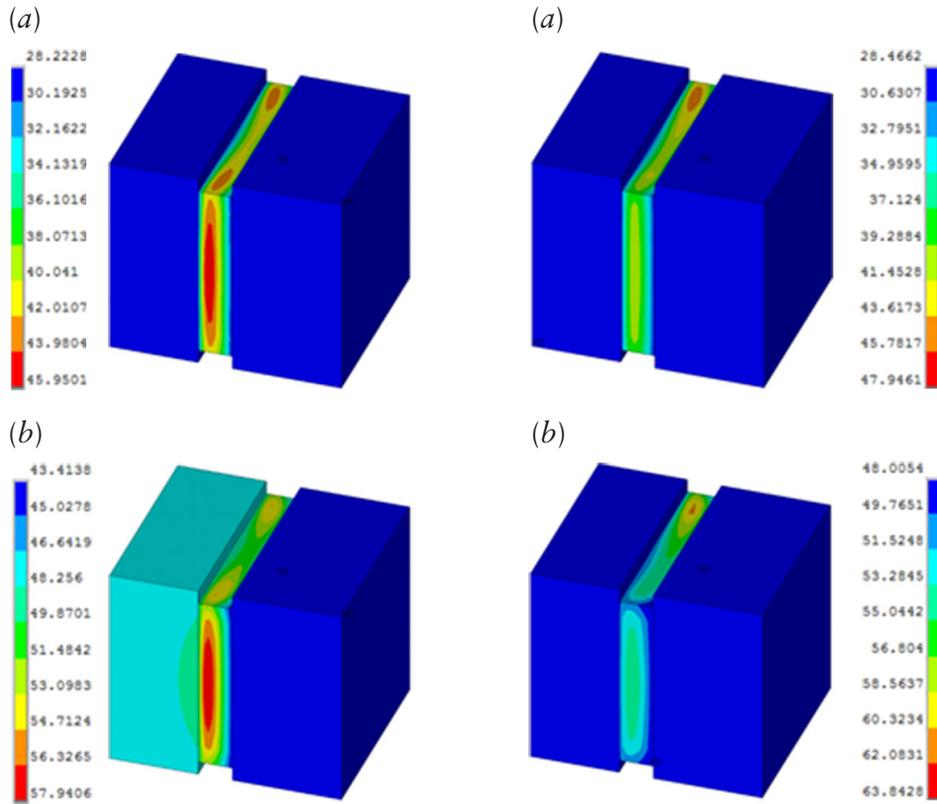


Figura 5 Evolução da temperatura no ponto *A* para diferentes pré-cargas estáticas.



Cenário de teste (1)

Cenário de teste (3)

Figura 6 Contornos de temperatura no dispositivo para os cenários de teste (1) e (3) para dois instantes de tempo: (a) $t = 100$ s e (b) $t = 1207$ s.

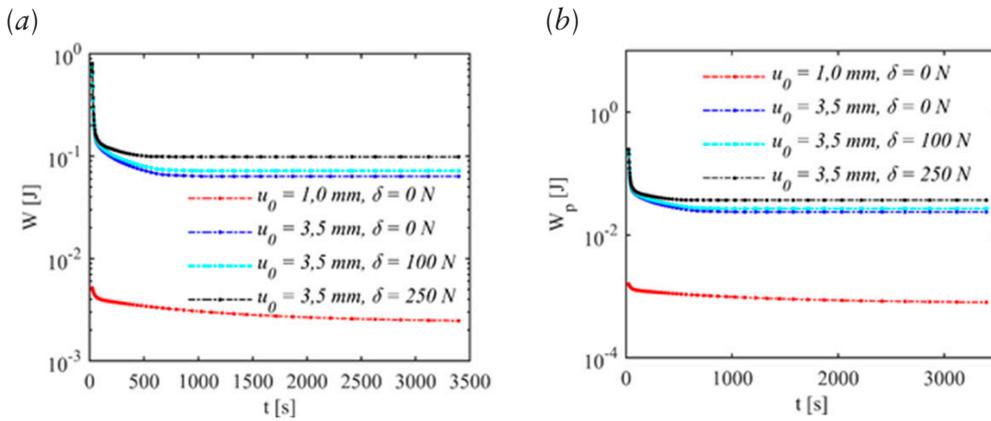


Figura 7 Evolução no tempo das quantidades de energia (a) dissipada e (b) armazenada pelo material viscoelástico.

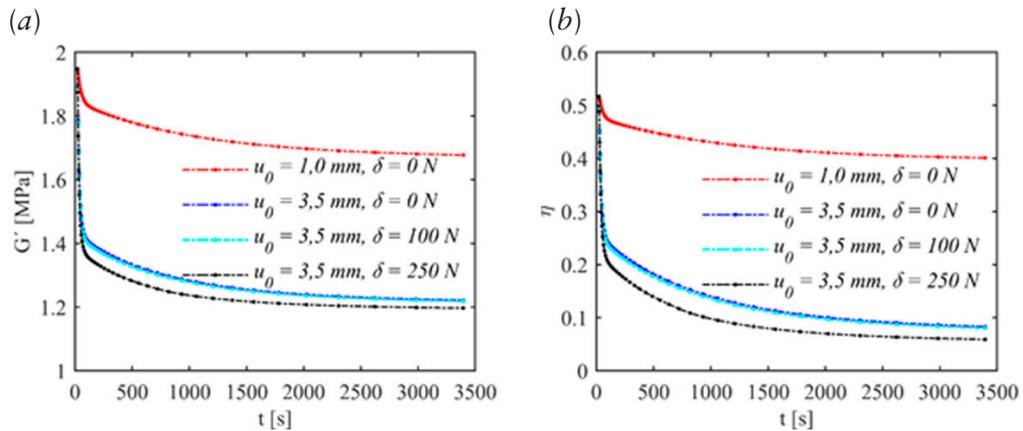


Figura 8 Evolução no tempo (a) do módulo de armazenamento e (b) do fator de perda.

6 ESTUDO EXPERIMENTAL

Esta seção é dedicada à descrição do procedimento operacional utilizado para a verificação experimental do fenômeno da fuga térmica em materiais viscoelásticos e à avaliação da influência de pré-cargas estáticas sobre ele. A Figura 9 mostra a montagem experimental completa, com a junta viscoelástica construída de acordo com as dimensões geométricas apresentadas na Figura 2, composta por duas camadas de 5 mm do material 3M VHB 4910™ inseridas entre três blocos de aço conectados a uma estrutura rígida, a qual é montada em uma máquina universal de ensaios MTS 800™. A temperatura da camada viscoelástica nos pontos A e C, com as posições já definidas na Figura 2, tiveram seus valores medidos por meio de termopares. Os sinais de tensão foram adquiridos e processados utilizando um analisador de sinais Agilent™ 34970.

Em todos os ensaios, um deslocamento cíclico vertical, $u(t) = u_0 \sin(2\pi f_0 t)$, com $u_0 = 3,5 \text{ mm}$ e $f_0 = 14 \text{ Hz}$, foi imposto sobre a junta translacional durante 3396 s, totalizando 47.544 ciclos, em sobreposição a deslocamentos estáticos aplicados ao corpo de prova por intermédio de parafusos, tal como elucidado na Figura 3. Para comparar os resultados numéricos com os experimentais, uma estratégia foi utilizada para a estimação dos valores dos deslocamentos estáticos a serem aplicados na base da estrutura rígida, baseada no conceito de matriz de rigidez tangente para a representação do comportamento estático do material viscoelástico e na pressuposição de que apenas as partes viscoelásticas são deformadas durante a aplicação da pré-carga estática (LIMA et al., 2013). Assim, tendo em conta a área da seção transversal da camada viscoelástica, $A_v = 26 \times 30 \text{ mm}^2$, e a relação para os módulos longitudinal e transversal puramente elásticos, $E_0 = 2G_0(1 + \nu)$, os deslocamentos estáticos correspondentes foram estimados

pela relação, $\Delta = F_0 t_v / (2A_v G_0 (1 + \nu))$, onde $\nu = 0,49$ é o coeficiente Poisson, $t_v = 0,005 \text{ m}$ a espessura da camada viscoelástica e F_0 o valor da pré-carga estática utilizada na simulação numérica, configurando, portanto, os seguintes cenários de investigação: (1) $\Delta = 0,0 \text{ mm}$ e (2) $\Delta = 1,0 \text{ mm}$.

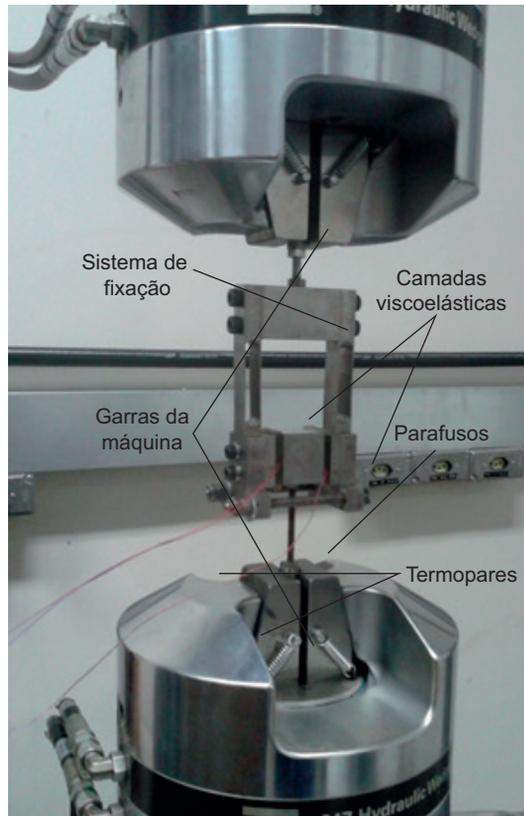


Figura 9 Junta translacional montada na máquina universal de ensaios MTS 800™.

Deve-se salientar que, para a aplicação dos deslocamentos estáticos no dispositivo, a configuração experimental foi redefinida entre um teste e outro. Isso foi feito aliviando-se os parafusos de aplicação do deslocamento estático caracterizado para cada cenário de teste. Além disso, um período de tempo ideal foi observado representando o fenômeno de fluência do material viscoelástico, visando a garantir que as mudanças na evolução de temperatura devido ao autoaquecimento decorrem unicamente da variação da pré-carga estática.

Na Figura 10 é mostrado o perfil experimental de temperatura obtido para o cenário de teste (1), no qual se distingue duas fases principais que caracterizam a evolução da temperatura no interior da camada viscoelástica: uma primeira fase em que há um rápido aumento da temperatura, e um comportamento subsequen-

te caracterizado por uma estabilização progressiva da temperatura nos pontos de medição, durante a qual a taxa de aumento da temperatura em relação ao tempo diminui de forma gradativa, evidenciando a tendência à convergência a uma temperatura de equilíbrio superior. Esse comportamento é qualitativamente consistente com as observações numéricas. Além disso, os resultados mostrados na Figura 11 confirmam a influência da pré-carga estática sobre o fenômeno da fuga térmica. Adicionalmente, nota-se que o campo de temperatura difere de um ponto para o outro no volume do material viscoelástico, como constatado nas simulações numéricas. Dessa forma, conclui-se que a comparação qualitativa entre os perfis numéricos e os experimentais de temperatura é satisfatória. No entanto, como mostrado na Figura 12, a comparação direta dos resultados experimentais e numéricos não é viável, uma vez que os valores dos coeficientes de conversão térmica e de convecção natural foram assumidos com base no trabalho de Lima et al. (2013).

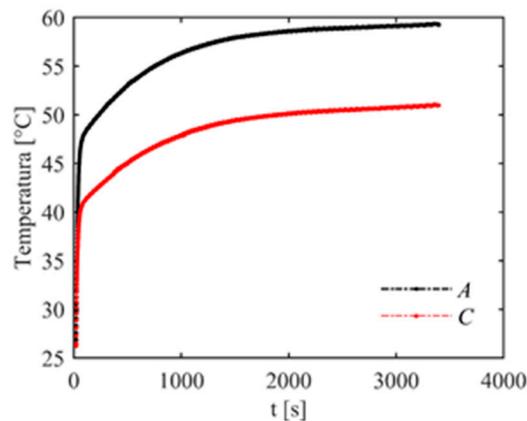


Figura 10 Valores experimentais de temperatura para o cenário de teste (1), respectivamente, para os pontos A e C.

Como os valores desses parâmetros variam em um determinado intervalo em função de várias condições, tais como a geometria da composição viscoelástica e as amplitudes das deformações estáticas e dinâmicas, já era esperado que os valores admitidos não se adequassem às condições específicas ensaiadas no presente estudo, verificando ser interessante o desenvolvimento de um procedimento de identificação paramétrica a fim de identificar tais parâmetros para as condições específicas ensaiadas. Assim, como os ensaios experimentais foram realizados em condições ambientais semelhantes, o coeficiente de convecção natural pode ser assumido com sendo o mesmo para todos os testes, enquanto o coeficiente de conversão térmica β , por ser fortemente dependente das taxas de deformação e das deformações, dever ser identificado para cada cenário de teste.

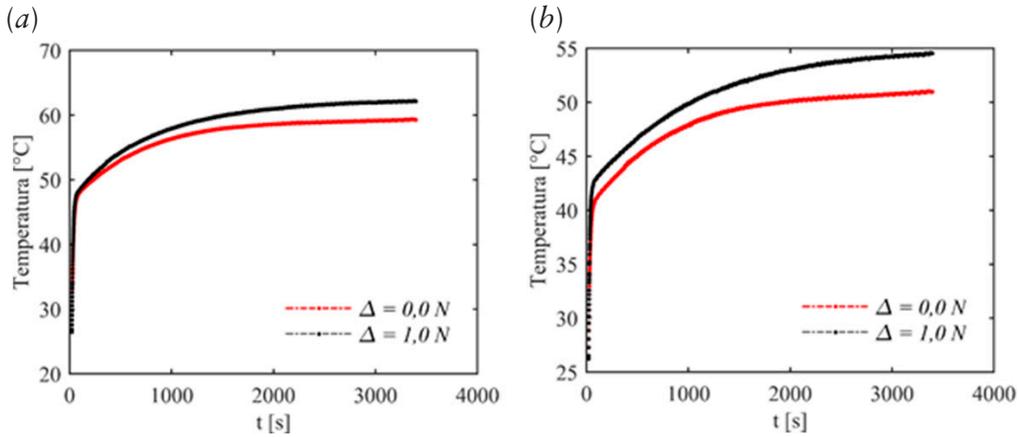


Figura 11 Valores experimentais de temperatura para diferentes pré-cargas estáticas, respectivamente, para os pontos A e C.

A estratégia de otimização empregada compreende então os seguintes passos principais: identificação simultânea dos coeficientes de transferência de calor por convecção natural e de conversão térmica pela minimização da seguinte função objetivo, $F_{obj} = \sum_{j=1}^{n_{(exp)}} (T_A^{(exp)}(t_j) - T_A^{(num)}(t_j))^2$, onde $T_A^{(exp)}(t_j)$ e $T_A^{(num)}(t_j)$ representam, respectivamente, as temperaturas experimentais e numéricas no ponto A, no instante de tempo t_j , com $n_{(exp)}$ designando o número de pontos considerados nos resultados experimentais; em seguida, o coeficiente ótimo h_{opt} , obtido na etapa anterior, é mantido constante e o valor ótimo do coeficiente de conversão térmica é identificado para o cenário de teste (2).

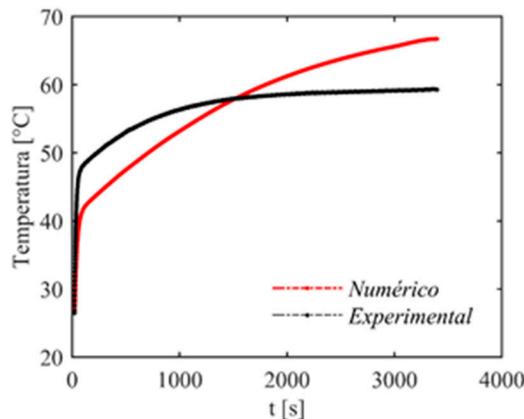
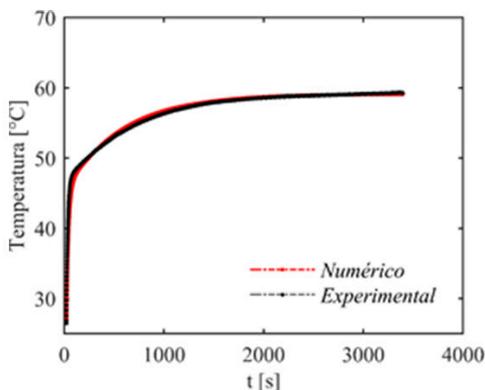


Figura 12 Comparação entre os valores de temperatura numéricos e experimentais para o ponto A e cenário de teste (1).

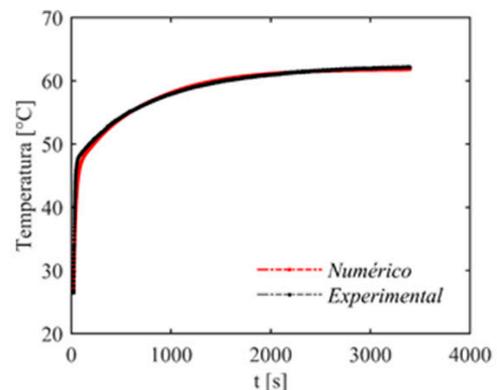
A técnica Colônia de Vagalumes (YANG, 2008), bioinspirada na característica de bioluminescência desses insetos, foi empregada assumindo como restrições laterais os seguintes intervalos para as variáveis de projeto: $10 \leq h \leq 50 \text{ W / (m}^2\text{K)}$

e $0,1 \leq \beta \leq 0,9$. Como parâmetros de entrada foram utilizados os seguintes valores: coeficiente de absorção de luz pelo meio $\gamma = 1$, fator de atratividade $\phi_0 = 0,2$, parâmetro de inserção de aleatoriedade no caminho percorrido pelo vagalume $\alpha = 0,5$ (BORGES et al., 2013) e população de vagalumes com 100 indivíduos, sendo o número de gerações limitado a 50 iterações, resultando em 5 mil avaliações da função objetivo. Além disso, para a adequação da quantidade de pontos resultantes da simulação numérica ao número de pontos experimentais, destaca-se a utilização da interpolação Polinomial de Hermite (YANG et al., 2005).

Na Figura 13, são mostradas as comparações entre as evoluções de temperatura previstas pelo modelo ajustado com os valores identificados homólogos aos experimentais. Observa-se que, para ambos os cenários de teste, as correlações entre as previsões numéricas e as temperaturas medidas experimentalmente são muito satisfatórias. Além disso, evidencia-se que com a inserção da pré-carga estática, o valor da taxa de conversão térmica é reduzido. Isso se deve ao fato de que uma quantidade mais significativa da parte complementar da energia mecânica dissipada é armazenada no material, o que é consistente com o pronunciamento das modificações de sua microestrutura devido à inserção da deformação estática, condicionando os valores ótimos globais obtidos para o parâmetro de conversão térmica, a permanecerem no intervalo $[0,1 - 1,0]$, qualitativamente consistente com o relatado por Rittel (2000) e Lima et al. (2013).



(Cenário de teste (1))



(Cenário de teste (2))

$$h_{opt} = 37,981 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}, \beta_{opt} = 0,2753 \quad h_{opt} = 37,981 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}, \beta_{opt} = 0,2675$$

Figura 13 Comparativo entre os perfis de temperatura experimentais e simulados para os valores ótimos globais de h e β no ponto A, respectivamente, para os cenários de teste (1) e (2).

7 CONCLUSÕES

A metodologia de modelagem e simulação numérica do autoaquecimento em materiais viscoelásticos apresentada, consiste da extensão da metodologia

proposta por Cazenove et al. (2012) à contemplação dos efeitos induzidos por pré-cargas estáticas em dispositivos viscoelásticos mais complexos de interesse industrial (LIMA et al., 2013).

No contexto das simulações numéricas, os resultados viabilizaram a evidência da influência da pré-carga na estática na evolução da temperatura interna do material viscoelástico, destacando-se a estratégia utilizada para incorporação dela no comportamento viscoelástico a partir de um ponto de vista prático de engenharia, com potencialidade de utilização em conjunto com outros *softwares* comerciais de elementos finitos. Além disso, o comportamento do campo de temperatura obtido para a simulação do fenômeno da fuga térmica se mostrou qualitativamente muito condizente com o relatado por Lesieutre e Govindswamy (1996).

O procedimento de identificação paramétrica implementado com base na técnica Colônia de Vagalumes, integrando a interpolação Polinomial de Hermite, se mostrou muito satisfatório no ajuste do modelo, o que viabilizou a comparação dos resultados da simulação aos obtidos experimentalmente, confirmando as evidências numéricas. A relevância de tais observações permite concluir que os procedimentos tradicionais de análise e projeto de dispositivos amortecedores viscoelásticos para a mitigação de vibrações por assumirem distribuição de temperatura uniforme e tempo independente podem ser inadequados para determinadas circunstâncias, resultando em baixo desempenho ou mesmo na falha direta do dispositivo.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem às agências de fomento CAPES pela bolsa de estudos de L. F. F. Rodovalho, CNPQ pela bolsa de pesquisa e pelo apoio financeiro aos projetos de A. M. G. de Lima, FAPEMIG pelo apoio financeiro aos projetos de pesquisa, ao Laboratório de Mecânica de Estruturas Prof. José Eduardo Tannús Reis (LMEst) da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia e ao Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Estruturas Inteligentes em Engenharia (INCT-EIE).

REFERÊNCIAS

- BORGES, R. A.; LOBATO, F. S.; STEFFEN, V. Application of Three Bioinspired Optimization Methods for the Design of a Nonlinear Mechanical System. *Mathematical Problems in Engineering*, p. 1-12, 2013.
- CAZENOVE, J. de et al. Computational modeling and experimental validation of self-heating effects in viscoelastic materials. In: *National Congress of Mechanical Engineering*, 6., Campina Grande, 2010.

_____. A numerical and experimental investigation on self-heating effects in viscoelastic dampers. **Mechanical Systems and Signal Processing**, n. 27, p. 433-445, 2012.

DRAKE, M. L.; SOOVERE, J. A design guide for damping of aerospace structures. In: **AFWAL Vibration Damping Workshop Proceedings III**, Atlantic City, 1984.

GASKELL, D. R. **Introduction to the Thermodynamics of Materials**. 4. ed. Abingdon: Taylor e Francis, 2003. 640 p.

GOPALAKRISHNA, H. S., LAI, M. L. Finite element heat transfer analysis of viscoelastic damper for wind applications. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, n. 77-78, p. 283-295, 1998.

LESIEUTRE, G. A.; GOVINDSWAMY, K. M. Finite element modeling of frequency-dependent and temperature-dependent dynamic behavior of viscoelastic materials in simple shear. **International Journal of Solids and Structures**, v. 33, n. 3, p. 419-432, 1996.

LIENHARD, J. H. IV; LIENHARD, J. H. V. **A heat transfer textbook**. 3. ed. Cambridge: Phlogiston Press, 2004.

LIMA, A. M. G.; RADE, D. A. Modeling of structures supported on viscoelastic mounts using FRF substruturing. In: **Twelfth International Congress on Sound and Vibration**, Lisbon, 2005.

LIMA, A. M. G. et al. Influence of the Combined Dynamic and Statics Strain on the Self-Heating Phenomenon in Viscoelastic Dampers. In: **International Congress of Mechanical Engineering**, 22., Ribeirão Preto, 2013. 9 p.

MERLETTE, N. **Amortissement des caisses automobiles par des films minces viscoélastiques pour l'amélioration du confort vibratoire**. 2005. 219 p. Tese (Doutorado) – École Centrale de Lyon, Lyon, 2005.

MOONEY, M. A theory of large elastic deformations. **Journal of Applied Physics**, Nova York, n. 11, p. 582-592, 1940.

NASHIF, A. D.; JONES, D. I. G.; HENDERSON, J. P. **Vibration damping**. New York: John Wiley & Sons, 1985.

RAO, M. D. Recent applications of viscoelastic damping for noise control in automobiles and commercial airplanes. In: **Proceedings of the Emerging Trends in Vibration and Noise Engineering Symposium**, Columbus, 2001.

RITTEL, D. On the conversion of plastic work to heat during high strain rate deformation of glassy polymers. **Journal of Mechanics of Materials**, New York, n. 31, p. 131-139, 1999.

_____. An investigation of the heat generated during cyclic loading of two glassy polymers. Part II: Thermal Analysis. **Journal of Mechanics of Materials**, New York, n. 32, p. 149-159, 2000.

RIVLIN, R. S. Torsion of a rubber cylinder. **Journal of Applied Physics**, n. 18, p. 444-449, 1947.

SALES, T. P. **Modelagem numérico-computacional de sistemas multicorpos flexíveis contendo materiais viscoelásticos**. 2012. 198 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2012. 198 f.

SAMALI, B.; KWOK, K. C. S. Use of viscoelastic dampers in reducing wind and earthquake induced motion of building structures. **Engineering Structures**, n. 17, p. 639-654, 1995.

YANG, W. Y., CAO, W., CHUNG, T. S., MORRIS, J. **Applied numerical methods using MATLAB®**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2005.

YANG, X.-S. **Firefly algorithm: nature-inspired metaheuristic algorithms**. Cambridge: Luniver Press, 2008.